MASTER EN SCIENCES ÉCONOMIQUES ORIENTATION GÉNÉRALE À FINALITÉ SPÉCIALISÉE

Allocation familiale, paramètre d'égalisation des revenus ?

Parisel, Luc

Award date:
1975

Awarding institution:
Universite de Namur

ALLOCATION FAMILIALE,

PARAMETRE D'EGALISATION DES REVENUS ?

Luc PARISEL

Mémoire présenté en vue
de l'obtention du grade de
licencié et maître en
sciences économiques et sociales.

Année Académique 1974-1975.

Notre gratitude va d'abord aux professeurs Gevers et Raes qui ont bien voulu diriger ce mémoire et nous faire part de leurs conseils souvent très judicieux.
Nous désirons aussi remercier tout spécialement Alain Wouters, qui nous a donné le meilleur de lui-même au moment le plus critique de la rédaction de ce mémoire, et Monsieur Pietquin qui a fait le maximum en son pouvoir au niveau de la programmation.

- C'est comme si tu demandais
  à quoi crois-tu ?
  Ce sont des paroles graves , Giuliana,
  qui exigeraient des réponses précises.
  Au fond, on ne sait pas trop bien à
  quoi l'on croit.
  On croit à l'humanité dans un certain sens.

- ... Un peu moins à la justice
  Un peu plus au progrès.
  On croit peut-être au socialisme...
  Ce qui importe, c'est d'agir de la façon
  qu'on estime juste pour soi et pour
  les autres...

(Extrait du Dialogue entre Corrado et Giuliana
extrait du film : Le Désert Rouge de
Michelangelo Antonioni).

Bien qu'imparfait, je dédie ce mémoire à mes parents
et à la mémoire d'un ami à jamais : Jean-Jacques.

PLAN DU MEMOIRE

Pages

AVANT-PROPOS

Nous ne pouvions, à proprement parler, introduire ce mémoire sans faire part au lecteur de quelques éléments historiques concernant sa rédaction.

A l'origine, nous comptions faire de ce mémoire une application pratique : il s'agissait de calculer pour la Belgique la répartition optimale des allocations familiales, relative aux fonctions de Welfare (et indices d'inégalité de la répartition des revenus correspondants) récemment proposées par Atkinson et Kölm.

Dans ce cas, notre mémoire aurait été composé de deux parties :

- l'une, consacrée à la manière dont il faut tenir compte de la taille des familles avant de procéder au partage du total des allocations entre ces dernières :
  c'est la deuxième partie de ce mémoire - exposé des différentes méthodes (1) qui permettent de calculer des échelles d'équivalence ;

- l'autre, aurait dû être essentiellement consacrée aux calculs d'optimalité et à la présentation des caractéristiques des fonctions de Welfare d'Atkinson et de Kölm :
  c'est la troisième partie de ce mémoire : "Essais du calcul d'optimalité".

---

(1) Et de leur évolution historique.

Cette partie n'est pas terminée, nous n'avons pu tirer des programmes non-linéaires mis à notre disposition aucun résultat publiable.
Nous pensons cependant que ce calcul pourrait être réalisé, meme après la défense de ce mémoire, puisque hormis la technique programmation adéquate, tous les éléments nécessaires à ce calcul sont rassemblés (1).

Face à l'impasse dans laquelle nous étions en ce qui concerne la calcul d'optimalité, nous avons élargi notre analyse à l'étude du choix du nombre optimal d'enfants au sein des familles : c'est notre première partie.

D'application pratique au point de départ, notre mémoire a pris, chemin faisant, l'allure d'un "survey".
Les deux premières parties de ce "survey" consiste en quelque sorte en une analyse "duale" de l'optimisation du comportement des familles.

Dans la première partie nous verrons comment une famille optimise le choix du nombre d'enfants qu'elle désire sous contrainte de son niveau de richesse (2) ;
La deuxième partie, nous indiquera, elle, de combien il faut faire varier le niveau de revenu d'une famille - lorsque sa taille diffère dans une proportion déterminée - de manière à la maintenir à son niveau d'utilité antérieur supposé optimal.

---

(1) Dans ce cas, nous reformulerons toute la IVe section de la troisième partie de manière à préciser plus en détail les caractéristiques des différentes fonctions de Welfare envisagées.

(2) Tant matérielle qu'en termes de Capital-humain.

Autrement dit, au cours de la première partie, N (le nombre d'enfants d'une famille) est envisagé comme une variable de décision, tandis que le niveau de richesse (1) de la famille est la contrainte ; et vice-versa pour la deuxième partie, où le revenu devient la variable de décision (celle qu'il faut faire varier de façon optimale) et N un paramètre prédéterminé.

La dernière partie de ce mémoire est devenue la "préparation" au calcul d'optimalité de la répartition des allocations familiales en Belgique, remis à plus tard.

---

(1) Tant matérielle qu'en termes de Capital-humain.

1ère PARTIE

PROBLEME FAMILIAL DU CHOIX DU NOMBRE D'ENFANTS

I. - INTRODUCTION

* Le problème du comportement familial quant à la procréation ne peut être analysé dans le cadre des modèles traditionnels qui cernent le comportement de la famille en tant qu'unité de consommation.

Ce problème exige la construction de modèles spécifiques pour les raisons suivantes (1) :

1°) La procréation et l'éducation d'enfants ne se déroulent pas directement sur un marché. Même si elles impliquent un certain nombre de transactions sur le marché des biens, celles-ci ne reflètent qu'une partie des coûts de procréation et d'éducation.
Les parents sont à la fois offreurs et demandeurs d'enfants.

2°) Le choix des parents entre "s'occuper d'enfants" ou "profiter de leurs ressources (temps + argent) pour eux-mêmes" implique la prise en considération non seulement de coûts monétaires mais aussi d'un coût en temps.
D'où l'importance de la théorie de l'allocation optimale du temps de Becker qui sous-tendra les modèles que nous décrirons.

---

(1) Relevées par Willis : Journal of Political Economy, Mars-Avril 1973

3°) Le cadre du problème est le très long terme : les responsabilités des parents vis-à-vis de leurs enfants ont cours de la conception à l'âge de la majorité ; tandis que les devoirs d'aide des enfants aux parents durent jusqu'au décès de ceux-ci.

4°) La difficulté de distinguer entre les coûts "nécessaires" attribuables à chaque enfant et ceux qui déterminent leur "qualité". Dans les premiers ont peut englober tous les frais de logement, de nourriture, dans les seconds les frais de type éducatif et de création d'un environnement favorable à leur épanouissement. Les premiers seront fonction du nombre d'enfants choisis, les seconds seront propres à chaque enfant selon ses aptitudes.

5°) Le couple ne possède pas un moyen de contrôle absolu sur le choix du nombre d'enfants qu'il désire avoir. Il peut seulement influer sur sa probabilité "naturelle" de conception de manière plus ou moins effective selon la technique de contraception choisie ou au contraire selon son "zèle" à vouloir procréer.

6°) Reste la difficulté des mesures quant aux coûts et à la satisfaction relatifs aux enfants en tant qu'objets de choix du "comportement procréateur" du couple.
Pour les coûts, la meilleure mesure semble être "le concept de coût d'opportunité", c'est-à-dire la valeur de ce à quoi les parents renoncent pour avoir un enfant supplémentaire.

Pour la satisfaction, il faudra prendre en considération les différentes "caractéristiques" propres aux enfants et qui influent sur le niveau d'utilité du couple.

* Le principe de la spécifité du problème du "comportement procréateur" du couple étant admis, la validité des modèles que nous décrirons est soumise à l'acceptation des quatre postulats suivants :

- Le comportement "procréateur" du couple, c'est-à-dire son choix quant au nombre et à l'espacement des naissances, est l'expression de ses préférences pour les enfants.

- Si l'on suppose
  . donnés
  . quantifiables pour une tranche de vie donnée
  . et connus du couple les éléments suivants :

  à savoir :
  . les techniques de contraception et leur coût
  . la mortalité infantile
  . la probabilité "naturelle" pour un couple de donner naissance à un enfant
  . le flux de revenus attendus par le couple.

  On peut affirmer que les préférences des parents seront "contraintes" par leurs ressources et les différentes possibilités matérielles d'emploi de celles-ci.

- Ces ressources impliquent des "sacrifices" - mesurés en coûts d'opportunité - que les parents doivent s'apprêter à faire s'ils décident d'élever un certain nombre d'enfants plutôt que de jouir de leurs ressources pour eux-mêmes.

- Par contre, l'acte de procréation et l'existence même des enfants leur procurent une satisfaction directe et aussi des "services" (l'aide des enfants aux parents, particulièrement s'ils travaillent) variables avec l'âge des enfants et la situation de la famille.

* Avant de présenter concrètement les différents modèles qui tâchent de formaliser le comportement procréateur du couple, il nous semble bon de les situer par rapport aux derniers développements de la micro-économie dont ils tirent leur inspiration, à savoir :

1°) l'investissement en k - humain. (1)

Dans les modèles décrits ci-dessous, l'enfant sera considéré comme une forme de k - humain.
Très coûteux, sous forme de prestations et de biens à lui consacrer, il procure cependant de nombreux"services" lorsqu'il grandit. Ce dernier point de vue peut être très important pour les familles qui disposent d'un revenu qui correspond à peine au niveau de subsistance.
Pour les familles jouissant d'un revenu supérieur, l'aspect "services rendus par les enfants" passe au deuxième plan après la satisfaction directe retirée de la présence des enfants.

2°) Théorie de l'allocation du temps.

Cette théorie, pierre angulaire des modèles décrits ci-dessous, consiste à expliquer la décision par les individus de répartir le temps dont ils disposent entre les activités lucratives (qui leur permettent d'atteindre un certain niveau de consommation et les activités non-lucratives (qui leur permettent de jouir de la possession de biens acquis).

---

(1) lire Capital-humain

Cette théorie implique que les coûts du consommateur révêtent la double forme :

- d'un prix monétaire (identique à celui de la théorie traditionnelle du consommateur)
- d'un prix en "temps" consacré à l'acquisition et à la jouissance des biens.

Elle permet donc de tenir compte par exemple de la valeur du temps que la ménagère consacre aux tâches domestiques de la famille, que la théorie traditionnelle du consommateur n'a pas formalisé.

3°) Le concept de fonction de production familiale.

La famille peut être assimilée à une unité de production, les inputs étant les biens de consommation achetés sur le marché et le temps que les différents individus consacrent aux tâches domestiques.
La combinaison de ces "inputs" déterminent la "production" de "biens de base" qui déterminent directement le niveau de bien-être de la famille.
Cet outil analytique permet d'intégrer la théorie de l'allocation du temps.

En effet, pour pouvoir maximiser son niveau de bien-être, la famille devra optimiser simultanément l'affectation de ses ressources matérielles et temporelles, et donc son niveau de production pour les différents "biens de base".

°
° °

II - PREMIER MODELE : A new approach of the Economic Theory of Fertility Behavior.

R.J. WILLIS

1. Introduction

Ce modèle se base sur la théorie de l'allocation du temps de Becker. (1)

Il repose sur les principales hypothèses suivantes :

- on ne considère qu'une seule période de temps ;
- les décisions sont prises dans un univers supposé certain (non stochastique) ;
- la famille optimise son comportement "procréateur" sur toute sa durée d'existence ("life-time cycle") ;
- le niveau de bien-être de la famille n'est pas une fonction directe de sa consommation, mais bien de la transformation de celle-ci en "biens de base" qui, eux, déterminent directement le niveau d'utilité de la famille.

  Ces biens de base sont, par exemple : la bonne santé, les temps de loisir, la satisfaction de pouvoir être entouré par les enfants, etc...

2. Le Modèle

Willis suppose l'existence :

1°) d'une fonction d'utilité familiale

(W.1.) $U = U(Z_i)$ où Z_i $(i = 1,n)$ sont les "biens de base"

(1) A theory of the allocation of time. The Economic Journal September 1965.

2°) d'une fonction de production familiale :

$$(W.2.) \qquad Z_i = f^i (t_i, x_i)$$

où $t_i = (t_{ij})$ est le vecteur-temps que les individus ($j = 1, \ldots, v$) consacrent à l'output z_i

$x_i = (x_{ik})$ est le vecteur-input de biens ($k = 1, \ldots, m$) consacré à la production de Z_i.

. Parmi ces "biens de base" il en est un qui nous intéresse tout particulièrement : Willis le nomme "Child Services".

Il s'agit de la "qualité" totale des enfants que l'on suppose "produite" par la famille.

La fonction de production de celle-ci s'exprime :

$$(W.3.) \qquad C = N.\ Q = f\ (t_e, x_e) \qquad (1)$$

où C est le "flux de services" total rendu par les enfants

N est le nombre d'enfants

Q est la "qualité" produite pour un enfant

t_e et x_e représentent, dans l'ordre, les montants totaux de temps et d'inputs matériels consacrés aux enfants.

---

(1) On ne peut écrire (W.3.) que si $Q = f\ (\frac{t_e}{N}, \frac{x_e}{N})$ est une fonction linéairement homogène.

. Willis suppose en outre, l'existence d'une fonction de production familiale de la satisfaction qui n'est pas dûe à la présence des enfants dans la famille.

Elle s'écrit :

$$\text{(W.4.)} \qquad S = g\,(t_s, x_s)$$

où S est la satisfaction de la famille retirée de tous les biens sauf des enfants,

t_s et x_s sont les vecteurs totaux affectés à la production de S,

g est une fonction homogène.

. La fonction d'utilité familiale (W.1.), peut désormais se réexprimer :

$$\text{(W.5.)} \qquad U = U\,(N, Q, S)$$

. Cette formulation permet dès à présent, d'entrevoir que le niveau maximum de bien-être de la famille, va dépendre de sa production maximale de C (= N, Q) et de S. sous contrainte de ses ressources disponibles.

Il nous reste donc à préciser les contraintes du modèle quant aux ressources.

Pour cela, il faut supposer préalablement :

a) que les deux époux peuvent vendre leur force de travail sur le marché ;

b) que seul le temps de l'épouse (1) est "productif" au sein du ménage ;

c) que les prix sont fixes, pour la période considérée, de manière à pouvoir agréger les biens par un indice de prix.

Moyennant ces hypothèses, on peut formuler

a) <u>la contrainte budgétaire</u> :

$$(W.6.) \qquad Y = H. + W.\ L = p.x$$

où Y représente les ressources totales du ménage

H représente les gains du mari (= dotation en richesse + revenus du travail)

W, L sont respectivement le taux de salaire et le temps de travail de l'épouse.

---

(1) Le modèle est théoriquement extensible au cas où l'on désirerait considérer le travail de l'homme "productif" au sein du ménage.

b) <u>la contrainte temporelle</u>, qui ne dépendra - vu les hypothèses exprimées plus haut, - que de la répartition du temps de l'épouse entre son ménage et le marché du travail.

$$(W.7.) \qquad T = t + L$$

où T est le temps total disponible pour l'épouse, pour la période considérée

E est son temps passé au sein du ménage

L est son temps vendu sur le marché du travail.

. On peut résumer ces contraintes sur la capacité de satisfaction de la famille, par la fonction implicite :

$$(W.8.) \qquad \Phi\,(N.Q,\ S,\ H,\ K,\ T) = 0$$

qui s'interprête comme suit :

Etant donnés , H = les gains du père de famille
, T = le temps total disponible de l'épouse et son affectation
, K = le niveau de formation de l'épouse (1)
, S = un niveau de production choisi par la famille, pour le bien de base "satisfaction autre que celle des enfants",

Alors, (W.8.) - la fonction de possibilités de production - nous renseigne sur le maximum (N.Q) détenable. Selon cette formulation, la démarche de la famille consiste en la simple maximisation de sa fonction d'utilité (W.5.) sous la contrainte de la fonction de possibilités de production (W.8.).

---

(1) K est supposé être un paramètre qui mesure "le niveau de Capital-Humain" acquis par l'épouse. Concrètement K se mesure en années d'études ou de formation professionnelle ; dans (W.6.) on peut exprimer W par W (L,K).

. A cette formulation implicite des contraintes proposée par Willis, nous préfèrerons la formulation explicite suivante, qui résume le comportement de la famille de façon plus concrète :

la famille maximise

$$(W.9.)\qquad U = U\,(N,\,Q,\,S)$$
$$= U\left[N,\,\frac{1}{N}\,f\,(t_e\,,\,x_e)\,,\,g\,(t_s,\,x_s)\right]$$

sous les contraintes :

$$(W.10)\qquad H + W.L = H + W(L,K).L = p_e x_e + p_s x_s$$

$$(W.11)\qquad T = L + t_s + t_e$$

. Cette formulation nous permet de distinguer plus aisément les variables endogènes au système - celles sur lesquelles la famille peut influer - des variables exogènes.

Il est immédiat que T, K, et H appartiennent à ces dernières ; alors que N, t_e, t_s (et donc L), x_e et x_s relèvent de la première catégorie.

Quelque soit la formulation des contraintes envisagée, il s'agit dans les deux cas de la même démarche de la famille : une "one-stage maximization".

Willis développe au contraire son modèle à partir de la démarche duale. Nous ne développerons pas cette dernière, vu la complexité technique de celle-ci ; nous nous limiterons à en révéler le fil conducteur.

. L'approche duale repose sur la définition d'une nouvelle équation qui définit la consommation réelle pour la période considérée par :

$$(W.12) \qquad I = \Pi_e \, (N.Q) + \Pi_s \, .S$$

où Π_e et Π_s sont les "shadow-prices" ou prix fictifs des biens de base C (= N.Q) et S.

Π_e et Π_s correspondent aux coûts d'opportunité relatifs au bien de base auquel ils correspondent ; ils sont fonction des variables exogènes H, K, et T.

Par conséquent I aussi est fonction de ces variables exogènes. La démarche correspondant à cette approche duale devient une "two-stage optimization" démarche (1).

1°- La famille minimise d'abord la dépense I de consommation réelle - exprimée dans (W.12.) - sous contrainte des possibilités de production - exprimées en (W.8.).

2°- Elle maximise ensuite sa fonction d'utilité (W.5.) sous contrainte de sa défense - minimisée en (W.12.).

De la première étape on déduit les fonctions explicites de I, Π_e et Π_s en fonction des variables exogènes ; de la deuxième on tire les fonctions de demande de N, Q, et S en fonction de I, Π_e et Π_s.

C'est en cela que consiste la suite de l'exposé de Willis. Pour notre part, nous ne nous y attarderons pas, mais vous présenterons directement ses résultats empiriques.

---

(1) Une démarche d'optimisation en deux étapes successives.

3. Résultats empiriques

. Contrastant avec l'extrême complexité de son modèle théorique, le modèle empirique testé par Willis se résume en une régression linéaire multiple de type :

$$(W.13.) \qquad N = d^*_o + d^*_1 H + d^*_2 K + d^*_3 (H.K.) + U^*$$

où N, H, K sont conformes aux définitions données ci-dessus.

. Il teste cette équation relativement à deux valeurs pour H :

* la première : H est la mesure monétaire du revenu du mari au moment de l'enquête. [H (NoW)] dans le tableau.

* la seconde : H est une estimation des revenus du mari en fonction de leur niveau au moment de l'enquête, de l'âge du mari au moment de l'enquête et de son niveau d'études. [H (4o)] dans le tableau.

. Il calcule aussi l'influence du trend temporel, en régressant le nombre d'enfants nés par rapport aux cohortes et cohortes au carré des femmes qui les ont enfantés.

L'influence du trend sur la natalité semble très faible (5 à 6 %).

. Willis ne donne aucune justification quant à l'insertion de sa cariable S.M.S.A.. Cette variable est une mesure du nombre d'habitants dans la localité domicilaire du couple.
Le nombre de naissances est influencé de façon négative par la densité de population existante au domicile des parents.

°

° °

. D'après le tableau de résultats, on note l'influence négative des niveaux
- d'éducation de l'épouse,
- de revenu du mari.

sur le nombre de naissances.

Le coëfficient de l'interaction entre les deux (d^*_3) est lui positif mais de valeur infime.

. Remarquons au passage que les R^2 plafonnent à .046, ce qui veut dire que même si les coëfficients sont significatifs, le pourcentage d'explication du modèle est mince.

TABLEAU : W.I.

Régressions sur la fertilité réelle en milieu urbain - échantillon portant sur des femmes de race blanche âgées de 35 à 64 ans - extrait du recensement de 1960.

	Cohort	$Cohort^2$	d^*_1 (H)	d^*_2 (k)	d^*_3 (Hk)	SMSA	Constant	R^2
1. Pure trend	.05596	.00150	...	...	...	...	2.60838	.00854
	(6.65)	(4.66)						
2. H(NOW) ED	.05983	.00132	-.06898	-.14206	.00617	-.08111	4.38947	.04389
	(7.09)(1)	(4.13)	(4.09)	(14.31)	(4.71)	(7.15)		
3. H(40) ED	.06004	.00124	-.24836	-.17572	.02023	-.07243	4.83269	.04656
	(7.23)	(3.88)	(7.35)	(13.97)	(7.33)	(6.17)		

(1) test en t.

III - DEUXIEME MODELE : Education et Derived Demand for Children.

R.T. MICHAEL

1. Introduction

Ce modèle ne résoud pas le problème global du choix du nombre d'enfants pour un couple.

Il tâche simplement de montrer dans quelle mesure ce choix est influencé par le niveau d'éducation du couple.

Dans ce cadre limité, R.T. Michael poursuit deux objectifs :

- dégager l'influence du niveau d'éducation du couple sur son attitude quant à la procréation,
- capter cette influence à travers un comportement particulier : le choix de la méthode contraceptive employée par le couple.

L'état actuel de la théorie et des données empiriques qui la concernent ne permettent pas encore la construction d'un modèle théorique qui soit testable empiriquement.

Nous nous contenterons d'un modèle purement théorique, à partir duquel nous tâcherons de dégager les canaux par lesquels le niveau d'éducation du couple influe sur son comportement procréateur. Le travail empirique de Michael consiste en une vérification de l'exactitude des facteurs d'influence dégagés, par la présentation d'une série de coëfficients de corrélation et de régression entre ces facteurs.

2. Modèle théorique

. Soit la fonction d'utilité intertemporelle de la famille

(M.1.) $U = U(Z_{it}, \ldots, Z_{nt}) \quad t = 1, \ldots h$

où Z_{it} est la quantité du "bien de base" consommée au temps t.

. Soit la fonction de production familiale du "bien de base" i pour une période de temps donnée t :

(M.2.) $Z_i = f_i(x_i, T_{ij}) \quad j = 1, \ldots k$

où (x_i) est le vecteur de biens de consommation acquis sur le marché et destiné à la production du "bien de base" Z ;

T_{ij} est un élément du vecteur temps que le j$^{\underline{o}}$ membre de la famille consacre à la jouissance et à la production du "bien de base" Z_i.

. Remarque : Production et jouissance des biens "Z_i" sont inséparables ; ces biens sont donc non-interchangeables entre individus d'une même famille.

. Soit la contrainte budgétaire de la famille

(M.3.) $$\sum_{t=i}^{h} \sum_{i=1}^{n} x_{it} \frac{p_{it}}{(1+r)^t} =$$

$$\sum_{t} \sum_{j} \left[\frac{W_{jt}}{(1+r)^t} \cdot TW_{jt} + \frac{V_{jt}}{(1+r)^t} \right]$$

. et la contrainte temporelle

$$(M.4.)\quad \sum_{i=1}^{n} T_{ij} + TW_{ij} = T \qquad \forall_j$$

où p_{it} est le prix d'acquisition du bien i au temps t

W_{it} est le revenu du travail de l'individu j pour la période t

V_{ji} représente les autres revenus de l'individu j pour la période t

T_{ij} représente le temps consacré à la consommation et la jouissance du bien Z_i par l'individu j

T est le temps total disponible par individu pour un horizon de temps donné.

. La famille maximise (M.1.) sous contrainte de (M.2.), (M.3.) et (M.4.).

Reste à expliciter le phénomène de simultanéité de la jouissance et de la production des Z_i.

Pour cela, il nous faut distinguer certaines fonctions de production d'après le "bien de base" produit.

Pour la facilité, nous supposerons qu'il n'y a qu'une seule période de temps.

1°) La fonction de production du bien de base "vie de famille" (Z_1)

$$(M.5.)\quad Z_1 = f_1\,(x_1, T_{1j}, C) \qquad j = 1 \ldots k$$

où C est le flux de services des enfants qui permet la production de Z_1.

C est ici un bien intermédiaire de f_1 qui est produit par un "stock" d'enfants "de qualité" donnée.

On peut supposer que C est une fonction proportionnelle du nombre d'enfants de la famille.

$$(M.6.) \qquad C = \alpha N$$

où α varie entre différentes familles
reste constant à l'intérieur d'une famille donnée

N représente le nombre d'enfants

2°) La fonction de production du "bien de base" "qualité des enfants" (Q)

$$(M.7.) \qquad Q = Q \, (x_Q , T_{Qj} ; e)$$

où e est l'environnement auquel les enfants sont exposés.

3°) La fonction de production du "bien de base" "jouissance sexuelle" (Z_2) (1) est conforme à (M.2.).
Son importance est relative à la probabilité de conception d'un couple fécond.
Etant donné $Z_2 > 0$, un couple fécond a une probabilité positive de concevoir un enfant.

4°) La fonction de production de la "probabilité de conception" (P)

$$(M.8.) \qquad P = f_3 \; (x_P , T_P ; Z_2 , F)$$

où P est la probabilité de conception par unité de temps
F représente la fécondité naturelle du couple

$\delta P / \delta F > 0$ et $\delta P / \delta Z_2 > 0$

(1) R.T. Michael parle de "sexual gratification".

Directement liée à cette fonction, correspond l'équation de la dépense relative à la production de la probabilité de conception pour des niveaux donnés de Z_2 et F.

$$(M.9.) \quad G\Big|_{Z_2,\, F} = \pi_P\,(P - P^*) = x_P \cdot p_x + T_P \cdot p_t$$

où π_p est le prix unitaire pour une variation de P

P^* représente le niveau "naturel" de P

p_x et p_t est le prix des inputs et du temps investi pour faire varier P.

- Remarque : Le prix π_p est <0 (ou >0) selon que le couple tâche de diminuer (ou d'augmenter) P jusqu'à ce qu'elle soit $< P^*$ ($> P^*$).

- On peut visualiser ce modèle à travers le graphique suivant. On peut le construire en deux étapes :

<u>1ère étape</u> : Analyse du bénéfice net (B) que procure un enfant supplémentaire pour une famille.
Il s'agit d'une analyse coûts-bénéfices, actualisée.

Si le résultat est >0, le couple tâche d'augmenter son P.

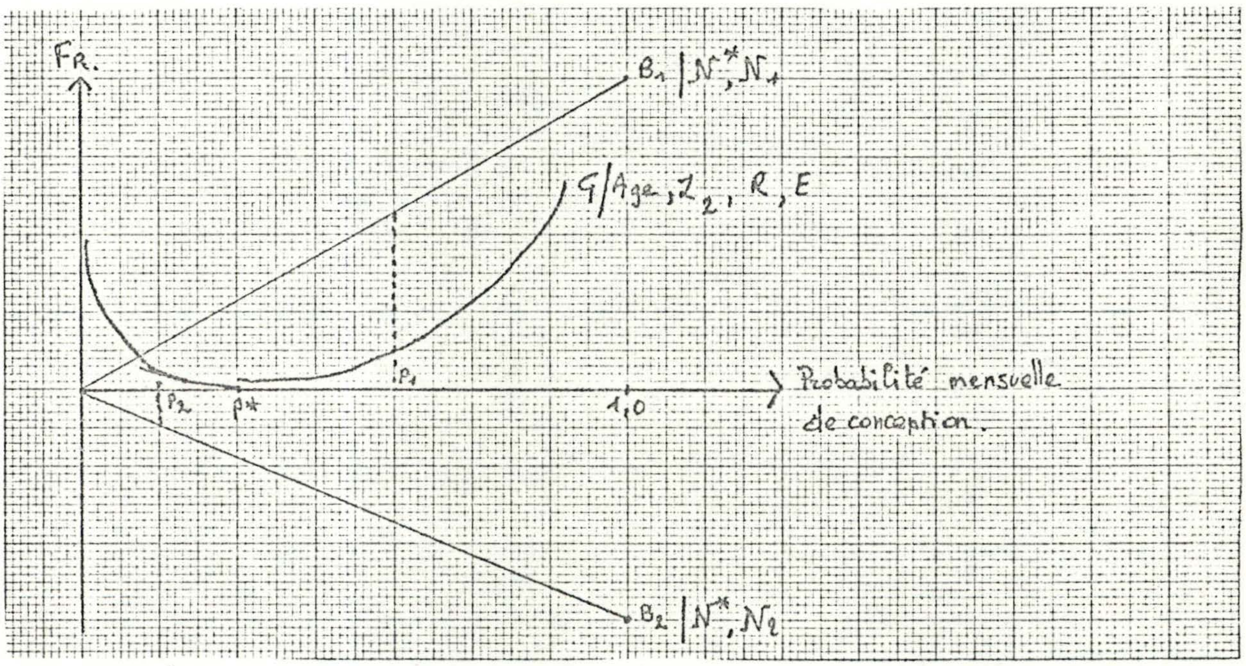
Si le résultat est <0, le couple tâche de diminuer son P.

<u>2ème étape</u> : On établit ensuite la fonction du coût de variation de P étant donné Z_2, l'âge, la religion et le niveau d'éducation des parents.

Il suffit alors - lorsque B est $>$o, de maximiser les recettes moins les coûts ;

- lorsque B est $<$o, de minimiser la somme des coûts.

GRAPHIQUE M.I.



PS N* = le nombre d'enfant que la famille aurait sans influer sur P.

3. Canaux d'influence

Ce qui intéresse Michael, dans la construction de ce modèle théorique, c'est qu'il permet de dégager un certain nombre de "canaux" par lesquels le niveau d'éducation du couple va influer sur son choix du nombre d'enfants.

Ces canaux sont essentiellement :

- la fonction d'utilité,
- les contraintes budgétaire et temporelle,
- les fonctions de production "de biens de base".

1°) La fonction d'utilité

Ici, le théoricien doit avouer son impuissance ; il n'existe pas à proprement parler de théorie des préférences.
On admet cependant que celles-ci doivent être influencées par l'expérience des individus - donc par leur niveau d'éducation.
On ne peut cependant établir a priori ni le sens ni la force de cette influence.

2°) La contrainte des ressources "budgétaires" et "temporelles" de la famille

L'influence du niveau d'éducation semble se traduire comme suit sur cette contrainte :

a) plus le niveau d'éducation des parents croît, plus ceux-ci augmentent leur capacité à recevoir de gros salaires ;

b) or, le coût d'opportunité du temps consacré aux enfants varie dans le même sens que le salaire des parents ;

c) donc, les parents tendront à avoir moins d'enfants. Lorsque leur niveau d'instruction s'élève.

Ceci semble se vérifier à travers le modèle empirique de Michael.

3°) La fonction de production

Dans le cas de la fonction de production de "biens de base" on suppose que l'influence du niveau d'éducation des parents joue de la même manière que sur le marché du travail.

Or, sur ce dernier, un accroissement de niveau d'éducation des parents conduit à un accroissement de leur productivité (qui se traduit par une augmentation de salaire) ; on suppose que cet accroissement a aussi lieu pour la productivité de la fonction de production familiale, même si on ne peut le mesurer en termes de salaire.

4. Résultats empiriques

Vu l'impossibilité de tester le modèle dans sa totalité - impossibilité dûe essentiellement à l'inexistence de données empiriques, - Michaël se contente de nous présenter un certain nombre de coëfficients de corrélation entre les variables du modèle, ensuite il nous propose une analyse par régression entre ces variables.

- Pour les coëfficients de corrélation, il choisit comme variables :

  * le niveau d'éducation de chacun des enfants ; cette variable est mesurée par le nombre d'années d'études que chacun a fait.

  * la probabilité mensuelle d'avoir une grossess pendant l'intervalle qui sépare le mariage de la naissance du 1er enfant, puis entre le 1er et le 2e enfant, etc... :

    Cette probabilité est fixée à 0,20 pour les couples ne recourrant pas aux moyens contraceptifs ; pour les autres couples, elle est estimée par enquête et est spécifique au moyen contraceptif utilisé.

Les résultats indiquent une corrélation positive :

* entre le niveau d'éducation de l'épouse et les revenus du mari,
* entre le niveau d'éducation du mari et le montant de ses revenus,
* entre les niveaux d'éducation de chacun des conjoints.

Ils indiquent, au contraire, une corrélation négative :

* entre la probabilité de naissance mensuelle et le niveau de revenu du couple,
* entre cette même probabilité et le niveau d'éducation de chacun des époux.

En résumé, on peut affirmer d'après ces résultats que :

1°) " Plus la "richesse" monétaire et intellectuelle d'un
" couple augmente,
" plus celui-ci diminue sa probabilité de donner nais-
" sance à un enfant." (Les 3 premières colonnes à partir de la 4e ligne, pour chaque échantillon)

2°) " Plus les individus influent sur leur probabilité de
" conception par l'emploi de moyens contraceptifs p.ex.,
" plus le nombre d'enfants qu'ils souhaitent est corrélé
" avec leur probabilité de conception. (Colonne 3 à partir de la 4e ligne)

Ci-dessous, les résultats concernent deux échantillons :
Le premier ne comprenant que des femmes blanches non-catholiques âgées de 25 à 29 ans ; le second ne comprenant que des femmes aux caractéristiques identiques, mais de race noire.

TABLEAU M.I. Coëfficients de corrélation simple (à diviser par 1.000)

	FEMMES DE RACE BLANCHE				FEMMES DE RACE NOIRE			
	Revenus du mari	Niveau d'éducation de l'épouse	Niveau d'éducation du mari	Nombre d'enfants espérés	Revenus du mari	Niveau d'éducation de l'épouse	Niveau d'éducation du mari	Nombre d'enfan espéré
Pour toutes les femmes:								
Niveau d'éducation								
-de l'épouse	319	...	...	-236	323	...	...	-348
-du mari	374	647	...	-172	400	630	...	-276
Date de mariage	092	514	353	-273	033	305	342	-398
Intervalle: mariage - 1° naissance								
Pas de méthode contraceptive	-112	-236	-271	123	-034	-180	-075	206
Probabilité de naissance (toutes)	-116	-243	-278	126	-044	-190	-095	210
Idem (rien que parmi celles qui emploient une méthode contrac.)	-071	-166	-157	072	-224	-180	-366	076
Intervalle : 1° - 2° naissance								
Pas de méthode contraceptive	-079	-168	-136	159	-145	-270	-139	104
Probabilité de naissance (toutes)	-079	-177	-146	167	-155	-280	-152	103
Idem (rien que parmi celles qui emploient une méthode contrac.)	001	-145	-168	132	-157	-163	-189	-008
Intervalle : 2° - 3° naissance								
Pas de méthode contraceptive	-007	-095	-015	087	-211	-374	-223	201
Probabilité de naissance (toutes)	-005	-106	-021	092	-227	-385	-237	208
Idem (rien que parmi celles qui emploient une méthode contrac.)	021	-135	-081	075	-213	-180	-202	099

- Par la régression linéaire multiple, Michaël tâche d'évaluer l'influence des variables telles que :

  1°) le niveau d'éducation de l'épouse,

  2°) le niveau d'éducation du mari,

  3°) le nombre d'enfants espérés par le couple,

  sur la probabilité mensuelle de conception du couple.

  Les coëfficients obtenus sont significatifs, mais le pourcentage d'explication des variables explicatives reste très faible (.09) au maximum.

  Ci-dessous, les résultats correspondants aux mêmes échantillons que ceux repris pour les coëfficients de corrélation.

./.

TABLEAU M.II. Analyse par la régression

	A. Couples employant ou non les moyens contraceptifs				B. Couples n'employant pas les moyens contraceptifs			
	Niveau d'éducation de l'épouse	Niveau d'éducation du mari	Nombre d'enfants espérés par le couple	R^2 (s.e.e.)	Niveau d'éducation de l'épouse	Niveau d'éducation du mari	Nombre d'enfants espérés par le couple	R^2 (s.e.e.
Femmes âgées de 25 à 29 ans								
Femmes de race blanche :								
1° intervalle	-44.41	-71.96	5.26	.089	-3.99	-2.55	0.31	.033
	(28.58)**	(21.29)	(3.64)	880.*	(3.46)	(2.62)	(0.44)	77.
2° intervalle	-44.07	-19.55	9.05	.049	-1.84	-4.02	0.86	.043
	(28.53)	(20.66)	(3.67)	810.	(3.32)	(2.35)	(0.45)	77.
3° intervalle	-49.27	20.19	4.27	.018	-5.36	0.02	0.39	.020
	(34.17)	(25.70)	(4.92)	780.	(4.37)	(3.27)	(0.69)	85.
Femmes de race noire :								
1° intervalle	-84.77	23.64	9.65	.064	5.27	-19.07	-0.04	.140
	(51.01)	(41.44)	(4.78)	887.	(7.31)	(6.21)	(0.70)	90.
2° intervalle	-134.81	7.10	2.13	.080	-4.82	-6.08	-0.27	.042
	(49.99)	(39.72)	(4.77)	827.	(7.28)	(5.53)	(0.63)	90.
3° intervalle	-168.89	-22.86	7.07	.166	-5.64	-6.52	0.40	.054
	(51.41)	(40.29)	(5.00)	785.	(7.33)	(5.45)	(0.69)	90.

* = Erreur standard de l'estimation
** = Erreur standard entre ( )
P.S. Version anglaise pour les nombres.

IV. - CRITIQUE et CONCLUSION

Face à ces modèles, nous avons un certain nombre de critiques à émettre.

Etant donné qu'au-delà des apparences des formelles, ces deux modèles reposent sur les mêmes fondements, nous éviterons toute redondance, et nous ne vous présenterons qu'une seule critique : pour le modèle de Willis, nous tâcherons de critiquer le "fonds" du modèle ; pour celui de Michaël, qui peut être interprèté comme un cas particulier du premier, nous tâcherons d'en critiquer les données.

En pratique, la critique attribuée au premier modèle pourrait l'être au second et vice-versa.

1. Modèle de Willis

* Parmi les hypothèses de Willis, nous tenons à relever celle-ci : "la famille optimise son comportement procréateur" (1).

Sans cette hypothèse, son modèle n'a plus de raison d'être.

Cette hypothèse nous semble hardie à tout le moins deux égards :

- La décision de procréer peut être fortement influencée par la conformité (plus ou moins obligée) des individus à certaines valeurs sociales.
  Nous pensons à deux cas extrêmes : - la religion peut interdire certains moyens de contrôler leur taux de procréation à leurs adeptes ;
  - les individus vivant dans une société prônant une certaine forme de confort matériel, adapteront leur comportement procréateur à cette contrainte sociale, et renonceront à toute "optimisation" du niveau individuel.

(1) Voir 1ère Partie - Section II : Introduction.

. Outre les valeurs sociales,le problème de la procréation pourrait aussi relever de valeurs subjectives individuelles qui échappent à l'analyse économique.

Pour nous faire comprendre, voici un exemple qui essaie de mettre en lumière l'importance de ces valeurs subjectives dans un tout autre domaine : l'art.

- Soit la vente d'un tableau artistique et les comportements acheteurs d'un spéculateur et d'un collectionneur-amateur d'art.

Si la science économique permet d'expliquer le comportement du premier (qui va maximiser son espérance mathématique de gain) ; le comportement du second procède de critères qui lui sont étrangers.

De la même manière, il se peut que la conception d'un enfant ne soit soumise à aucune analyse "coûts-bénéfices" préalable ..... mais relève de critères d'un autre ordre !

La vérité se situe probablement entre ces deux pôles.

* Le modèle procède ensuite par la construction d'une fonction de production familiale théorique.

Cette construction permet de préciser le fait que la famille ne tire pas sa satisfaction directement des biens achetés, mais plutôt de "biens fictifs" produits par elle. En ce sens, cette construction nous paraît très heureuse.

L'inconvénient est que son degré d'abstraction ne permet de définir de manière très précise :
- ni les biens produits,
- ni la forme de leur fonction de production,
- ni la fonction qui détermine les "prix fictifs" de ces produits.

D'où le fait que le modèle de Willis échappe à toute vérification empirique très précise.

Nous accepterons donc ce modèle comme une réussite quant à la formalisation d'une réalité difficile à cerner.

Nous ne pourrons l'accepter comme modèle "explicatif" de l'attitude du couple quant à la procréation, que lorsque certaines vérifications empiriques permettront de préciser la nature des relations (1) entre les variables artificiellement créées dans le modèle.

Nous pensons surtout ici au type de relation qui devrait lier les variables exogènes du modèle aux "prix fictifs" de Capteyn (le flux de services rendus par les enfants) et de Seneca (la satisfaction de tous les autres biens).

De plus, si le modèle, dans sa forme empirique actuelle résiste à une vérification en "cross-section", nous ignorons q'il passerait l'épreuve en temps.

2. Modèle de Michaël

* La variable dépendante du modèle de Michaël est la probabilité mensuelle de conception attribuée à chaque technique contraceptive : il s'agit donc d'une probabilité théorique, calculée par enquête.

Michaël attribue donc, à chaque couple, une probabilité de conception, en fonction de la technique contraceptive qu'il emploie. Cela veut dire qu'il accepte l'enquête préalable puisque tous ses résultats reposent sur elle ; cet acte de foi, nous ne sommes pas prêt à le faire sans connaître les modalités de réalisation de cette enquête.

---

(1) Entendons la "spécification économétrique.

(2) On peut, de la même manière, critiquer la fonction de production $C_1\big|_{Z_{2_i}F}$ et les fonctions de coûts $B\big|_{N^*,N_1}$ du modèle de R.T. Michaël.

* Quant à la variable "niveau d'éducation", Michaël la mesure en "nombre d'années d'étude", il s'agit là en soi d'un choix qui a sa part d'arbitraire ; et rien ne nous prouve qu'il ne mesure pas plutôt "l'appartenance sociale" des individus à certains groupes de la société.

  Les règles de comportement de ces groupes pourraient tout aussi bien que le niveau d'étude des individus, influer sur leur comportement procréateur.

* Pour terminer, nous soulignerons le fait que ces modèles tâchent d'analyser un comportement "économique" des individus, tandis que leur vérification empirique ne peut que cerner de près le comportement "sociologique" de ceux-ci.

  De toute évidence, ces modèles chevauchent la frontière entre "l'économique" et "le sociologique" ; l'apport de ces deux sciences sera nécessaire tant au niveau de la vérification des hypothèses de base qu'à celui du raffinement des modèles empiriques présentés.

°

° °

2ème PARTIE

LES ECHELLES D'EQUIVALENCE

I. - INTRODUCTION

Comme nous l'avons vu dans la 1ère partie, les modèles qui cernent le comportement des familles quant à leur choix du nombre optimal d'enfants, ne permettent aucune vérification empirique très précise.

Tout au plus, les modèles présentés ont-ils établi qu'il existait un lien entre certaines variables socio-économiques telles que la probabilité qu'a un couple de concervoir un enfant, et son niveau de revenu ou son niveau de formation en k-humain.

Dans cette deuxième partie, nous supposerons le choix du nombre d'enfants résolu par ailleurs.

Nous nous limiterons à analyser les conséquences de ce choix sur le niveau de bien-être des individus appartenant à une même famille.

Plus explicitement, l'objet de cette deuxième partie est le suivant : de combien faut-il faire varier le revenu d'une famille dont la taille croît pour la maintenir - ou plus exactement pour maintenir les individus qui la composent - au même niveau de bien-être qu'auparavant ?

Répondre à cette question, c'est supposer - que le niveau de bien-être est comparable entre les individus ;

- que la famille constitue une unité de consommation au sein de laquelle des économies d'échelles peuvent être réalisées lorsque sa taille augmente.

Autant d'hypothèses nécessaires à la construction d'une échelle d'équivalence qui constitue, par définition, la réponse à notre question. Tout au long des trois sections de cette 2ème partie, nous présenterons trois méthodes qui permettent de construire des échelles d'équivalence.

Il s'agira successivement des modèles de Friedman, Sénéca-Taussig, et Kapteyn-van Praag.

Dans une quatrième section, nous tâcherons de vous présenter une critique de ces échelles.

Au terme de cette critique, nous présenterons l'échelle d'équivalence que nous emploierons pour la partie empirique de ce travail.

Ce choix ne se justifie que par le fait qu'il est impossible (dans l'état actuel des publications économiques belges) d'exploiter un des modèles présentés pour construire une échelle d'équivalence propre à la population belge.

°

° °

II - MODELE de FRIEDMAN : A method of comparing incomes of families differing in composition. (1952) (1)

1. Introduction

Pour pouvoir comparer des niveaux de bien-être et des revenus de familles de tailles différentes, il faut pouvoir, selon Friedman, isoler l'influence de la taille de la famille sur la structure de sa consommation totale.

Ceci ne peut se faire qu'à l'intérieur de groupes où les habitudes de consommation des individus sont homogènes.

Friedman ne précise pas si ces groupes sont repérables dans la société, et en suppose a priori l'existence.

Il propose deux types d'approche de ce problème de comparaison :

a) On classifie la population en sous-groupes à l'intérieur desquels tous les ménages ont la même taille.
   Il suffit alors d'analyser les caractéristiques de la consommation à l'intérieur de chaque sous-groupe.

   On peut alors attribuer la différence de résultats obtenus entre les différents sous-groupes à l'influence de la taille familiale.
   (SENEÇA & TAUSSIG suivront cette démarche (2)).

---

(1) L'original de ce papier date de 1935 et a été conçu plutôt dans une optique d'analyse de la consommation que dans le cadre d'une étude de type "welfariste" ; on peut le considérer comme la référence théorique de base pour la construction des échelles d'équivalence.

(2) Voir infra.

b) L'autre possibilité est de tâcher d'approximer la composition de la famille par une variable quantitative.

On étudie alors la structure de la consommation à travers toute la population en l'expliquant, entr'autres, par "N" variable approximant la taille de la famille.

Tout le problème consiste en la construction de cette variable. "N" ne peut être le nombre d'individus composant la famille, sous peine de ne pas tenir compte des différences de besoins entre adultes et enfants pour un même niveau de bien-être.

On peut cependant, pour certains biens, construire des ratios entre les différents niveaux de consommation - correspondant à un même niveau de bien-être - d'individus d'âge et de sexe différents par rapport à un individu de référence ("adulte mâle") Ce sont ces ratios que Friedman appelle "AMMAIN SCALE" (Sigles de : adult - male - main - scale).
Ils vont varier d'après les biens pris en considération et le critère adopté pour établir l'équivalence de bien-être entre deux individus.

Friedman cite deux critères possibles : 1°) soit, deux individus jouissent du même niveau de bien-être pour la consommation d'un bien, s'ils peuvent y consacrer la même dépense réelle (1) ;
2°) soit il y a équivalence de bien-être entre deux individus lorsqu'ils jouissent d'un bien dans la même mesure "non-économique" (par exemple nombre de calories au point de vue nourriture).

(1) ou la même part de leur budget ; voir infra.

2. Procédure

* Friedman décrit ensuite les différentes procédures de dérivation possibles des "AMMAIN SCALES", en différenciant selon que l'on peut attribuer la consommation d'un bien à un individu ou qu'il faut l'attribuer à l'ensemble de la famille.

a) Cas où la consommation d'un bien est imputable aux individus.

- Dans ce cas, on choisit un individu de référence par exemple, un adulte masculin.

- On calcule ensuite le ratio de la dépense - pour un bien ou un agrégat de biens donnés - que l'on peut imputer à chaque individu de la famille, par rapport à celle de l'unité de référence.

- On répète l'opération pour tous les individus de chaque famille, la moyenne de ces résultats exprime "l'AMMAIN SCALE" si, et seulement si, les différents ratios calculés ne dépendent ni de la taille de la famille, ni de son niveau de revenus.

- Cette procédure se heurte à deux difficultés majeures :

  1°- difficulté d'imputation de la dépense familiale aux différents individus ;

  2°- la réalisation d'économies d'échelle pour la consommation de nombreux biens qui remet en question la condition nécessaire et suffisante, mentionnée ci-dessus.

b) Cas où la consommation d'un bien est imputable à l'entité familiale.

Dans ce cas Friedman pose d'abord une définition à partir de laquelle il explicite sa démarche.

- Définition : "Une échelle d'équivalence (1) est un ensemble de nombres,
  - attribué à des familles de différentes tailles ;
  - tel qu'il y ait une relation d'indépendance entre
    - les dépenses pour une catégorie de biens par unité d'équivalence,
    - et le revenu disponible par unité d'équivalence lorsque la taille des familles varie."

- A partir de cette définition, Friedman définit, par voie de corrolaire, ce qu'il appelle équivalence de consommation : "Si le revenu par unité d'équivalence est pris comme mesure du bien-être d'une famille, la dépense pour une catégorie de biens par unité d'équivalence est la même pour des familles de taille différente, mais jouissant d'un même niveau de bien-être."

* Ces définitions posées, Friedman choisit une unité de référence : le ménage d'adultes sans enfant ; à cette unité de référence sera arbitrairement attribuée la valeur 1 de l'échelle d'équivalence.

---

(1) Nous nous sommes permis de généraliser la définition de Friedman, il ne l'envisage que calculée à partir de la consommation de nourriture et l'appelle "FAMMAIN" (Food - Adult - Main - Scale).

- Pour cette unité de référence, il estime ensuite la relation entre ses dépenses pour une catégorie de biens et son niveau de revenu disponible.
  Il propose la relation linéaire :

$$(F.1.) \qquad D = a + b\,R \qquad \text{où } D = \text{la dépense}$$
$$R = \text{revenu disponible.}$$

- Pour tous les types de famille autres que celui de référence, cette relation doit se vérifier pour des données transformées en unité d'équivalence.
  Formellement :

$$(F.2.) \qquad \frac{D}{S} = a + \frac{b\,R}{S}$$

où S représente le nombre d'unités d'équivalence qui caractérisent une famille.

- Voici, à travers un exemple concret, la procédure que Friedman propose pour calculer ces échelles d'équivalence

  - soit la représentation générale de la pondération relative à un individu d'une famille :

    S_{ij} où i représente le rang de la personne
    j représente son sexe

  - le calcul de S_{ij} repose sur l'hypothèse selon laquelle la consommation d'un individu est une fonction continue de son âge. Elle atteint un maximum pour un âge donné et décroit ensuite ; d'où le choix d'une relation quadratique à défaut de mieux :

$$S_{ij} = c_{ij} + d_{ij}\,A = e_{ij}\,A^2$$

où A = l'âge de la personne ij.

. pour estimer les valeurs de c_{ij}, d_{ij}, e_{ij}

on part de la relation (F.2.)

que l'on transforme en (F.3.) :

$$(F.3.) \qquad D - b\,r = a.S$$

. Or dans (F.3.) S est la seule inconnue puisque :

D et R sont des données

et

b et a peuvent être estimés pour les familles dont l'unité d'équivalence vaut 1.

On exprime alors le nombre d'unités d'équivalence de chaque famille : $S = \sum_i S_{ij}$

- Soit alors, une famille comptant deux enfants (un garçon de 12 ans et une fille de 10 ans), le père et la mère formant ensemble l'unité de référence.

$$\begin{aligned} S &= 1 + S_{1m}\,(12) + S_{2f}\,(10) \\ &= 1 + a_{1m} + b_{1m}\,(12) + c_{1m}\,(12)^2 + a_{1f} + b_{1f}\,(10) + c_{1f}\,(10)^2 \end{aligned}$$

On substitue alors cette expression de S dans (F.3.) ce qui donne pour notre exemple :

$$D - b.r = a\left(1 + a_{1m} + b_{1m}(12) + (144)\,c_{1m} + a_{1f} + b_{1f}\,(10) + (100)\,c_{1f}\right)$$

et ceci peut être calculé pour toutes les familles par les moindres carrés, puisqu'il s'agit de relations linéaires par rapport aux paramètres inconnus et que nous avons une équation par famille reprise dans l'échantillon.

- Malheureusement, il nous faut signaler que ce modèle n'a pas résisté à l'épreuve empirique.

  Les principales raisons sont probablement :

  * le choix d'une relation d'Engel linéaire (F.1.) ; Phlips a suffisamment montré (1) l'inadéquation de cette hypothèse par rapport à la réalité,

  * le choix de la fonction d'âge, qui, en plus de l'arbitraire qu'elle comprend, exige un niveau d'information rarement disponible au niveau macro-économique.

°

° °

(1) Phlips : Consumption Analysis, North-Holland Publishing Company, Amsterdam 1974.

III - MODELE de SENECA & TAUSSIG : Family Equivalence Scales and Personnal Income Exemptions for Children.(1971)

1. Introduction

- C'est la part d'arbitraire dans le choix du panier de biens de référence qui est à la base de la construction d'échelle d'équivalence qui a amené Seneca & Taussig à tester la sensibilité d'une échelle au panier de biens choisi.

- Ils enrichissent l'approche de Friedman en laissant varier l'échelle d'équivalence avec le niveau de revenu des familles (1).

2. Hypothèses

1) L'hypothèse de base est l'équivalence d'un même niveau de bien-être pour deux agents économiques lorsqu'ils allouent une même part de leurs revenus disponibles à une catégorie de biens donnée.

2) De manière à pouvoir tester la sensibilité de l'échelle par rapport au panier de biens choisis, ils estimeront leurs échelles d'équivalence à partir de deux paniers de biens de référence : - la catégorie de biens de nourriture,
   - l'ensemble des biens de nécessité (nourriture + logement + habillement + transports).

3) Ils ne tiennent compte que du nombre d'individus qui composent la famille, et non de leur sexe, âge et rang (2).

---

(1) Leur choix d'une relation d'Engel quadratique les y habilitera.

(2) Seneca & Taussig ont quitté l'optique "consommation" adoptée par Friedman ; ils tâchent d'approximer l'impact de la fiscalité américaine sur la distribution des revenus par unité d'équivalence ; or, les paramètres fiscaux ne tiennent pas compte de l'âge des enfants ...

4) Ils choisissent une procédure de calcul pour l'échelle qui leur permet de tenir compte du niveau de revenu des familles.

3. Procédure

- Leur modèle repose sur une relation fonctionnelle entre la dépense pour un panier de biens donné (E_K) et le revenu disponible (Y) d'une famille.

- Le choix de cette fonction est soumis au critère suivant : l'échelle d'équivalence doit traduire le fait qu'à un niveau de revenu disponible donné, le bien-être d'une famille soit une fonction négative de sa taille.

- Le critère amène Seneca & Taussig à choisir la relation :

$$\text{(S.T.1.)} \quad E_i^k = \alpha_o + \beta_1 Y_i + \beta_2 Y_i^2 = u_i \qquad (1)$$

où E_i^k est la dépense moyenne d'un ménage de la classe de revenus i pour le k^e panier de biens

Y_i est le revenu moyen disponible de la classe i

u_i est le terme d'erreur stochastique

$\alpha_o, \beta_1, \beta_2$ sont les paramètres à estimer.

---

(1) Seneca & Taussig ont rejeté à priori la relation lg-linéaire parce qu'elle ne permettait pas faire varie l'échelle en fonction du revenu. Voir critique de HABIB infra.

- Leur estimation a été faite comme suit :

  . soit un échantillon homogène quant à la définition des habitudes de consommation,

  . Seneca & Taussig le subdivisent en sous-ensembles d'après la taille des ménages,

  . chaque sous-emsemble est alors divisé en 16 classes de revenus pour lesquelles on connaît :

    * la dépense moyenne correspondant aux différents paniers de biens envisagés dans les hypothèses,

    * ainsi que le revenu moyen disponible,

  . Ils estiment alors l'équation (S.T.1.) à partir de ces observations (une par classe de revenus) pour chaque sous-ensemble.

  . A partir des différents coëfficients obtenus pour les différentes tailles de famille, il suffit de choisir une taille de famille de référence et d'en tirer l'échelle d'équivalence.

- Mathématiquement voici comment se traduit cette procédure :

a) choix de la famille de taille 4 comme unité de référence et estimation de la fonction (S.T.1.) pour ce sous-groupe :

$$(S.T.2.) \qquad E = \alpha_o^{*4} + \beta_1^{*4}\, Y + \beta_2^{*4}\, Y^2$$

où * indique le fait que le coëfficient est estimé
et où l'indice supérieur 4 fait référence à la taille de la famille.

b) Divisons par Y, (S.T.2.) devient :

$$(S.T.3.) \qquad \frac{E}{Y} = \frac{\alpha_o^{*4}}{Y} + \beta_1^{*4} + \beta_2^{*4}\, Y$$

c) Alors, pour tout niveau de Y' d'une famille de taille "4" on peut employer (S.T.3.) pour calculer la valeur correspondante de (E/Y)' (part de son revenu qu'elle consacre à un panier de biens donné).

d) Cette part budgétaire (E/Y)', introduite dans la fonction de consommation de toute famille de taille j, nous indiquera la variation de revenu nécessitée pour maintenir la famille de taille j au même niveau de bien-être que celle de taille "4".

Ceci se fait par la résolution de

$$(S.T.4.) \qquad Y'^{j^2} + \left[\frac{\beta_1^{*j} - (E/Y)'}{\beta_1^{*j}}\right] Y'^{j} + \frac{\alpha_o^{*j}}{\beta_2^{*j}} = 0$$

e) En donnant 100 à chaque niveau de revenu (arbitrairement choisi) de la famille de taille "4", on obtient l'échelle d'équivalence du tableau (S.T.II) différenciée en fonction des niveaux de revenu.

4. Résultats empiriques

La cohérence de leurs résultats est indubitable :

1°) En ce qui concerne l'estimation des courbes d'Engel (voir tableau S.T.I.).

Outre le haut niveau de coëfficients de corrélation et le haut niveau de significativité des coëfficients, nous signalerons encore l'extrême cohérence des signes des coëfficients estimés.
Tous les β_1 positifs, et tous les β_2 négatifs : ce qui correspond à l'intuition première.
De même le choix du panier de biens semble être bien intercepté par les variables explicatives, puisque β_1 et β_2 croissent tous deux avec l'ampleur du panier de biens repris.

2°) En ce qui concerne le calcul des échelles (voir tableau S.T.II.).

A de rares exceptions près (1), les échelles d'équivalence traduisent des économies d'échelle - pour une variation donnée de la taille familiale - qui sont croissantes avec le niveau de revenu, et ceci est vrai quelque soit le panier de biens de référence.

(1) Par exemple, pour la taille "3" et les niveaux extrêmes de revenus.

TABLEAU S.T.I. - Résultats des régressions pour les courbes d'Engel

Taille des familles	α_o	β_1	β_2	R^2
A. Nourriture				
j = 2	4.136 (11.46) (1)	.148 (17.52)	-.000273 (6.79)	.992
j = 3	2.859 (7.79)	.210 (26.53)	-.000488 (14.86)	.993
j = 4	3.628 (6.27)	.214 (17.46)	-.000453 (9.12)	.984
j = (5,6,7)	5.683 (5.03)	.225 (8.92)	-.000490 (4.29)	.875
B. Biens de nécessité				
j = 2	7.710 (8.89)	.480 (23.71)	-.00117 (12.05)	.993
j = 3	5.922 (4.84)	.586 (22.26)	-.00138 (12.62)	.990
j = 4	8.772 (10.46)	.559 (31.50)	-.00118 (16.43)	.995
j = (5,6,7)	11.838 (4.37)	.558 (9.22)	-.00106 (3.85)	.901

(1) test en t.

TABLEAU S.T.II. - Calcul des échelles d'équivalence

Niveau de revenu pour des familles de taille 4	Taille familiale					
	2	3	4	5	6	7
A. Echelles relatives au panier de biens : nourriture						
$ 8,000	58.8	80.1	100.0	117.0	136.9	160.2
9,000	56.9	80.8	100.0	115.3	133.1	153.5
10,000	56.8	81.5	100.0	114.0	129.9	148.1
12,000	56.8	82.9	100.0	111.5	124.3	138.6
B. Echelles relatives au panier de biens de nécessité						
$ 8,000	63.0	86.5	100.0	110.9	122.9	136.3
9,000	63.0	88.3	100.0	110.3	121.6	134.1
10,000	63.1	89.3	100.0	109.7	120.4	132.1
12,000	64.2	90.4	100.0	108.9	118.6	129.2

°

° °

IV - Une nouvelle voie de recherche : KAPTEYN & van PRAAG

1. Préliminaire

- Contrairement à celle de Friedman ou de Seneca & Taussig, leur échelle d'équivalence ne se base plus sur différents coëfficients de fonctions de demande mais directement sur les paramètres d'une "fonction d'utilité individuelle" ("individual welfare function").

- Ils s'appuient sur deux études économétriques qui testent la "log-normalité" de la fonction d'utilité du revenu pour les individus.
  Ces test réalisés sur échantillons belges et hollandais semblent se révéler positifs (1).
  Ce sont donc les paramètres de cette fonction log-normale du revenu qui vont déterminer dans quelle mesure il faut faire varier le revenu de deux ménages de taille différente pour les maintenir au même niveau de bien-être.

2. Procédure

1ère étape : construction de la "fonction individuelle de bien-être"

* Hypothèses :

  1°) C'est une fonction de mesure qui fait correspondre à un montant donné de monnaie susceptible d'être dépensée pour l'acquisition d'un agrégat de biens de consommation, le niveau d'utilité de l'individu.

---

(1) Voir : B.M.S. van Praag : "The welfare function of income in Belgium : an empirical investigation". European Economic Review - Spring 1971, et B.M.S. van Praag & A. Kapteyn : "A further evidence on the individual welfare function of income : an empirical investigation in the Netherlands". European Economic Review - Spring 1973.

2°) L'agrégat est supposé comprendre toutes les dépenses possibles du ménage de manière à ce que l'utilité du montant de monnaie donné approche le plus possible l'utilité du revenu disponible du ménage.

3°) Cette fonction d'utilité est bornée inférieurement à 0 et supérieurement à 1.
Ce qui veut dire que l'utilité d'un revenu 0 est supposée nulle et que l'utilité maximum qu'un individu peut ressentir pour un revenu si grand soit-il est de 1.

4°) Ces trois premières hypothèses permettent à Kapteyn & van Praag de choisir la fonction log-normale du revenu comme étant celle qui exprime le mieux le niveau d'utilité d'un individu par rapport au montant du revenu dont il dispose.
Ils justifient leur choix par les bons ajustements de cette fonction qu'ils obtiennent pour des échantillons de consommateurs Belges et Hollandais.

* Thèse :

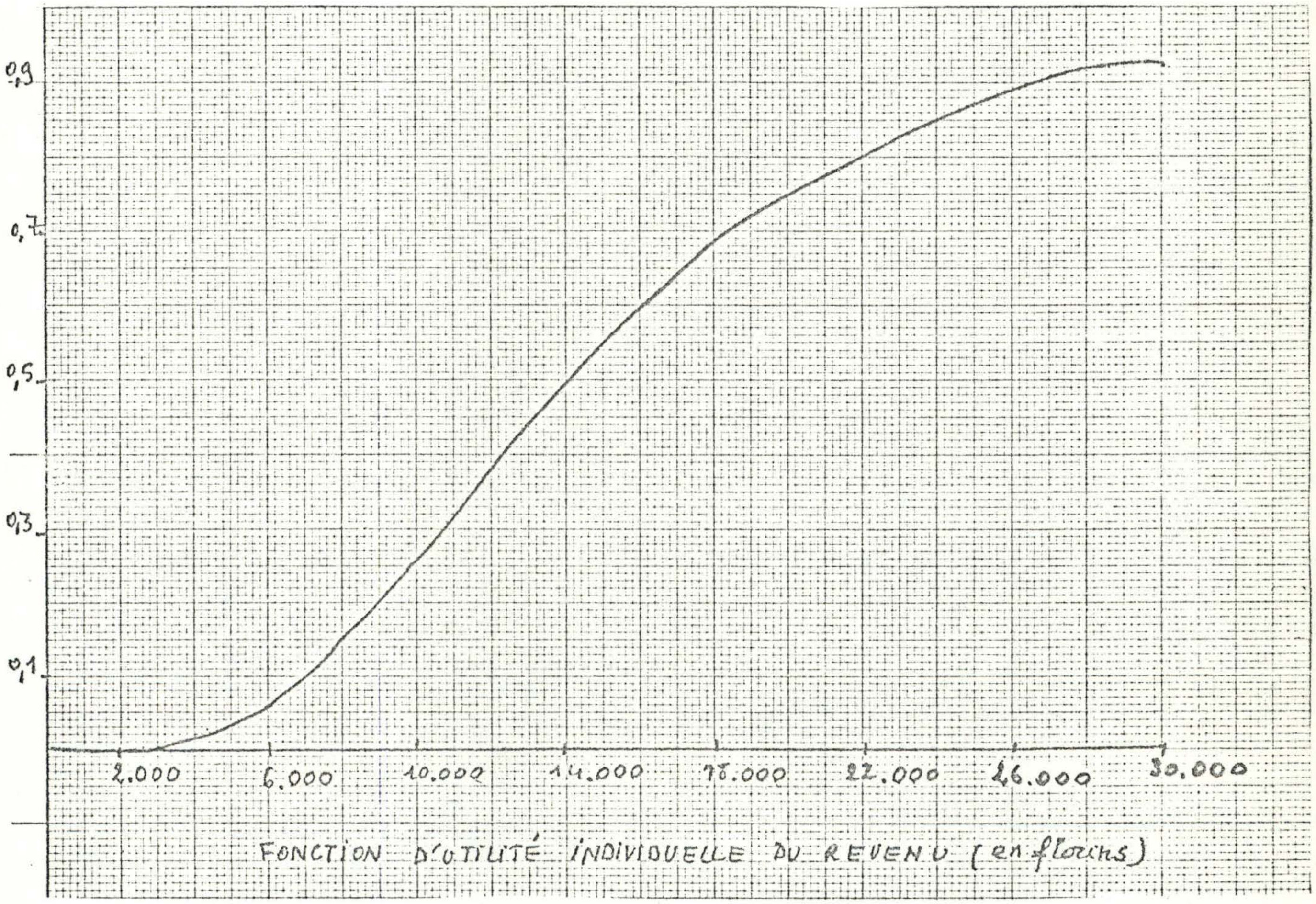
- La fonction d'utilité du revenu s'exprime donc pour Kapteyn & van Praag de la façon suivante :

$$\text{(K.v.P.1.)} \qquad U(y) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_0^y \frac{1}{t} \exp\left\{-\tfrac{1}{2}\left(\frac{\ln(t)-\mu}{\sigma}\right)^2\right\} dt = \Lambda(y;\mu,\sigma^2)$$

où $\Lambda(y;\mu,\sigma)$ est une fonction équivalente à la fonction de distribution log-normale.

Un exemple de cette fonction, calculé sur l'échantillon Hollandais nous est donné par Kapteyn & van Praag.

Graphique 1 (K.v.P.1.)



Ici $\mu = 9{,}55$ sont les paramètres moyens des 9.000 individus
$\sigma = 0{,}54$ repris dans l'échantillon.

Il y a donc un μ et un σ par individu d'où le nom " d'individual welfare function" que Kapteyn & van Praag donnent à leur fonction.

Pour le problème de l'estimation de ces fonctions, il peut être utile de consulter l'article de van Praag dans l'European Economic Review - Spring 1971.

⁎ Interprétation :

- Avant d'aller plus avant, il nous semble bon de donner l'interprétation des paramètres de cette fonction log-normale du revenu.

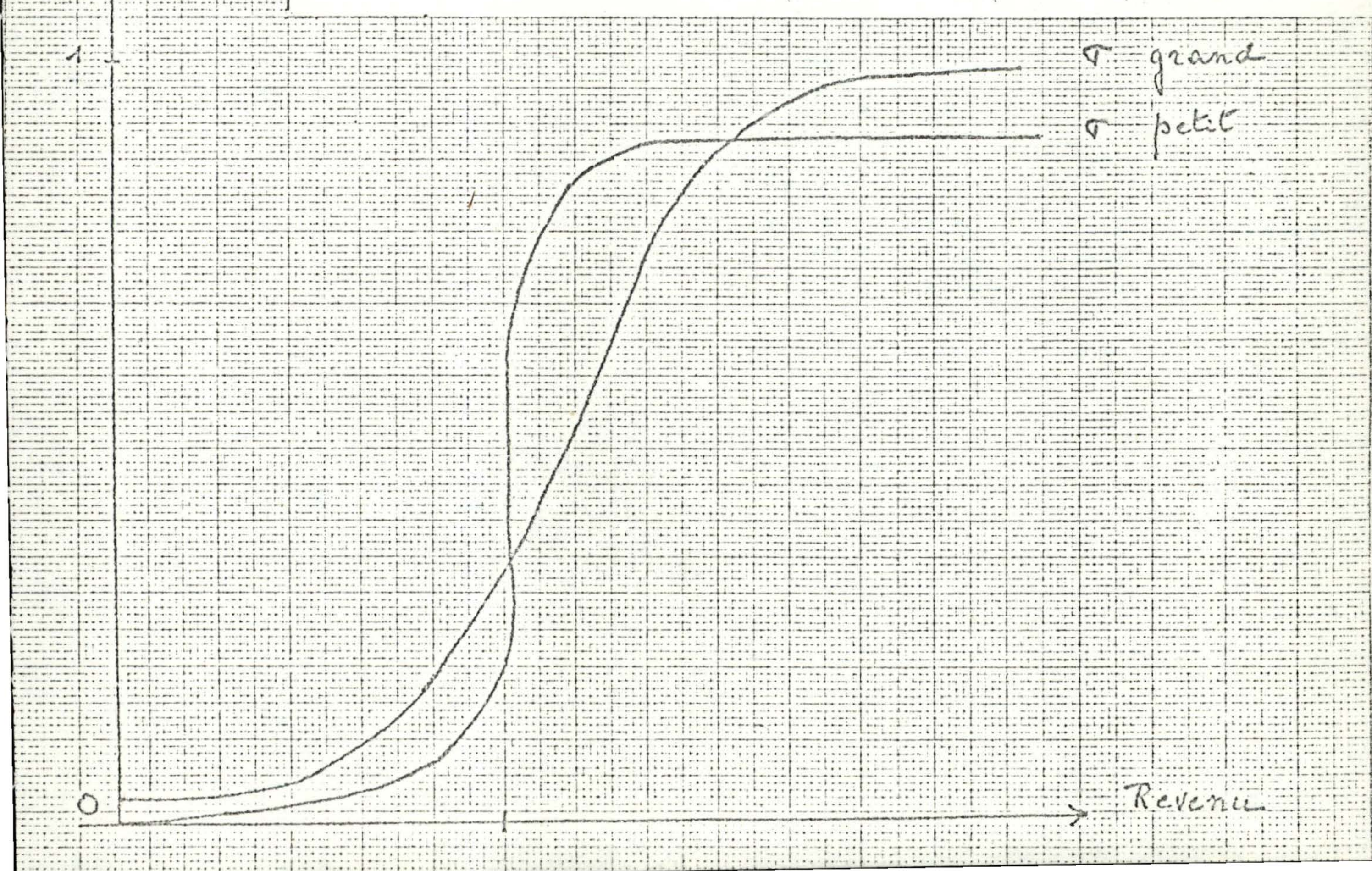
- Le paramètre σ détermine (la force (le degré de la pente de la fonction autour de la médiane des revenus (e^{μ}).

  Par convention, e^{μ} prend le nom d' "unité naturelle" dans le cas de la fonction log-normale.

  Si σ est petit, de petites variations dans le revenu impliquent de grandes variations d'utilité autour de la médiane.

  Si σ est grand, c'est l'inverse.

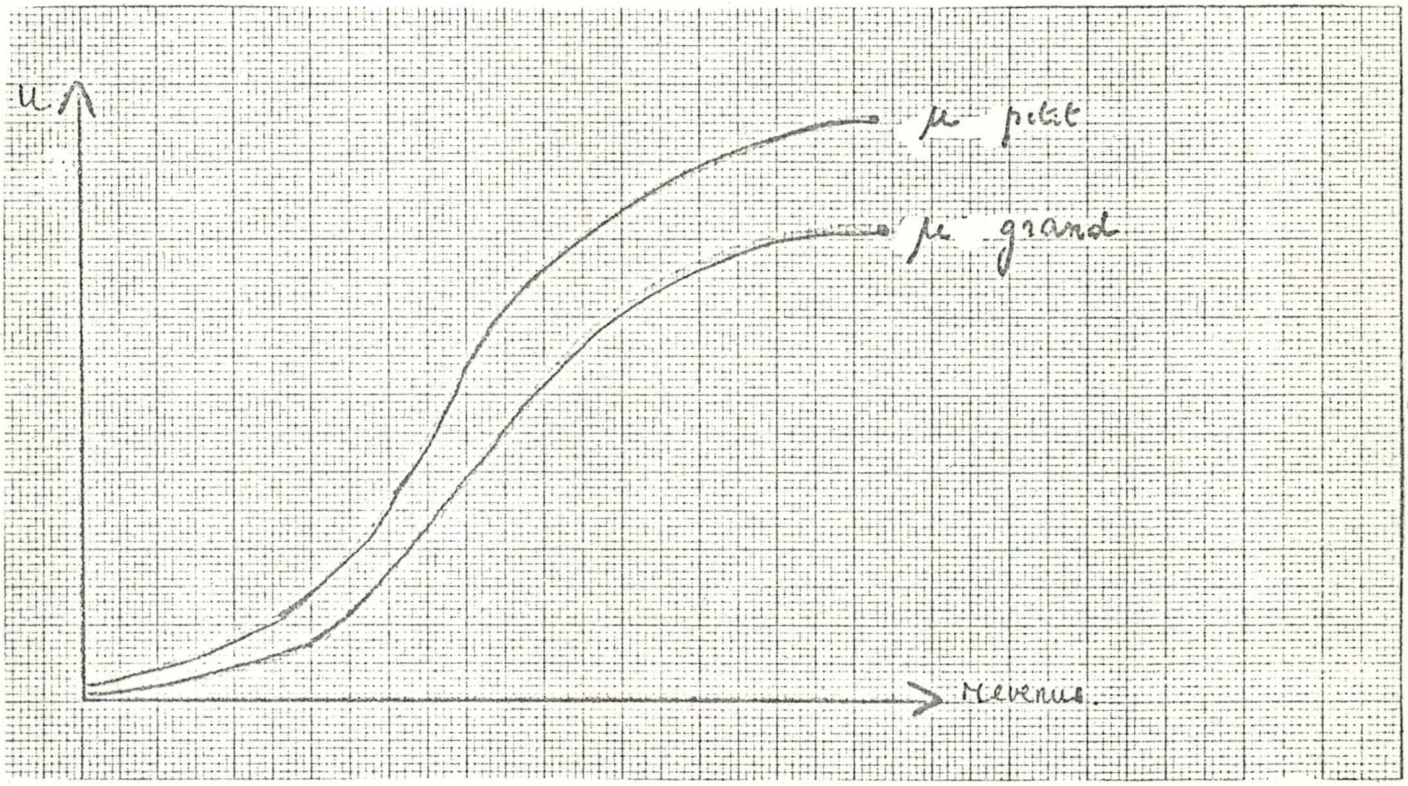
Graphique 2 (K.v.P.2.)



- Le paramètre μ , lui, détermine "l'exigence de revenu" pour atteindre un niveau d'utilité donné.

Plus μ est grand, plus le revenu correspondant à un niveau d'utilité donné devra être grand et vice-versa.

<u>Graphique 3</u> (K.v.P.3.)



- D'ores et déjà, on remarque intuitivement l'importance de μ pour la comparaison de deux ménages de taille différente. Plus le ménage sera grand, plus son "μ" sera grand.

Quant à σ , la variation semble inexplicable pour des variations socio-économiques, d'après Kapteyn & van Praag.

Nous pouvons cependant l'interpréter comme un paramètre d' "efficience" de l'unité de consommation (par analogie à la production où il y a des rendements d'échelle) ; mais dans ce cas-ci, il s'agirait d'un paramètre qui ne sort ses effets que autour de l'input médian. (Voir graphique K.v.P.2.)

2ème étape : Le modèle naïf

* Hypothèses :

A partir de leurs échantillons en cross-section, Kapteyn & van Praag ont tenté de vérifier économétriquement plusieurs types de relations entre μ et la taille de la famille.

Finalement, leur choix s'arrête sur celle-ci :

$$\text{(K.v.P.2.)} \qquad \mu = \beta_1 \ln(fs) + \beta_2 \ln(y) + \beta_3 + \varepsilon$$

où fs est la mesure de la taille de la famille (= le nombre d'individus)

y est le revenu disponible de la famille

β_3 est un terme constant

ε est le terme d'erreur aléatoire (moyenne = 0 ; σ^2 = constante)

* Interprétation :

- Voyons d'abord qu'elle est la signification de la fonction dans son entièreté.

Elle signifie que "μ", l'exigence de revenu pour un niveau d'utilité donné, dépend de la taille de la famille et de son niveau de revenu exprimés en logarithmes.

Ce qui veut dire que μ croît, mais de moins en moins proportionnellement à fs et à y lorsque ceux-ci deviennent très grands.

Ceci semble conforme à la théorie des économies d'échelles réalisées dans la famille lorsque sa taille augmente.

Il semble de même normal que lorsque le niveau de revenu d'une famille augmente, son exigence en terme de compensation monétaire pour tout accroissement de sa taille, diminue.
Remarquons que ce lien présumé entre μ et y semble être confirmé pour les échelles construites par Seneca & Taussig : elles sont de moins en moins croissantes lorsque la taille du revenu augmente.

- Tâchons de voir ensuite ce que nous apporte l'analyse des paramètres de (K.v.P.2.) :

a) Pour mieux distinguer l'effet de β_1 ; posons $\beta_2 = 0$ et reformulons la fonction de welfare individuel (K.v.P.1.) :

(K.v.P.1bis) $\Lambda(y;\mu,\sigma) = N(\ln(y) - \mu;0,\sigma)$

En remplaçant μ par sa valeur, et β_2 étant $= 0$:

(K.v.P.3.) $\Lambda(y;\mu,\sigma) = N(\ln(y) - \beta_1 \ln(fs) - \beta_3;0,\sigma)$

Supposons une variation de la taille de la famille d'un coëfficient $(1 + \alpha)$
La fonction (K.v.P.1bis) devient :

(K.v.P.4.) $N(\ln(y) - \beta_1 \ln(fs) - \beta_3 - \beta_1 \ln(1+\alpha) \ ; 0,\sigma)$

Ce qui veut dire que si la taille de la famille (fs) varie dans la proportion $(1+\alpha)$, le revenu doit être multiplié par $(1+\alpha)^{\beta_1}$ pour maintenir la famille au même niveau d'utilité.

Ou encore (K.v.P.5) $\beta_1 = \left.\dfrac{\delta \ln(y)}{\delta \ln(fs)}\right|_{\text{welfare constant}}$

β_1 est donc d'élasticité du revenu par rapport à la taille de la famille pour un niveau constant d'utilité de la famille, et dans le cas où $\beta_2 = 0$.

b) Posons maintenant $\beta_1 = 0$, pour mieux distinguer la signification de β_2.

La fonction (W.v.P.1bis) devient dans ce cas :

$$(\text{K.v.P.6.}) \qquad \Lambda(y;\mu,\sigma) = N(\ln(y) - \beta_2 \ln(y) - \beta_3;0,\sigma)$$

Pour toute variation du revenu dans une proportion $(1+\alpha)$, Kapteyn & van Praag distinguent deux types d'effets sur (K.v.P.6.) :

1°- La réaction "ex-ante" du ménage qui réagit face à la perspective d'un nouveau niveau de revenu.
Dans ce cas (K.v.P.6.) devient :

$$(\text{K.v.P.7.}) \qquad N\,(\ln(y) + \ln(1+\alpha) - \beta_2 \ln(y) - \beta_3;0,\sigma)$$

2°- La réaction ex-post du ménage dont le "μ" (son exigence de revenu pour un niveau d'utilité donné) a changé suite au nouveau niveau de revenu perçu par le ménage.
Dans ce cas (K.v.P.6.) devient :

$$(\text{K.v.P.8.}) \qquad N\,(\ln(y) + \ln(1+\alpha) - \beta_2 \ln(y) - \beta_2 \ln(1+\ ) - \beta_3;0,\sigma)$$

Ceci veut dire que si le revenu varie dans une proportion $(1+\alpha)$, le multiplicateur de revenu exigé par une famille pour rester au même niveau d'utilité totale sera de $(1+\alpha)^{1-\beta_2}$ et ceci exprimé sur l'échelle de la situation d'origine.
Ceci souligne donc le fait que de, passer d'une classe de revenu à l'autre , entraîne une adaptation de l'échelle d'utilité de l'unité de consommation, et c'est cette variation mesurée sur l'échelle d'origine que mesure $(1+\alpha)^{1-\beta_2}$.
Kapteyn & van Praag appellent ce facteur "effet de variation des préférences" et β_2 est appelé "taux de variation des préférences".

c) Si on laisse varier simultanément β_1 et β_2, on peut trouver l'élasticité du revenu, par rapport à la taille de la famille, en termes des paramètres de la fonction de welfare individuel.

$$\text{(K.v.P.9.)} \qquad \frac{\delta \ln(y)}{\delta \ln(fs)} = \frac{\beta_1}{1-\beta_2}\Bigg|_{\text{utilité constante}}$$

Ce dernier résultat est très important, car pour Kapteyn & van Praag, l'allocation familiale, doit être une compensation du revenu d'un taux directement proportionnel au taux de variation de la taille familiale (dont la mesure est jusqu'à présent réduite au nombre d'individus qui la composent) pondérée de cette élasticité (K.v.P.9.).

Leur raisonnement s'articule en trois grandes étapes :

1°- critique du résultat obtenu en (K.v.P.9.)

2°- définition de ce qu'il faut atteindre

3°- approche par un exemple.

1°- Kapteyn & van Praag distinguent dans la variation de la taille familiale deux types de réactions différentes - exactement du même ordre que pour la variation du revenu supra - :

-*- Réaction à C.T. (1) qui reflète la variation "calculée""anticipée" des coûts du ménage

-*- Réaction à L.T. (1) qui, si le ménage n'a pas reçu de ressources compensatoires pour la variation de sa taille, se traduit par une adaptation de son échelle d'utilité.

---

(1) C.T. = court terme
L.T. = long terme

- Or, le μ qui est expliqué économétriquement dans (K.v.P.2.) est probablement, selon Kapteyn & van Praag, le μ de la réaction à L.T.. Ils l'appellent le "μ" d'équilibre, celui qui est observé.

- Dès lors, les résultats des régressions en cross-section de (K.v.P.2.) donneront une sous-estimation des coûts d'une variation de la taille familiale, puisqu'ils n'interceptent que l'effet à L.T., y compris l'adaptation de l'échelle d'utilité.

2°- Ce qu'il faut établir, c'est une relation plus fine entre les effets à L.T. et C.T..
En effet, grâce à elle on pourrait partir de l'effet observé L.T. et en déduire l'effet réel de la variation de la taille familiale sur les coûts du ménage.

3°- Précisons cela par un exemple tiré de leur article.

- Supposons connus : $(1+\alpha)$, le taux de variation de la taille d'une famille
$\gamma \ln(1+\alpha)$, l'influence à C.T. de la variation de la taille familiale sur μ.

- Alors, γ peut être considérée comme l'élasticité <u>réelle</u> du revenu par rapport à la taille familiale

$$\text{(K.v.P.10.)} \quad \frac{\delta \ln(y)}{\delta \ln(fs)} = \gamma$$

- Or, $\gamma \ln(1+\alpha)$ mesure la perte d'utilité (ex-ante) dûe à une diminution du revenu d'un taux $(1+\alpha)^{\gamma}$.

- Etant donné ce que nous savons sur les variations des préférences, nous savons qu'en réalité, nous ne perçevons de la variation de μ que : $\beta_2 \gamma \ln(1+\alpha)$.

- Donc, puisqu'on part des μ observés, on peut établir que les estimations de β, ne peuvent reflèter l'effet à C.T. γ, mais seulement l'effet à L.T. $(\gamma - \beta_2 \gamma)$.

- D'où, le β_1 estimé est en fait égal à $\gamma\,(1 - \beta_2)$, et le véritable effet de la variation de la taille familiale est mesuré par $\gamma = \dfrac{\beta_1}{1 - \beta_2}$.

  Telle était la relation cherchée, et ceci nous explique mieux tout ce qui est implicite en (K.v.P.9.).

- Exemple d'application :

  - Soit naissance d'un troisième enfant qui augmente donc la taille familiale de 20 % (1).

  - Soit $\beta_1 = .2$ et $\beta_2 = .66$
    l'allocation devrait accroître le revenu disponible de la famille de $\dfrac{.2}{1 - .66} \times 20\ \% = 12\ \%$.

---

(1) Normalement 25 %, mais puisque la 5ème personne ne sera qu'un bébé, 20 %.

3ème étape : Extension du modèle

* Hypothèses :

- On part du modèle (K.v.P.2.)

(K.v.P.2.) $\mu = \beta_1 \ln(fs) + \beta_2 \ln(y) + \beta_3 = \varepsilon$

- Dans (K.v.P.2.) fs devient une fonction du nombre et de l'âge des personnes constituant le ménage en question :

(K.v.P.11.) $fs = \sum_{i=1}^{n} f_i(a_i)$

où a est l'âge de la 1ère personne

f est une fonction croissante de a

Ex. : dans le modèle naïf, on avait $f_i(a_i) = 1$ pour tous les individus.

- Kapteyn & van Praag imposent encore :

(K.v.P.12.) $f_i(a_i) = \alpha_i \; f(a_i)$

où α_i est un coëfficient spécifique au rang de la 1ère personne, donc décroissant par rapport à i

- Ils choisissent la fonction d'âge :

(K.v.P.13.) $F(a) = \Lambda(a;\mu_2,\sigma_2) + C$

où C est le coût d'un enfant à la naissance

et la fonction de rang

(K.v.P.14.) $\alpha_i = \Lambda(i;\mu_1,\sigma_1) - \Lambda(i-1;\mu_1,\sigma_1)$

Aucune justification n'est donnée au niveau théorique, mais Kapteyn & van Praag cherchant des fonctions en forme de "S" se sont arrêtés sur la log-normale à cause des facilités de son évaluation : elle ne demande que l'estimation de deux paramètres.

- Le modèle (K.v.P.2.) devient :

$$\text{(K.v.P.2bis)} \quad \mu = \beta_1 \ln \left\{ \sum_{i=1}^{n} \left[\Lambda(i;\mu_1,\sigma_1) - \Lambda(i-1);\mu_1,\sigma_1)\right] \left[\Lambda(a_i;\mu_2,\sigma_2) + C\right] \right\} + \beta_2 \ln(y) + \beta_3 + \varepsilon$$

* Interprétation et Résultats :

- Il va de soi que cette extension du modèle, bien qu'elle apporte des complexifications notoires au niveau de l'estimation, ne modifie en rien l'interprétation donnée au modèle dit "naïf".

- Leur estimation à partir d'un échantillon Hollandais de 3.000 personnes donne les résultats suivants :

$\beta_1 = 0,41$ $(0,27)$(1) $\quad \beta_2 = 0,56$ $(0,01)$ $\quad \beta_3 = 3,8$ $(0,66)$ pour (K.v.P.2bis)

$\mu_1 = 0,32$ $(1,06)$ $\quad \sigma_1 = 1,04$ $(0,03)$ pour la fonction de rance

$\mu_2 = 3,52$ $(0,09)$ $\quad \sigma_2 = 0,24$ $(0,11)$ pour la fonction d'âge

- La fonction d'âge permet de construire le poids relatif d'une famille par simple addition des poids de chaque individu ; ce poids relatif calculé par rapport au poids d'une famille standard, ne constitue pas encore l'échelle recherchée par Kapteyn & van Praag.

(1) Ecart-type

- L'échelle, elle, se base sur la variation de revenu exigée par une variation de la taille de la famille, celle-ci est mesurée à

<u>C.T.</u> par : (K.v.P.15.) $\exp\left[\beta_1 (\ln fs_2 - \ln fs_1)\right]$

$$\simeq 1 + \beta_2 \left(\frac{fs_2}{fs_1} - 1\right)$$

avec fs_i qui est la taille de la famille au temps i

<u>L.T.</u> par : (K.v.P.16.) $\exp\left[\frac{\beta_2}{1-\beta_1} (\ln(fs_2) - \ln(fs_1))\right]$

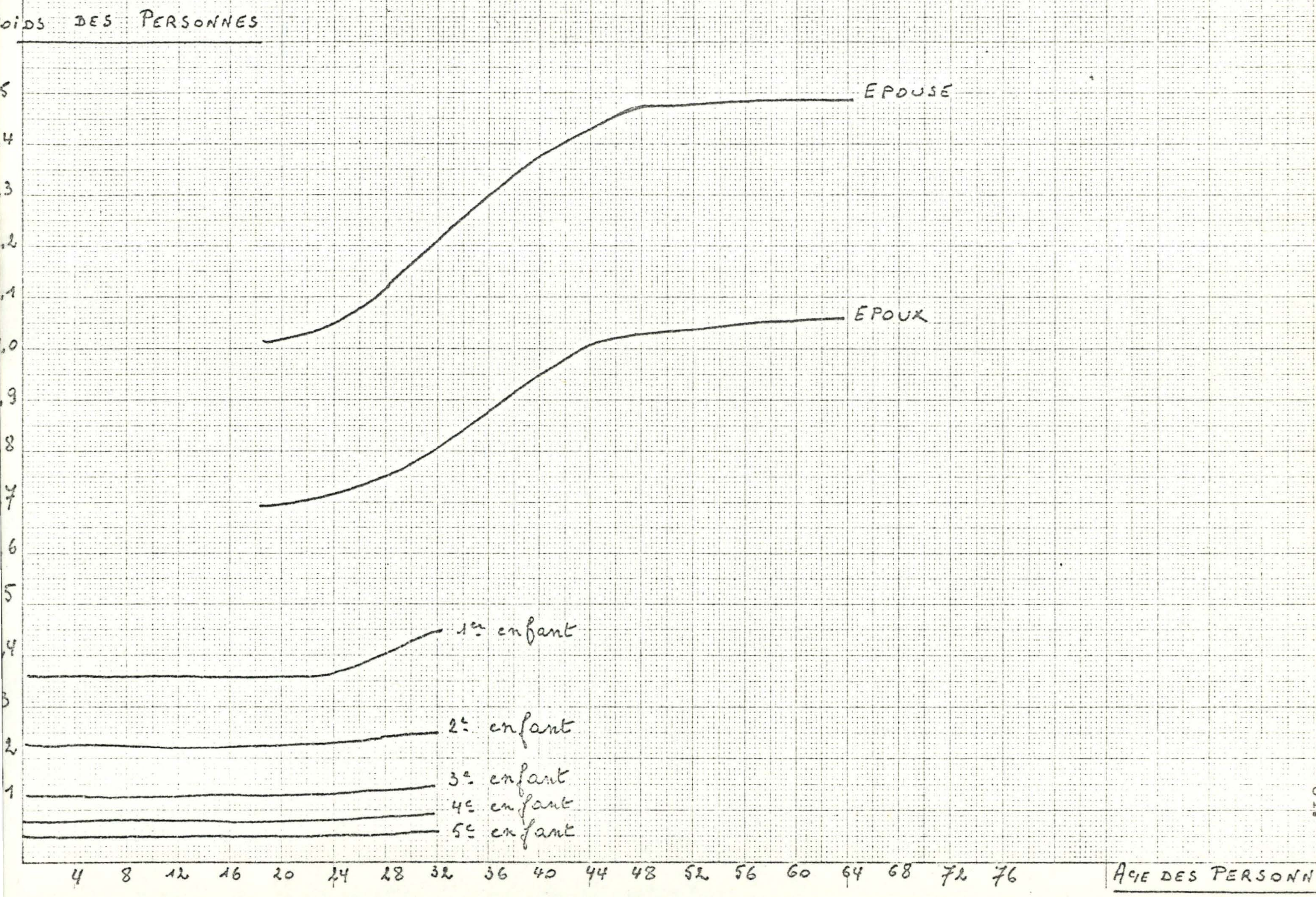
$$\simeq 1 + \frac{\beta_2}{1-\beta_1} \left(\frac{fs_2}{fs_1} - 1\right)$$

- La lecture de leurs résultats se fait comme suit :

  . A partir des estimations de la fonction d'âge et de rang reportées sur le graphique (K.v.P.4.), on peut calculer le "poids" d'une famille relatif à sa composition (Tableaux K.v.P.I et II).

- apteyn & van Praag choisissent la famille de référence x comme suit : Père 27 ans, Mère 26, 1er enfant 12 et la 2ème 10 ans. L'échelle vaut 1 pour cette famille.

- En employant (K.v.P.15.) et (K.v.P.16.) ils construisent les échelles correspondant respectivement aux effets à C.T. et à L.T. de la variation de la taille familiale.



oiDS DES PERSONNES
EPOUSE
EPOUX
1er enfant
2e enfant
3e enfant
4e enfant
5e enfant
4 8 12 16 20 24 28 32 36 40 44 48 52 56 60 64 68 72 76
AGE DES PERSONNES

Tableau K.v.P. I. Echelle d'équivalence de la famille

Taille familiale pondérée	Valeur à L.T.	Valeur à C.T.
1.69	0.82	0.63
1.71	0.82	0.64
1.74	0.83	0.65
1.76	0.83	0.65
1.78	0.83	0.66
1.80	0.84	0.67
1.82	0.84	0.68
1.84	0.85	0.68
1.86	0.85	0.69
1.88	0.85	0.70
1.90	0.86	0.70
1.92	0.86	0.71
1.94	0.86	0.72
1.96	0.87	0.72
1.98	0.87	0.73
2.00	0.88	0.74
2.02	0.88	0.75
2.04	0.88	0.75
2.06	0.89	0.76
2.08	0.89	0.77
2.10	0.89	0.77
2.12	0.90	0.78
2.14	0.90	0.79
2.16	0.90	0.80
2.18	0.91	0.80
2.20	0.91	0.81
2.22	0.91	0.82
2.24	0.92	0.82
2.26	0.92	0.83
2.28	0.93	0.84
2.30	0.93	0.84
2.32	0.93	0.85
2.34	0.94	0.86
2.36	0.94	0.86

Tableau K.v.P. II.

Echelles d'équivalence pour quelques types de familles

âges / Taille familiale	a_1 (mère)	a_2 (père)	a_3	a_4	a_5	a_6	L.T.	C.T.
2	55	57					0.96(0.06)	0.91(0.13)
3	25	27	2				0.91(0.03)	0.80(0.06)
3	50	52	22				1.01(0.03)	1.03(0.07)
4	25	27	2	1			0.94(0.03)	0.86(0.06)
4	35	37	12	10			1.–	1.–
4	50	52	22	20			1.04(0.02)	1.09(0.04)
5	25	27	4	2	1		0.96(0.04)	0.91(0.09)
5	50	52	22	13	20		1.04(0.02)	1.09(0.04)
5	50	52	24	22	12		1.06(0.03)	1.14(0.08)
5	50	52	24	22	2	1	1.06(0.03)	1.14(0.06)

V. - Critiques des Echelles d'équivalence et choix de l'une d'elles

- La démarche qui consiste à estimer une échelle d'équivalence à partir d'une fonction de demande, doit inexorablement reposer sur un corps d'hypothèses "a-priori".

  C'est ce que nous tâcherons de montrer dans le premier paragraphe de cette section.

- Ensuite, nous tâcherons d'adresser une critique spécifique à la démarche qu'entreprennent Kapteyn et van Praag pour construire leur échelle d'équivalence : ce sera l'objet du deuxième paragraphe.

- Nous pensons que les modèles de Friedman, Sénéca et Taussig, s'ils présentent quelques différences méthodologiques, n'en ont pas moins en commun le même fondement : tous deux reposent sur l'estimation d'une fonction de consommation.

  Cette analogie nous permettra de leur consacrer un seul commentaire critique. Ce commentaire ne sera pas d'inspiration personnelle. Nous nous sommes inspirés de deux miméos dont Habib et Tawil (1) sont les auteurs ; dans le troisième paragraphe, nous tâcherons de présenter l'essentiel de leur critique.

- Enfin, le dernier paragraphe sera consacré à la présentation de l'échelle d'équivalence choisie pour la partie empirique de notre travail.

---

(1) "The Determination of Equivalence Scales with respect to Family Size : A Theoretical Reappraisal", Mimeo Falk Institute, Jerusalem 1973.
"Equivalence Sclaes for Family Size : Findings from Istraëli Data", Mimeo National Insurance Institute, Bureau of Research and Planning, Jerusalem, Mars 1974.

1. La nécessité de poser certains axiomes "a-priori" pour pouvoir construire une échelle d'équivalence

* - Nous ne pourrions mieux expliquer cette nécessité qu'en citant Friedman (1) lui-même :

" ..... Pour construire ces échelles d'équivalence, nous aurions
" besoin de données concernant la structure de consommation de
" paires de familles jouissant du même niveau de bien-être et
" dont la composition ne varie que par la présence d'une personne
" supplémentaire.
" ..... Mais on ne peut obtenir pareilles données sans préciser
" quand deux familles de taille différente jouissent du même
" niveau de bien-être. Et on ne peut établir cela que si l'on
" dispose d'une mesure économique de la taille des familles,
" c'est-à-dire une échelle d'équivalence.
" ..... Il semble que l'on soit pris dans un cercle vicieux :
" on ne peut estimer une échelle d'équivalence fiable sans en
" avoir une au point de départ.".

Pour briser ce cercle, Friedman pose une hypothèse"a-priori". Il faudra que l'échelle estimée respecte l'indépendance de la relation - entre le revenu par unité d'équivalence et la dépense (pour un panier de biens donné) par unité d'équivalence - par rapport à la taille familiale (2).

Ensuite, de cette définition, il tire un corrollaire qui précise "quand" deux familles de taille différente jouissent du même niveau de bien-être.

Sans cette hypothèse et ce corrollaire, Friedman ne pourrait construire son modèle.

---

(1) Op. cit. pp 13 et 14.
(2) Voir section 1 de cette même partie.
(3) Voir infra 3. de cette section.

* - Tout récemment, ce problème a été en quelque sorte "re-découvert" par Muellbauer (1) qui en donne la version économétrique : en effet, il montre - dans le cadre d'un système de demande linéaire notamment - que les coëfficients composant une échelle d'équivalence ne peuvent être estimés, que si l'on émet quelque restriction a-priori à leur égard.

- Sa démarche est la suivante :

1°) Soit une fonction d'utilité familiale directe, sous la forme générale :

$$(M.1.) \qquad U = U\left(\frac{q_i}{m_i}, \ldots\ldots, \frac{q_r}{m_r}\right)$$

où q_i $(i = 1, \ldots, r)$ est ma quantité consommée du bien.

$m_i = m_i(b_1, \ldots, r)$ est un paramètre - indépendant des quantités consommées, du revenu et des prix - qui mesure l'influence de la taille du ménage sur son niveau de bien-être.

b_d $(d = 1, \ldots, f)$ est le nombre d'individus du ménage appartenant à la catégorie homogène d.

La maximisation de cette fonction sous la contrainte budgétaire $y = \sum_{i=1}^{r} p_i\ q_i$ permet d'écrire la fonction d'utilité indirecte correspondante (2)

$$(M.2.) \qquad U = V\left(\frac{y}{p_1 m_1}, \ldots, \frac{y}{p_r m_r}\right)$$

(1) Household composition, Engel curver, and Welfare comparisons, European Economic Review n° 5, 1974.

(2) Muellbauer explicite le passage (M.1.) à (M.2.) dans l'article cité en (1).

2°) Ensuite, Muellbauer choisit un cas particulier de fonction d'utilité indirecte : celui qui correspond au système de demande linéaire de Stone (1).

(M.2.) peut alors s'écrire :

$$(M.3.) \qquad U = \left(y - \sum_{i=1}^{n} \alpha_i \; m_i \; p_i\right) \prod_{i=1}^{r} \left(\frac{\beta_i}{m_i p_i}\right)^{\beta_i}$$

où $\sum_{i=1}^{n} m_i \; p_i \leq y$ représente le revenu.

$\alpha_i \; m_i$ est la dépense minimum pour un bien.

$\sum_{i=1}^{r} \beta_i = 1$; β_i étant la part budgétaire consacrée à la dépense pour le bien i.

La fonction de demande relative au bien i peut alors s'écrire :

$$(M.4.) \qquad q_i = m_i \alpha_i + \frac{\beta_i}{p_i} \left(y - \sum_{j=1}^{r} \alpha_j \; m_j \; p_j\right)$$

Explicitons $m_i = m_i \; (b_1, \ldots, b_d)$, supposons, pour la simplicité qu'il s'agisse d'une relation linéaire, par exemple (2) :

$$(M.5.) \qquad m_i = \sum_{i=1}^{f} \delta_{id} \; b_d$$

Enfin, Muellbauer spécifie la fonction de demande pour les ménages de taille différente, (M.4.) devient :

$$(M.6.) \qquad c_{ih} = \left[\gamma_{ih} - \beta_i \sum_{j=1}^{r} \gamma_{jh}\right] + \beta_i y_h \qquad (h = 1, \ldots H$$

où h est l'indice de la taille familiale

$c_{ih} = p_i \; q_{ih}$

$\gamma_{ih} = m_{ih} \alpha_i \; p_i = \sum_{d=1}^{f} \bar{\delta}_{id} \; b_{dh}$

et $\bar{\delta}_{id} = \delta_{id} \; \alpha_i p_i$

(1) Linear Expenditure Systems and Demand Analysis, Economic Journal 1864, n° 3.

(2) Il s'agit d'une échelle d'équivalence différenciée pour chaque bien i.

En remplaçant dans (M.6.) chaque terme par son équivalent, et en mettant en évidence, on obtient :

$$(M.7.) \quad C_{ih} = \sum_{d=1}^{f} \alpha_i \, \delta_{id} \, (b_{dh} p_i) - \beta_i \sum_{j=1}^{r} \sum_{d=1}^{f} \left[\alpha_j \, \delta_{jd} \cdot (b_{dh} p_j) \right] - \beta_i \, y_h$$

Sous cette forme, il apparaît clairement que α_i et δ_{id} ne peuvent être estimés séparément.

Donc les échelles d'équivalence ne peuvent être estimées que si l'on pose des conditions a-priori sur la valeur des coëfficients δ_{id} (qui permettront d'estimer les α_i).

Une autre solution serait d'ajouter une variable au système (M.7.) ; ceci peut se faire en posant (M.5.) $m_i = \sum_{i=1}^{f} \delta_{id} \, b_d + U_i$ où U_i est un terme aléatoire.
Alors, on peut poser des restrictions "a-priori" sur la matrice des variances - covariances des U_i.

Cet apport d'information permettrait, lui aussi, de résoudre le problème d'identification de (M.7.).

2. Critique du Modèle de Kapteyn & van Praag

* Dans un premier temps, nous rappellerons les grandes étapes qui composent la démarche de Kapteyn & van Praag, puis, pour chacune d'elles, nous tâcherons d'esquisser un commentaire critique.

On peut résumer la démarche de Kapteyn & van Praag comme suit :

1°) Enquête par questionnaire d'un certain nombre d'individus permettant de calculer pour chacun d'eux leur fonction de "welfare individuel" :

$$\text{(K.v.P.1.)} \qquad U(y) = \Lambda\,(y;\mu;\sigma^2).$$

2°) A partir des μ's donnés par les résultats de l'enquête, estimation de la fonction :

$$\text{(K.v.P.2.)} \quad \mu = \beta_1 \ln \left\{ \sum_{i=1}^{n} \left[\Lambda(i;\mu_1,\sigma_1) - \Lambda(i-1;\mu_1,\sigma_1) \right] \cdot \left[\Lambda(a_i;\mu_2,\sigma_2) + c \right] \right\}$$

$$+ \beta_2 \ln(y) + \beta_3 + \varepsilon \,.$$

, qui permet d'obtenir les coëfficients β_1, β_2 et β_3.

3°) La valeur des coëfficients β_1 et β_2 permet alors de calculer la variation nécessaire de revenu pour maintenir une famille dont la taille varie au même niveau d'utilité de son revenu disponible antérieur.

Pour ce calcul, nous vous avons aussi montré comment le modèle de Kapteyn & van Praag permet de tenir compte des effets à court terme (le réel) et à long terme de la variation de sa taille, sur l'échelle d'utilité de la famille.

* Essai de critique pour chacune de ces étapes :

1°) L'enquête et la fonction de Welfare

- Par manque de connaissances et d'expériences ad hoc, nous ne sommes pas habilités à porter ni jugement, ni critique sur la méthodologie employée par Kapteyn & van Praag pourestimer la fonction de welfare individuelle à partir de leur enquête.

  Nous soulignerons cependant qu'ils font l'hypothèse de la cardinalité de la fonction d'utilité : ce que la plupart des économistes contemporains se refusent à faire.

- Notre critique portera donc essentiellement sur leur choix d'une fonction lognormale du revenu disponible pour approcher le niveau de bien-être de la famille.

  Ce choix implique deux hypothèses :

  a) l'utilité marginale du revenu disponible est supposée n'être jamais négative ;

  b) cette fonction suppose l'existence d'un "niveau naturel" de revenu disponible (= le revenu médian e^{μ}) ;
  en-dessous de ce niveau, l'utilité reste fixée à un certain plancher, en-dessus elle plafonne ;
  le paramètre σ détermine la fourchette de revenus - autour du revenu médian - à l'intérieur de laquelle s'opère la principale variation d'utilité (1).

---

(1) Voir supra III. Modèle de Kapteyn & van Praag, Graphique (K.v.P.2.)

Chacune de ces hypothèses mérite un commentaire :

Pour la 1ère hypothèse, il ne nous paraît pas évident qu'un individu ne puisse jouir d'une certaine désutilité par franc supplémentaire de revenu disponible dépassant son seuil de satiété. On peut cependant admettre que Kapteyn & van Praag ne s'intéressent qu'à la part de revenu disponible inférieure à ce seuil dans la mesure où ils approchent la définition de revenu disponible des individus par le montant de leur consommation totale.

Quant à la 2ème hypothèse, nous sommes ramenés à l'interprétation du paramètre σ.
Voici ce que Kapteyn & van Praag en disent textuellement (1) :
"La variation de σ entre les individus dans l'échantillon semble
"inexplicable par des facteurs socio-économiques tels que le revenu,
"la taille familiale, la profession, etc...
"C'est pourquoi le paramètre σ a été supposé purement "individuel"
et a été négligé dans cette analyse...".

Autrement dit, Kapteyn & van Praag ne se servent que de la partie du modèle qu'ils peuvent contrôler ou tout au moins interpréter par un modèle économétrique (le modèle qui explique μ) ;
et la démarche qui consiste à construire une échelle d'équivalence - même cohérente - sur un demi modèle, nous semble boîteuse.
Avant d'accepter leur modèle, il faudrait établir la preuve que tout modèle d'explication de σ ne contredise pas celui qui explique μ ; car μ et σ sont interdépendants dans la fonction log-normale.

(1) A new approach to the construction of Family Equivalence Scales, p 6.

2°) Le modèle expliquant μ

Dans ce modèle Kapteyn & van Praag rechoisissent la spécification log-normale pour leurs fonctions d'âge et de rang.

Aucune justification n'est donnée à ce choix qu'ils reconnaissent eux-mêmes parfaitement arbitraire.

Il est important de souligner que ces fonctions d'âge et de rang influent sur les coëfficients β_1 et β_2 qui vont déterminer les échelles d'équivalence dans l'étape ultérieure.

Cet élément nous semble capital, car Kapteyn & van Praag ont mis leur méthodologie au point pour échapper à l'arbitraire du choix du panier de biens inhérent aux méthodologies basées sur les fonctions de consommation.

Pour échapper à un arbitraire, ils ont dû en créer un autre dont les conséquences nous paraissent encore plus difficiles à saisir et à quantifier.

3°) Le calcul des échelles

Ici, la méthodologie de Kapteyn & van Praag marque le point : elle permet de distinguer les effets à court terme et à long terme de la taille familiale.

Dans la mesure où la construction d'échelles d'équivalence doit aider à déterminer les montants d'allocations à attribuer à des familles de tailles différentes, cette distinction peut être primordiale.

Ce phénomène d'adaptation à long terme de l'échelle d'utilité à une variation de la taille familiale, ne peut être analysé par les méthodologies basées sur les fonctions de consommation.

3. Critique des échelles d'équivalence basées sur les fonctions de consommation

Dans ce paragraphe, nous désirons présenter deux critiques des échelles d'équivalence.

Elles s'adressent à tous les modèles dont la construction repose sur l'emploi des fonctions de consommation.

Ces critiques sont de deux types : - Méthodologique
- Fondamental.

- La première, est inspirée de l'article : "Equivalence Scales for Family-Size : Findings from Israëli data de Habib & Tawil. Elle s'articule autour des trois étapes principales qui composent la méthode de construction d'une échelle via les fonctions de consommation, à savoir :

  - choix de la forme et des caractéristiques de la fonction de consommation ;
  - choix du panier de biens de référence ;
  - choix d'une mesure appropriée des ressources de la famille.

  En fait, plus qu'une critique de la méthode, il s'agit ici de voir dans quelles limites, l'estimation de l'échelle d'équivalence dépend de ces différents choix.

- La deuxième tire son inspiration de l'article : "The Determination of Equivalence Scales with Respect to Family-Size : A Theoretical Reappraisal".

  Ici, la critique, présentée par Habib, étudie à travers deux modèles théoriques tous les cas où l'échelle sera biaisée par la nature même des biens pris en considération pour la construire.

1°) Critique Méthodologique

a) Choix de la fonction de consommation

- Il n'existe a priori aucune restriction sur le choix de cette fonction. Cependant l'échelle déduite d'une fonction de consommation doit satisfaire aux conditions suivantes :

  1°- A revenu disponible constant, le niveau de bien-être d'une famille dont la taille croît, diminue (1).

  2°- Le nombre d'unités d'équivalence ne peut croître dans des proportions trop élevées par rapport au nombre de personnes composant la famille (1).

- Toute fonction de consommation, à partir de laquelle l'échelle d'équivalence estimée ne répond pas à ces critères devra être rejetée a posteriori.

- Deux fonctions, entre autres, respectent ces critères :

  . la Cobb. Douglas : $E = AY^{b1} \quad N^{b2}$

  où E représente la dépense pour un panier de biens donné
  Y est le revenu disponible
  N est la taille de la famille.

  . la Quadratique $E = A + b_1 Y + b_2 + b_3 N.$

(1) Ces critères définissent en fait des restrictions a priori sur les échelles ; voir supra.

- Il nous semble bon de nous attarder ici aux différences qui les caractérisent, et les implications sur l'échelle que l'on peut déduire de chacune d'elle.

- A la Cobb. Douglas correspond des ε_{Ey} (1) et ε_{EN} (2) constantes tandis qu'elles sont variables pour la quadratique.

- En conséquence, toute échelle déduite d'une fonction de consommation du type Cobb. Douglas traduira des économies d'échelles, tandis qu'elles seront VARIABLES dans le cas de la Quadratique.

- Or, en pratique, les estimation de Habib et Tawil révèlent que la fonction de consommation quadratique conduit à la construction d'une échelle d'équivalence traduisant : :

  - des déséconomies d'échelles pour les bas revenus (3)
  - de substantielles économies d'échelles pour les hauts revenus (3).

  De plus, les économies d'échelle déduites de la Cobb. Douglas sont surestimées pour les bas revenus, et sous-estimées pour les hauts revenus par rapport à celles résultant de la friction quadratique. (Voir tableaux B.I. et B.II.A, B, C).

- Par conséquent, dans ce cas-ci, si l'on suppose que les estimations sont un exact reflet de la réalité, un planificateur bienveillant, pourvu d'un sens aigu de l'équité, préfèrera la fonction de consommation quadratique à la Cobb. Douglas. En effet, elle lui permettra de tenir compte de la variation

---

(1) Elasticité de la dépense par rapport au revenu.
(2) Elasticité de la dépense par rapport à N.
(3) Ce qui confirme les résultats de Sénéca & Taussig.

des économies d'échelle d'une famille - lorsque sa taille varie - à différents niveaux de revenus, et par conséquent d'ajuster les paramètres de taxation relatifs à la taille de la famille à ceux-ci.

TABLEAU B.I.

Echelle d'équivalence basée sur la Fonction de Consommation Cobb. Douglas

Taille familiale	Echelle correspondant au panier de biens : Nourriture	Echelle correspondant au panier de biens : Nourriture + Habillement	Echelle correspondant au panier de biens : Nourriture + Habillement + Logement
1	1.16	1.04	1.46
2	2.00	2.00	2.00
3	2.75	2.93	2.40
4	3.44	3.85	2.74
5	4.10	4.75	3.03
6	4.73	5.64	3.29
7	5.34	6.53	3.53

TABLEAU B.II.A.

Echelle d'équivalence basée sur la fonction de consommation

Quadratique appliquée au panier de biens : Nourriture

Taille familiale	Echelles correspondant aux différents revenus		
	Y = 100	Y = 200	Y = 300
1	0.88	0.89	0.90
2	2.00	2.00	2.00
3	3.11	3.08	3.04
4	4.22	4.14	4.02
5	5.32	5.17	4.97
6	6.41	6.18	5.87
7	7.49	7.17	6.74

TABLEAU B.II.B.

Echelle d'équivalence basée sur la fonction de consommation

Quadratique appliquée aux paniers de biens : Nourriture + Habillement

Taille familiale	Echelles correspondant aux différents revenus		
	Y = 100	Y = 200	Y = 300
1	0.04	0.04	0.04
2	2.00	2.00	2.00
3	3.93	3.83	3.70
4	5.82	5.56	5.22
5	7.69	7.19	6.61
6	9.52	8.75	7.90
7	11.32	10.24	9.10

TABLEAU B.II.C.

Echelle d'équivalence basée sur la fonction de consommation

Quadratique appliquée aux paniers de biens :

Nourriture + Habillement + Logement

Taille familiale	Echelles correspondant aux différents revenus		
	Y = 100	Y = 200	Y = 300
1	1.53	1.53	1.53
2	2.00	2.00	2.00
3	2.47	2.47	2.46
4	2.94	2.94	2.92
5	3.42	3.40	3.38
6	3.89	3.86	3.83
7	4.36	4.33	4.28

b) Choix du panier de biens :

- Ce choix, lui aussi, est capital.
- La critique fondamentale, faite plus loin s'y attache plus en détail, elle mettra en évidence les cas où la nature même du bien implique la violation de l'hypothèse fondamentale sous-jacente à la construction des échelles.
- Ici nous nous bornerons à souligner que l'élargissement du panier de biens de référence n'entraîne pas "ipso facto" un accroissement des économies d'échelle de la famille, tout va dépendre de la nature et du poids relatif des nouveaux biens incorporés.

c) Choix de la mesure des revenus de la famille :

Deux principes sont à suivre en cette matière :

- Ecarter la notion de revenu avant taxation, puisque la taille de la famille influe sur le taux de taxation.

- Choisir la notion de revenu net disponible :

  . si possible, imputé de la valeur des services rendus par les biens possédés par la famille (voiture, maison d'habitation...)

  . si possible, y inclure la notion de permanence si on possède les statistiques de la consommation totale.

2°) Critique fondamentale

- La caractéristique essentielle d'une échelle d'équivalence, est de pouvoir traduire les économies d'échelle réalisées par une famille lorsque sa taille varie.

  Cette caractéristique implique que l'hypothèse fondamentale suivante soit sous-jacente à la construction de l'échelle d'équivalence :

  (H.F.) " deux familles de taille différente, mais allouant
  " la même part de leur revenu disponible à un panier
  " de biens donné, jouissent du même niveau de bien-être."

  Face à cette hypothèse, Habib pose la question :

" Y a-t-il un lien nécessaire entre le niveau de bien-être
" d'une famille et la part de son revenu qu'elle alloue
" à une catégorie de biens donnée ? "

Habib développe cette critique à travers deux modèles théoriques, ils suivent la même démarche ; c'est pourquoi nous ne vous donnerons que la présentation complète de son premier modèle et nous nous limiterons pour le second à la présentation de ses hypothèses et conslusions (B). Mais avant cela, il nous faut préciser le cadre de sa critique (A).

A. La situation du cadre

- Comparer le bien-être de deux familles différentes implique la résolution simultanée de deux problèmes de nature distincte :

  * le choix des différents facteurs à prendre en considération et que l'on considère influer réellement le niveau de bien-être de la famille.

  * le problème du lien qui est supposé exister entre le niveau d'utilité des individus et celui de la famille qu'ils forment.

- Pour le premier point, Habib se pose la question de savoir s'il ne faudrait pas inclure, outre la consommation réelle, le temps de loisir détenu par la famille, et le niveau d'éducation qu'elle peut accorder à ses enfants successifs, parmi les facteurs dont il faudrait tenir compte.
  Pareille prise en considération, se heurte inexorablement au problème de la mesure de ces facteurs.

Dans l'exposé de ses modèles théoriques, Habib s'en tient à l'hypothèse selon laquelle le niveau de bien-être d'une famille ne dépend que de sa consommation réelle et de sa taille. Ses conclusions critiques seront donc applicables aux modèles exposés di-dessus (I, II et III).

- Reste le problème du lien qui doit exister entre le niveau d'utilité de la famille et celui des individus qui la composent. Deux cas sont envisageables selon l'hypothèse émise :

1°) Hypothèse INDIVIDUALISTE

- Dans ce cas, on suppose que la famille ne peut ni ressentir, ni exprimer son niveau de bien-être, et on ne peut lui en assigner un de l'extérieur car elle est supposée ne pas exister en tant qu'entité économique autonome.

- Le modèle construit sur cette hypothèse en tient compte de l'utilité des individus - à l'exclusion de toute autre variable explicative telle que "N", la taille de la famille - .

- Formellement

(C.F.O.) $W = F(U_1, \dots, U_n)$

où W représente le niveau de bien-être de la famille

U_i représente le niveau de l'indi idu i ($i = \overline{1,n}$).

- Concrètement, W sera, par exemple, la moyenne des utilités des individus et s'exprimera dans ce cas : "le niveau moyen d'utilité par tête" de la famille.

2°) Hypothèse COLLECTIVISTE

- Ici, on suppose qu'une fonction d'utilité familiale existe et résulte des interactions individuelles des membres de la famille. C'est l'hypothèse choisie par Habib pour la construction de ses deux modèles.

  Il évite ainsi, le problème d'agrégation par les individus inhérent à l'hypothèse individualiste (Modèle(C.F.O.)).

  Il y a deux manières d'interpréter l'hypothèse collectiviste, chacune donne naissance à un modèle.

* Interprétation I :

  - Le niveau de bien-être de la famille est une fonction directe :
    - du niveau de consommation par tête
    - de la taille familiale

  - Formellement :

$$\text{(C.F.1.a)} \quad U = U\left(\frac{C_1}{N}, \ldots \frac{C_j}{N}, N\right)$$

Sous contrainte : (C.F.1.b) $\sum_{i=1}^{j} C_i = Y$ ou $\sum_{i=1}^{j} \frac{C_i}{N} = \frac{Y}{N}$

où U représente le niveau de bien-être de la famille

C_i est la dépense pour le bien i

Y est le revenu disponible

N représente le nombre de personnes de la famille

j est l'indice du nombre de personnes

- On peut interpréter "N" comme le degré d'efficacité avec lequel la consommation par tête procure un certain niveau de bien-être.

  Ex. : Bien-être procuré par une voiture - 4 places à une famille de 4 ou 6 personnes.

* Interprétation II :

- Le niveau de bien-être de la famille est une fonction directe de la "production de biens familiaux" (1).

- Formellement :

(C.F.2.a) $U = U\left(\frac{Z_i}{N}, \ldots, \frac{Z_j}{N}\right)$ $(i = 1, \ldots j)$

où Z_i est le bien i produit par la famille

(C.F.2.b) $Z_i = F_i\,(X_{i1}, \ldots\ X_{ik}, N)$

où F_i est la fonction de production familiale

X_{ij} est l'input j acheté sur le marché des biens et qui sert à produire l'output familial i

(C.F.2.c) Sous contrainte $Y = \sum_{i,j} C_{ij} = \sum_{i,j} X_{ij}\,P_{ij}$

où C_{ij} représente la dépense

P_{ij} est le prix de l'input sur le marché.

- Ici, il faut interpréter "N" comme une variable résultant de la composition de la famille qui influe sur son efficacité de "production" ; N est la variable qui détermine le niveau des économies d'échelle au niveau de la production.

---

(1) "Home-produced goods". Cette notion repose sur l'analogie entre l'unité de production - la firme - et l'unité de consommation - la famille -.

B. Développement de la critique

* - Prenons comme point de départ le premier modèle (Interprétation I).

- Ce modèle comporte trois caractéristiques à partir desquelles Habib développe sa critique :

1ère Caractéristique : Il faut supposer U de (C.F.1.a) homogène si l'on veut qu'une variation du niveau de la contrainte (C.F.1.b) n'entraîne pas une variation de la composition de la consommation par tête.

Sinon on a $\Delta \; \frac{Y}{N} \Rightarrow \left[\left(\frac{C_1}{N}\right)^* , \ldots , \left(\frac{C_j}{N}\right)^* \right]$.

2ème Caractéristique : Les économies d'échelles par rapport à la taille familiale peuvent se traduire par :

$$(\text{C.F.1.c}) \quad \left. \frac{\delta U}{\delta N} \right|_{\frac{\Sigma C}{N}} > 0$$

C'est-à-dire, le niveau de bien-être de la famille, à dépense par tête constante, croît avec la taille familiale.

3ème Caractéristique : On peut définir le "commodity bias" par :

$$(\text{C.F.1.d}) \quad \left. \frac{\delta \dfrac{\delta U/\delta (C_i/N)}{\delta U/\delta (C_j/N)}}{\delta N} \right|_{\frac{C_i}{N}, \ldots, \frac{C_j}{N}} \neq 0$$

- Face à ce modèle et les trois caractéristiques qui le déterminent, imaginons une situation où les deux conditions suivantes sont respectées pour une famille donnée :

Condition 1 : Les économies d'échelle sont constantes par rapport à une variation de sa taille (N)

Condition 2 : Soit une situation où une variation de la taille familiale n'entraîne aucune variation dans la structure de la consommation.
Elle est "Commodity neutral".

- Formellement :

Condition 1 implique $\left.\frac{\delta U}{\delta N}\right|_{\frac{\sum C}{N}}$ = constante

Condition 2 implique (C.F.1.d) = 0

- Alors, la condition 1 implique qu'une variation de la taille de la famille (N) doit être compensée par une variation proportionnelle du revenu disponible (y) ; pour maintenir la famille au même niveau de bien-être.

Alors, la condition 2 implique qu'à dépense par tête égale $(\frac{C_i}{N})$, des familles de taille différente doivent, face aux mêmes prix, avoir une structure de consommation identique.

Alors, les conditions 1 et 2 ensemble impliquent que des familles de taille différente, mais de même niveau de bien-être, ont la même structure de consommation.

- Dans ce cas, l'hypothèse fondamentale (H.F.) citée au début de ce paragraphe 2. est vérifiée.

- Si on relâche la condition 1, en supposant des économies d'échelle croissante^{S}, "y" ne devra plus varier dans la même proportion que "N" pour maintenir le même niveau de bien-être.

  Une famille de plus grande taille pourra jouir du même niveau de bien-être avec un plus petit (Y/N) revenu par tête ; mais la composition de la consommation risque d'avoir changé sauf si U est homogène. Dans les autres cas il y aura un biais dans l'estimation de l'échelle, car l'hypothèse (H.F.) ne sera plus vérifiée.

- Le relâchement de la condition 2 conduit à la même conclusion.

- Le relâchement simultané des conditions 1 et 2 nous amène à distinguer deux cas.
  Soit les biais relatifs à chaque condition se compensent exactement et l'hypothèse fondamentale s'applique ;
  Soit, ils ne se compensent pas exactement et l'hypothèse fondamentale entraîne un biais dans l'estimation de l'échelle.
  Ce son probablement ces cas qui sont les plus nombreux.

* - Si on prend le deuxième modèle (Interprétation II), on aboutit à des conclusions identiques.

- Un développement de la recherche devrait permettre d'estimer la valeur "des biais" ; Habib en présente une première approche (1). Elle ne nous a pas parue exprimée avec suffisamment de précision que pour l'exposer ici.

---

(1) The Determination of Equivalence Scales with Respect to Family-Size : "A Theorical Reappraisal", Falk Institute, Jerusalem, 1973.

4. Choix d'une échelle d'équivalence

- Si deux familles sont de taille différente, on ne peut"équitablement" comparer ni leur revenu tel quel, ni leur revenu moyen par tête respectif.

- Malgré l'imperfection des échelles d'équivalence, leur emploi pour la comparaison des revenus de familles de taille différente, ne peut qu'améliorer l'équité de la comparaison.

- Malheureusement, les statistiques de l'I.N.S. ne permettent pas de calculer une échelle d'équivalence relative à la population belge.
  En effet, les résultats des enquêtes de ménages publiés par l'I.N.S. ne procurent aucune donnée concernant la consommation des ménages classés par taille de famille et classe de revenu.
  Seules sont disponibles des données largement agrégées pour quatre classes de revenu et pour toutes les tailles de famille.

- Face à cette situation, nous avons décidé de choisir une échelle d'équivalence dans la littérature économique.

  A priori, nous avons rejeté toutes les échelles d'équivalence

  - différenciées selon l'âge des membres des familles
  - différenciées selon le niveau de revenu des familles.

  Le rejet des premières, parce que la fiscalité belge ne tient pas compte de l'âge des personnes à charge (1) ; tandis que la difficulté d'adapter une échelle différenciée selon les niveaux de revenus à un pays autre que celui pour lequel elle a été calculée justifie le rejet des secondes.

---

(1) Dans la partie empirique, nous ferons l'hypothèse que les allocations familiales ne varient pas avec l'âge des enfants.

Restent donc, pour notre choix, les échelles qui ne tiennent compte que du nombre de personnes composant les ménages.

- Ci-dessous un tableau présentant les différentes échelles trouvées dans la littérature et répondant au critère retenu.

  Il s'agit de 1°- l'échelle publiée par Th. Stark (1)
  2°- l'échelle officielle israélienne (2)
  3°- trois échelles calculées par Habib et Tawil pour différents paniers de biens (2) (sur base de la fonction de consommation Cobb. Douglas).

  Pour chacune d'elle, nous avons spécifié le poids (en valeur absolue et en valeur relative) de chaque personne supplémentaire.

- Notre choix s'est arrêté sur l'échelle de Stark car elle a le plus de chance de correspondre à la structure de la consommation en Belgique, puisqu'elle est calculée pour la population Anglaise. Elle ne diffère pas énormément des autres échelles ; le poids des personnes supplémentaires semble se situer au milieu de l'éventail de l'ensemble des échelles présentées.

---

(1) The Distribution of Personnal Income in the U.K., 1949-1963. Cambridge University Press, 1972.

(2) Equivalence Scales for Family Size : Findings from Israeli data, Op.cit.

TABLEAU C.E.D. I.

Taille familiale	Echelle de Stark	Δ de poids en valeur absolue	Δ de poids en valeur relative	Echelle officielle israélienne	Δ de poids en valeur absolue	Δ de poids en valeur relative
1	1	-	-	1,25	-	-
2	1,6	0,6	0,6	2	0,75	0,6
3	2,1	0,5	0,315	2,65	0,65	0,325
4	2,5	0,4	0,190	3,20	0,55	0,208
5	2,8	0,3	0,120	3,75	0,55	0,170
6	3,2	0,4	0,143	4,25	0,50	0,133
7	3,6	0,4	0,125	4,75	0,50	0,112

Taille familiale	Echelle d'Habib (Nourriture)	Δ de poids en valeur absolue	Δ de poids en valeur relative	Echelle d'Habib (Nourriture +Habillement)	Δ de poids en valeur absolue	Δ de poids en valeur relative	Echelle d'Habib (Nourriture+ Habillement+ Logement)	Δ de poids en valeur absolue	Δ de poids en valeur relative
1	1,16	-	-	1,04	-	-	1,46	-	-
2	2,0	0,84	0,724	2	0,96	0,923	2	0,54	0,370
3	2,75	0,75	0,375	2,93	0,93	0,465	2,40	0,40	0,200
4	3,44	0,69	0,250	3,85	0,92	0,314	2,74	0,34	0,142
5	4,10	0,66	0,190	4,75	0,90	0,234	3,03	0,29	0,106
6	4,73	0,63	0,153	5,64	0,89	0,187	3,29	0,26	0,086
7	5,34	0,61	0,130	6,53	0,89	0,158	3,53	0,24	0,073

3ème PARTIE

ESSAIS DE REPARTITION OPTIMALE DES ALLOCATIONS FAMILIALES EN BELGIQUE

I. - Introduction

Dans cette partie, notre propos est le suivant :

étant donné - la distribution du revenu à travers les familles de tailles différentes,

- le système de distribution d'allocations familiales existant,

les allocations familiales sont-elles ou non distribuées de façon optimale ?

Quant à notre choix du critère d'optimalité (1), c'est là que le bât blesse. En effet, un choix raisonnable, serait de se baser sur les nouvelles mesures d'inégalité proposées par Aikinson (2) et Kölm (3). Ces mesures, contrairement aux mesures "statistiques" (4) de l'inégalité des revenus tirent leur fondement de fonctions de Welfare social (5). Maximiser ces fonctions revient à minimiser l'indice d'inégalité correspondant.

Malheureusement ces fonctions sont non-linéarisables, et les techniques de programmation non-linéaire employées ne nous ont fourni aucun résultat satisfaisant.

---

(1) Sciemment, nous ne nous attarderons pas à l'aspect de politique nataliste que peuvent comporter les allocations familiales.
(2) Journal of Economic Theory n° 2, 1970.
(3) Miméo.
(4) Telles que variance, coëfficient de variation.
(5) Possédant toutes les qualités requises pour l'unicité de leur maximum.

Nous devrons donc nous contenter momentanément de la fonction de Welfare quadratique, qui elle, a la propriété d'être linéarisable.

Laissant notre problème technique en suspens, voici vomment nous structurerons notre troisième partie :

- dans la section suivante, nous décrirons l'aspect juridique (ou fiscal) de notre problème.
  Il s'agira dans cette section non seulement de rappeler le fonctionnement de certains paramètres fiscaux relatifs à la taille des familles (§ 1.) mais aussi d'en voir les effets sur les revenus des ménages fiscaux transformés en revenus par "unité d'équivalence" (§ 2.). Nous terminerons cette section par un bref rappel du système de distribution des allocations familiales en Belgique (§ 3.).

- Dans une troisième section, nous décrirons le traitement "statistique" que nous avons fait subir à nos données (notamment pour tenir compte des sous-estimations des données fiscales) (§ 1.). Cette description sera suivie d'un exposé des hypothèses faites à propos des données retenues pour le calcul d'optimalité (§ 2.).

- La quatrième et dernière section de cette partie sera l'exposé du calcul d'optimalité à partir de la fonction de Welfare quadratique et la présentation des fonctions de Welfare d'Atkinson et de Köln, pour lesquel~~s~~le nous n'avons pu réalizer le calcul d'optimalité dans les délais requis pour le dépôt de ce mémoire.

II. - Présentation "juridique" du problème

1. Paramètres fiscaux relatifs à la taille des familles

Parmi ces paramètres, nous nous intéresserons

- à ceux qui concernent la taxation du revenu cumulé des époux,
- à ceux qui concernent les minima imposables et les abattements pour personne à charge.

* Problème du cumul du revenu des époux

Depuis l'exercice d'imposition, les revenus d'un ménage fiscal sont soumis à un impôt global s'appliquant aux revenus (1) cumulés des époux : l'Impôt sur les Personnes Physiques (I.P.P.).

L'épouse, même si elle travaille, est considérée comme une personne à charge du ménage fiscal.

Quarante pourcents (avec une fouchette de 19.000 F minimum à 27.000 francs maximum) de ses revenus peuvent être "soustraits" de la"base imposable" du ménage fiscal.

* Les minima imposables et les réductions d'impôts pour personnes à charge

- Depuis 1964, la fiscalité belge en application prévoit des minima imposables "globaux" (2) et taux "globaux" de réduction d'impôts, variables avec le nombre de personnes à charge du ménage fiscal.

---

(1) Tant professionnels que mobiliers, immobiliers ou divers.
(2) Dans le sens où ces minima sont relatifs à l'ensemble des revenus du ménage fiscal.

Les taux de réduction de l'impôt ne sont applicables qu'à l'impôt relatif aux tranches de revenu imposable inférieures à un plafond, qui, lui aussi, varie avec le nombre de personnes à charge.

Ci-dessous, la situation telle qu'elle se présente pour l'exercice d'imposition 1971.

Tableau des minima imposables et des réductions pour charge de famille

Personnes à charge	Minimum imposable	Pourcentage de réduction	Réd. maximales pour charges de famille	
			Rev. imp. globalem.	Réduction
0	35.000	0 %	-	-
1	40.000	5 %	280.000	3.123
2	45.000	10 %	280.000	6.245
3	50.000	20 %	280.000	12.490
4	75.000	30 %	310.000	21.435
5	115.000	50 %	340.000	40.850
6	155.000	70 %	370.000	64.540
7	195.000	90 %	400.000	92.430
8	235.000	100 %	430.000	113.575
9	275.000	100 %	460.000	124.825
10	315.000	100 %	490.000	136.075
11	355.000	100 %	520.000	147.825
12	395.000	100 %	550.000	159.825
13	435.000	100 %	580.000	171.825
14	475.000	100 %	610.000	183.825
15	515.000	100 %	640.000	195.825

- A titre d'exemple, prenons le cas d'une famille où les deux parents sont encore en vie, et ont deux enfants. Cette famille a un revenu total net imposable (donc après calcul du cumul des revenus des époux) de 150.000 F.

  + Cette famille a donc un revenu net imposable dépassant largement le minimum imposable.

  + L'application des barêmes fiscaux à ce revenu, dans l'hypothèse où il n'y avait aucune personne à charge, indique que l'impôt s'élèverait à 25.000 F.
    Vingt pourcents de ce montant peuvent être déduits puisque la famille compte en réalité trois personnes à charge.
    Donc l'impôt réellement dû devient 25.000 F - 5.000 F = 20.000 F.

  + Si le revenu net imposable de cette famille doublait pour atteindre les 300.000 F, la réduction d'impôt serait plafonnée à 12.490 F, alors que 20 % de 68.450 F (1) donnerait une réduction de 13.690 F.

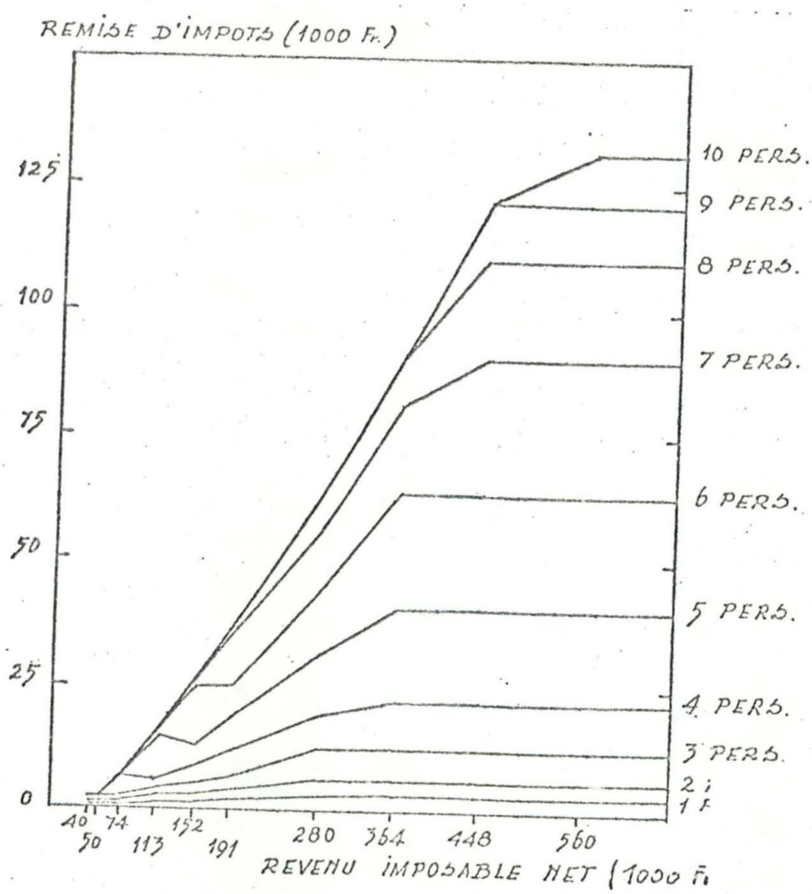
- Ce qu'il faut retenir de cet exemple, c'est que les remises d'impôts sont proportionnelles :
  - au nombre de personnes à charge
  - au montant de revenu net imposable jusqu'à un certain plafond (2).

- Ceci est particulièrement visible sur le graphique qui suit et que nous reprenons à Morissens (3).

---

(1) Impôt dû pour le revenu net imposable de 300.000 F avec 0 personne à charge.
(2) Cette caractéristique est en contradiction avec la notion d'égalité verticale que nous développerons plus loin.
(3) Cahiers Economiques de Bruxelles n° 65, 1975.

Remises d'impôts suivant le nombre de personnes à charge et le revenu imposable en 1971.



2. Incidence de ces paramètres fiscaux sur les revenus par unité d'équivalence

* Avant de vous présenter nos résultats à ce sujet, il nous faut faire un rappel trivial : puisqu'il s'agit de calculer l'incidence fiscale sur des revenus par unité d'équivalence, les résultats sont conditionnés par notre choix de l'échelle d'équivalence.

Un choix différent ou l'emploi d'une échelle variant avec le niveau de revenu des ménages peut conduire à des résultats différents sans qu'ils soient contradictoires pour autant ; chaque résultat étant relatif à l'échelle d'équivalence employée.

* Pour mesurer l'impact de la fiscalité sur les revenus par unité d'équivalence (R.P.U.E.), on peut se référer aux deux critères d'équité traditionnels appliqués aux R.P.U.E.

  - Soit le critère d'équité horizontale :
    Deux R.P.U.E. identiques doivent être traités de façon identique par le système fiscal (aspect égalité de traitement).

  - Et le critère d'équité verticale :
    Le système de taxation le plus équitable est celui qui rend les R.P.U.E. après taxation les plus proches possible d'une égalité complète (aspect redistributif).

* La fiscalité belge appliquée aux revenus par unité d'équivalence respecte-t-elle ces critères d'équité ?

D'une manière générale, on peut affirmer que les R.P.U.E. sont traités différemment : 1°) selon la classe de revenu réel à laquelle ils correspondent (ou corrollairement leur propre niveau) ;

2°) selon la taille de famille envisagée.

1°) Pour cerner de plus près la différence de traitement du R.P.U.E. à travers les classes de revenus, nous avons procédé comme suit :

a) Nous avons choisi un revenu réel représentatif de chaque classe de revenu reprise dans la statistique fiscale : le revenu médian.

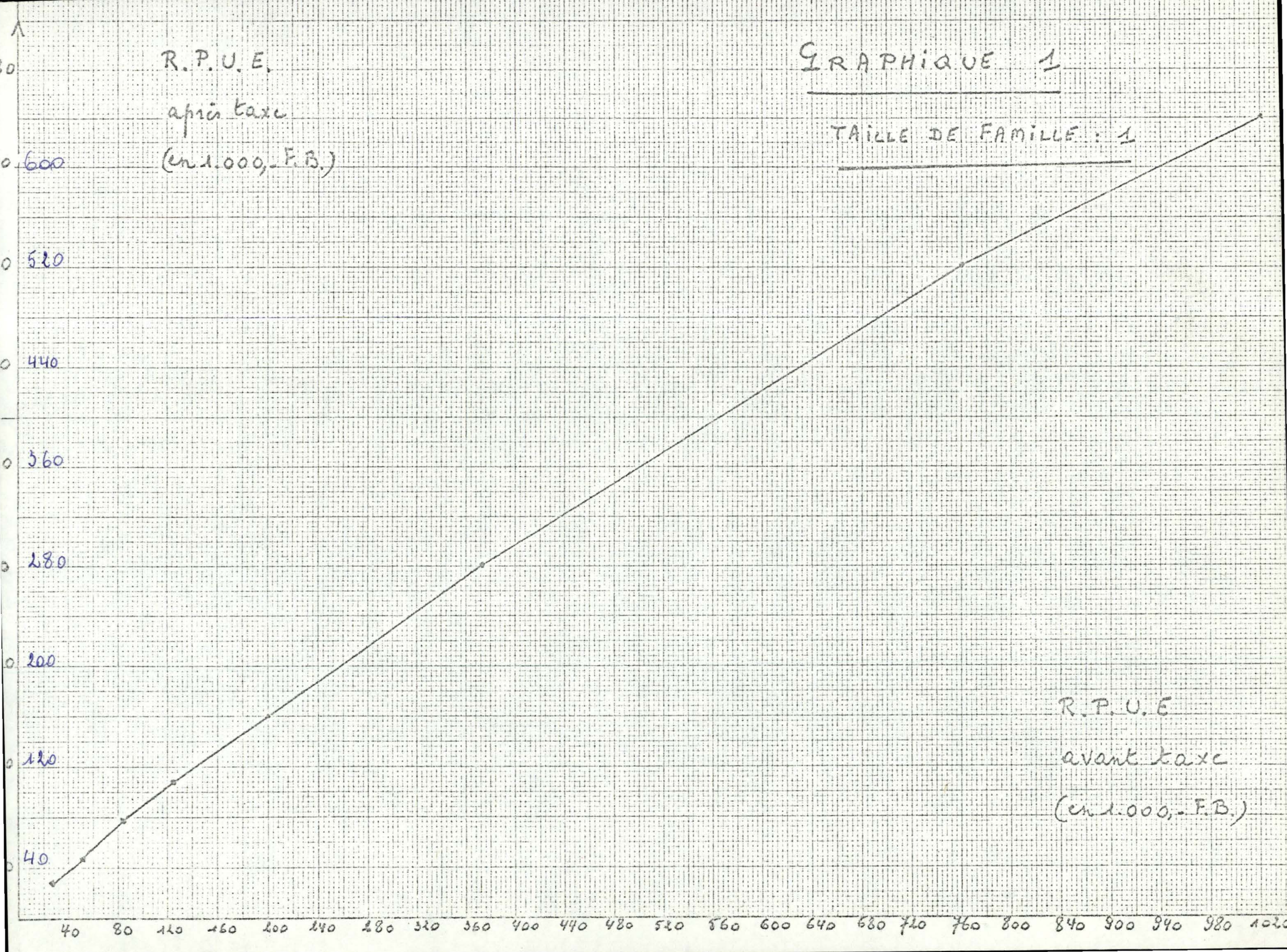
b) Pour chaque taille de famille, nous avons fait correspondre au revenu médian de la classe le R.P.U.E. adéquat d'abord avant taxation, ensuite après taxation.
Ce sont les tableaux "Incidence fiscale sur les R.U.P.E.".

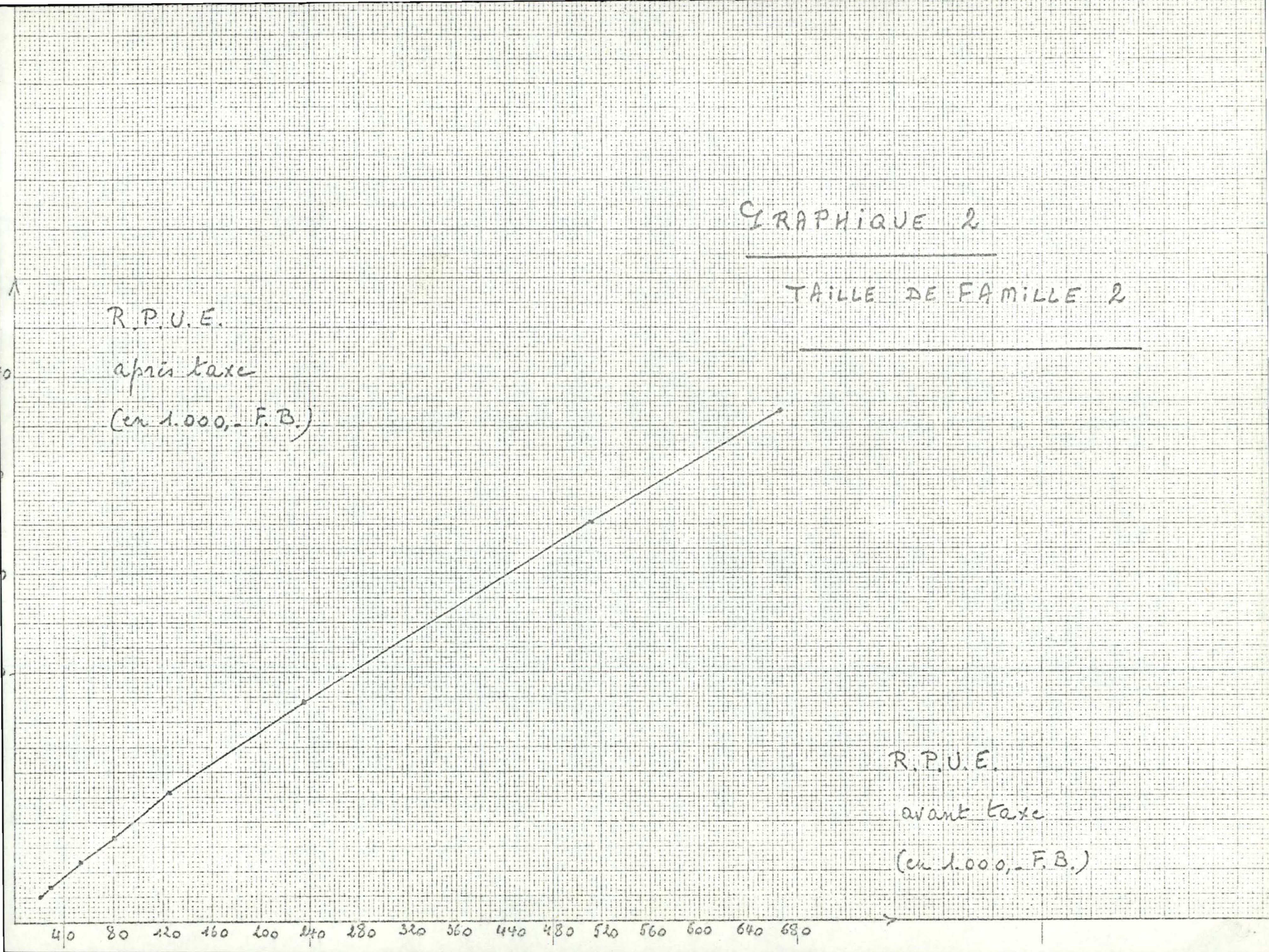
c) Il suffit alors de faire correspondre les R.P.U.E. avant (abcisse) et après (ordonnée) taxe sur un graphique différent selon la taille de famille envisagée : ce sont les graphiques 1 à 7.

La lecture de ces graphiques nous enseigne ceci :

- Pour les familles de taille 1 à 7, le T.M.T. (1) varie très peu en fonction du niveau du R.P.U.E., ou en d'autres termes, le R.P.U.E. semble être taxé de façon onstante en fonction de son niveau.
Donc, redistribution faible à l'intérieur des familles de taille 1 à 7.
Pour les familles de taille 2 à 7, on peut voir le T.M.T. augmenter quelque peu par rapport au T.M.T. des célibataires.

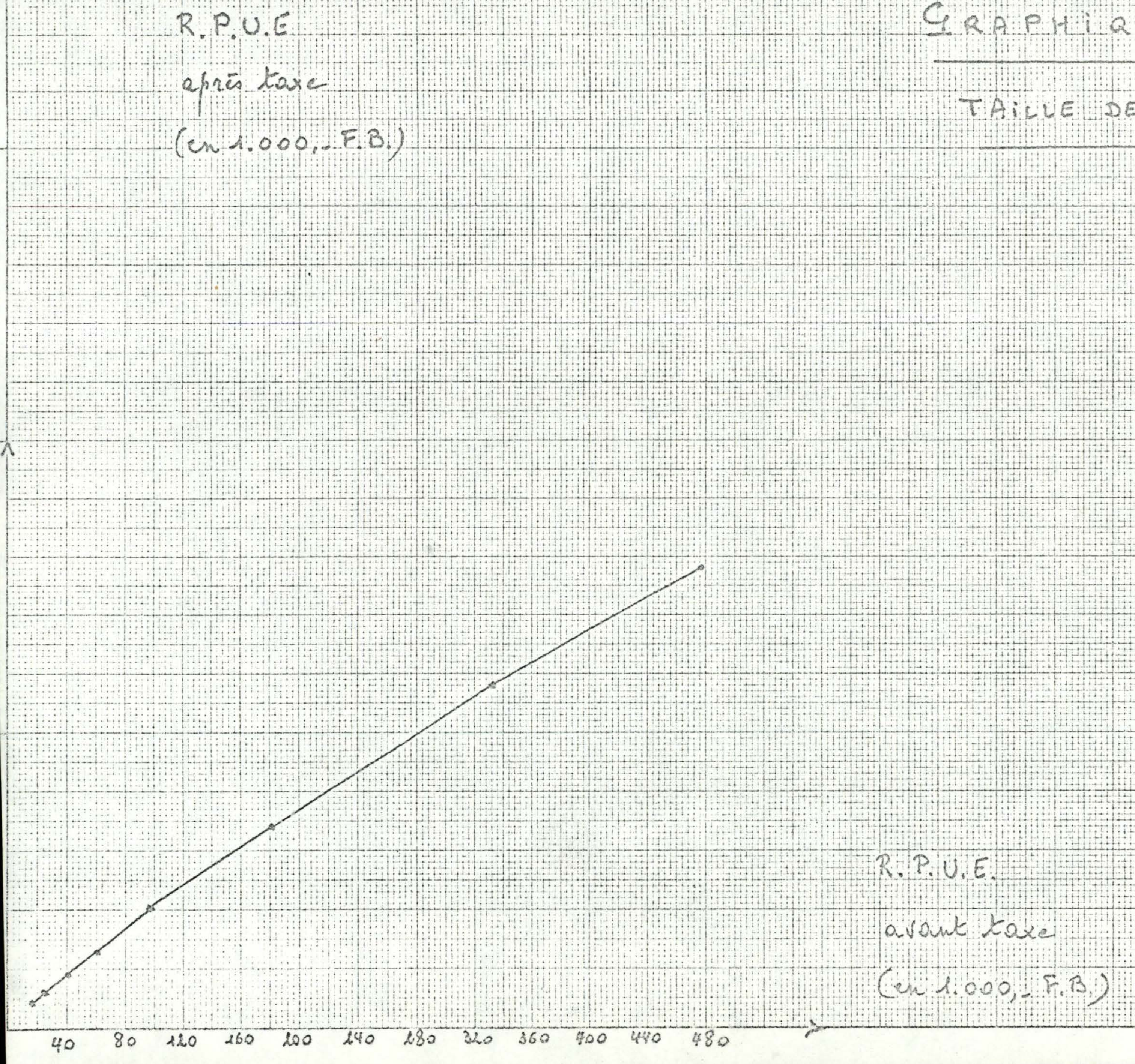
(1) Taux Moyen de Taxation


GRAPHIQUE 1
TAILLE DE FAMILLE : 1
R.P.U.E.
après taxe
(en 1.000,- F.B.)
600
520
440
360
280
200
120
40
R.P.U.E
avant taxe
(en 1.000,- F.B.)
40 80 120 160 200 240 280 320 360 400 440 480 520 560 600 640 680 720 760 800 840 900 940 980 1020


GRAPHIQUE 2
TAILLE DE FAMILLE 2
R.P.U.E.
après taxe
(en 1.000,- F.B.)
R.P.U.E.
avant taxe
(en 1.000,- F.B.)
40 80 120 160 200 240 280 320 360 440 480 520 560 600 640 680

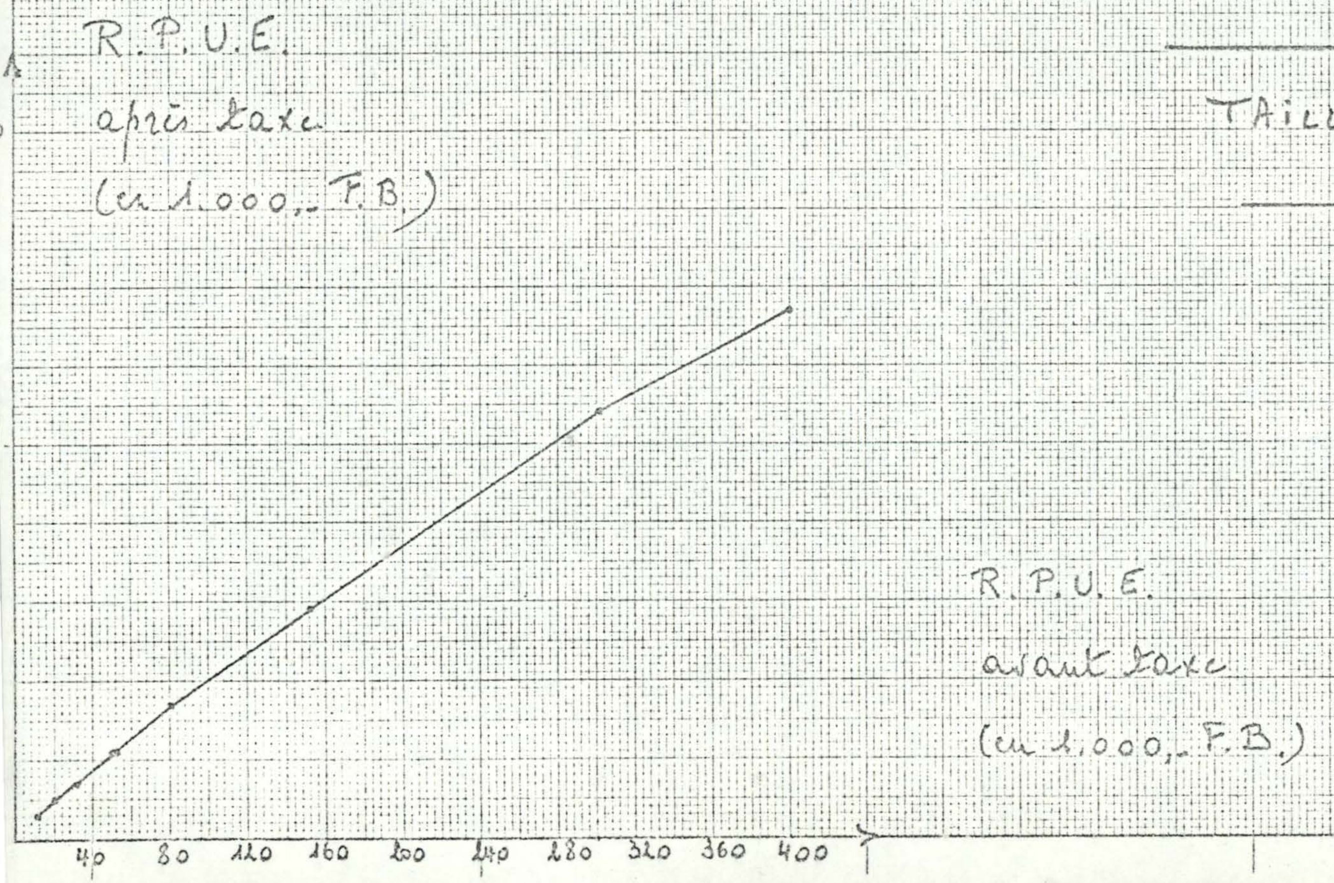
GRAPHIQUE 3

TAILLE DE FAMILLE 3



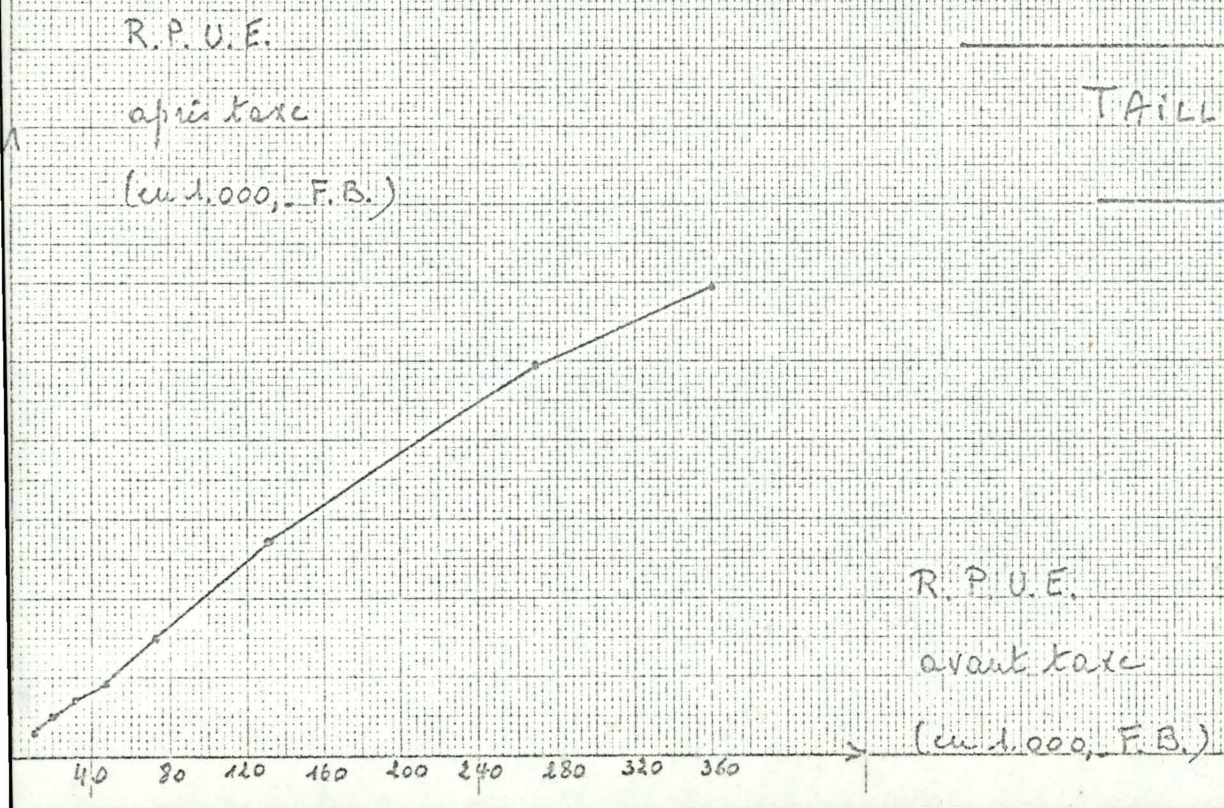
GRAPHIQUE 4

TAILLE DE FAMILLE 4



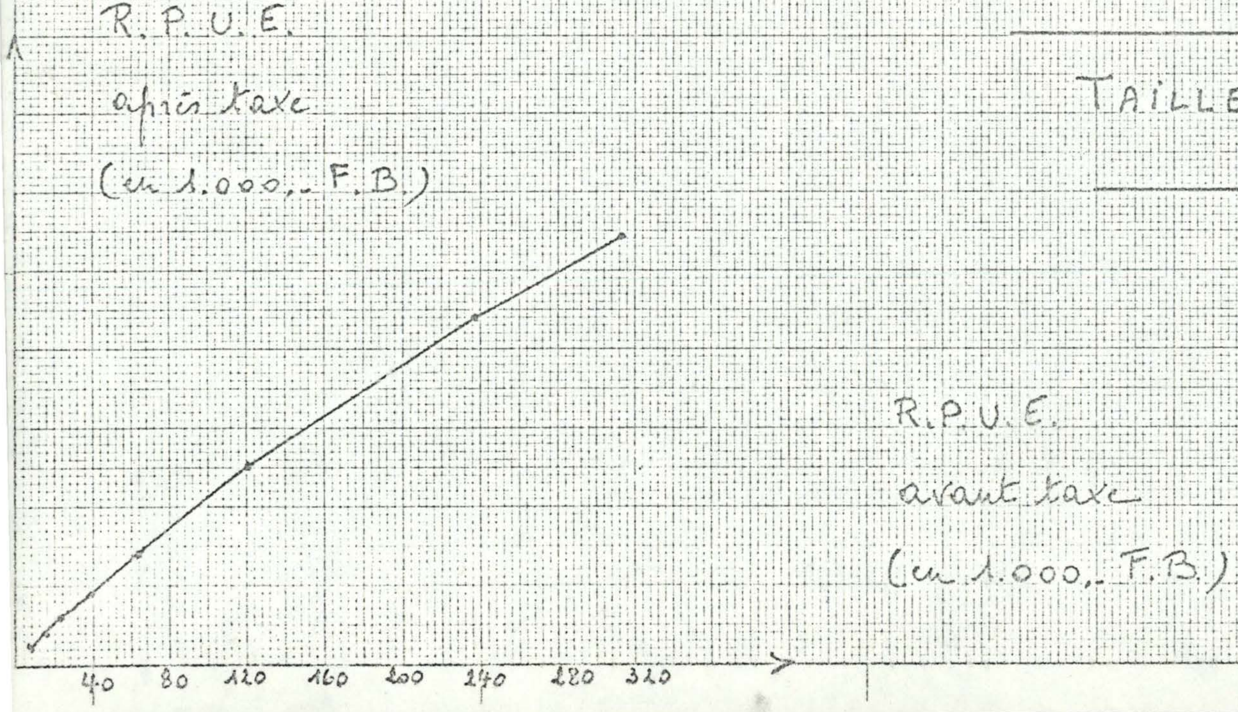
GRAPHIQUE 5

TAILLE DE FAMILLE 5



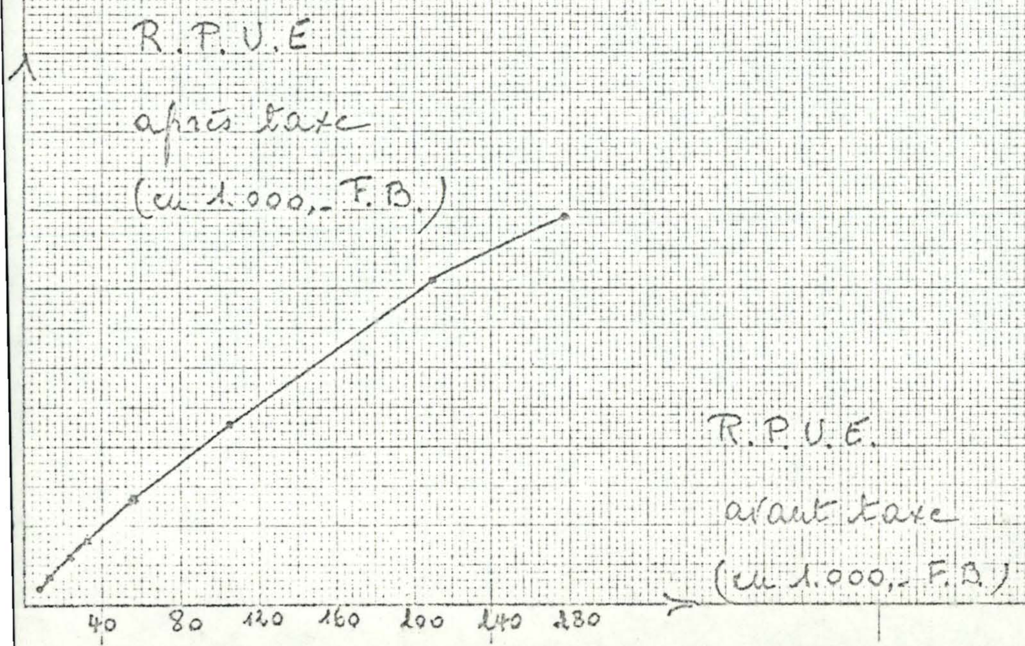
GRAPHIQUE 6

TAILLE DE FAMILLE 6



GRAPHIQUE 7

TAILLE DE FAMILLE 7



Incidence fiscale sur les Revenus par Unité d'Equivalence

Taille de famille [1] (Revenus en 000 FB)

Classes (1)	Revenu Brut/U.E. (2)	Revenu Net/U.E. (3)
30	30	30
50	50	47,150
85	85	75,650
125	125	106,350
200	200	161,300
375	375	281,050
750	750	510,175
1.000	1.000	653,925

Taille de famille [2]

Classes (1)	Revenu Brut/U.E. (2)	Revenu Net/U.E. (3)
30	18,750	18,750
50	31,250	29,558
85	53,125	47,573
125	78,125	67,051
200	125,000	102,022
375	234,375	177,515
750	468,750	320,717
1.000	625,000	410,562

(1) Revenu médian de la classe, sauf pour les classes extrêmes.
(2) Revenu Brut par unité d'équivalence.
(3) Revenu Net par unité d'équivalence.

Taille de famille [3]

Classes	R.B./U.E.	R.N./U.E.
30	14,3	14,3
50	23,8	22,6
85	40,5	36,5
125	59,5	51,5
200	95,2	78,6
375	178,6	136,6
700	333,3	231,5
1.000	476,2	314,2

Taille de famille [4]

Classes	R.B./U.E.	R.N./U.E.
30	12	12
50	20	19,9
85	34	31
125	50	44
200	80	67,6
375	150	117,2
700	300	216,8
1.000	400	266,3

	Taille de famille [5]		Taille de famille [6]		Taille de famille [7]	
Classes	R.B./U.E.	R.N./U.E.	R.B./U.E.	R.N./U.E.	R.B./U.E.	R.N./U.E.
30	10,7	10,7	9,4	9,4	8,3	8,3
50	17,9	17,9	15,6	15,6	13,9	13,9
85	30,4	28,3	26,5	26,5	23,7	23,7
125	44,6	39,9	39,1	37,1	34,2	34,2
200	71,4	61,7	62,5	56,5	55,6	52,4
375	133,9	102,6	117,2	99,7	104,7	95,2
700	267,9	196,6	234,4	177,6	208,3	163,9
1.000	357,1	240,7	312,5	216,2	277,8	198,3

2°) Pour analyser cette différence de traitement des R.P.U.E. en fonction de la taille familiale, nous avons procédé comme suit :

a) Pour quatre R.P.U.E. avant taxe, arbitrairement choisis, nous avons recherché le R.P.U.E. après taxe pour les sept tailles de familles envisagées.

b) De manière à recomposer le revenu total disponible des familles, nous avons cumulé les allocations familiales (1) par unité d'équivalence au R.P.U.E.

c) Nous avons choisi une taille de famille (la taille 1) de référence, que nous avons supposée taxée de façon juste. Pour nos quatre R.P.U.E., nous avons comparé l'évolution de la taxation en fonction de la taille familiale, dans les tableaux 1 à 4.

De la lecture des tableaux 1 à 4, on peut déduire ceci : Dans tous les cas, ce sont les familles de taille 2 à 5, c'est-à-dire les petites et moyennes familles dont le R.P.U.E. est proportionnellement le plus taxé.

Les allocations familiales versées aux titulaires de petits R.P.U.E. (50.000 et 100.000) inversent les effets de la taxation dans de fortes proportions.

Cette "inversion" se mue progressivement en une "atténuation pour les R.P.U.E. supérieurs.

---

(1) Pour les hypothèses quant aux allocations familiales, voir Infra.

TABLEAU 1. : R.P.U.E. = 50.000 F

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
N	R.N.I. (000.FB)	R.P.U.E.A.T.	$\left[\frac{(3)-47.150}{100}\right]$	[(3) + A.F.P.U.E.]	$\left[\frac{(3)-47.150}{100}\right]$
1	50	47.150	–	47.150	–
2	80	45.071	– 4	45.071	– 4
3	105	44.064	– 7	49.036	+ 4
4	125	44.032	– 7	55.404	+ 18
5	140	44.400	– 6	62.252	+ 32
6	160	45.672	– 3	68.060	+ 44
7	180	47.233	0	73.092	+ 55

TABLEAU 2. : R.P.U.E. = 100.000 F

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
N	R.N.I. (000.FB)	R.P.U.E.A.T.	$\left[\frac{(3)-87.300}{100}\right]$	[(3) + A.F.P.U.E]	$\left[\frac{(3)-87.300}{100}\right]$
1	100	87.300	–	87.300	–
2	160	83.553	– 4	83.553	– 4
3	210	82.235	– 6	87.477	0
4	250	82.896	– 5	84.268	+ 8
5	280	89.388	– 3	102.240	+ 17
6	320	88.328	+ 1	110.684	+ 27
7	360	92.608	+ 6	118.467	+ 36

(1) = taille de la famille
(2) = Revenu net imposable correspondant au R.P.U.E..
(3) = R.P.U.E. après taxes.
(5) = (3) + Allocations familiales par unité d'équivalence.
(4) et (6) sont arrondis au % près.

TABLEAU 3. : R.P.U.E. = 200.000 F

(1) N	(2) R.N.I. (000.FB)	(3) R.P.U.E.A.T.	(4) $\left[\frac{(3) - 161.300}{100}\right]$	(5) $\left[(3) + A.F.P.U.E.\right]$	(6) $\left[\frac{(3) - 161.300}{100}\right]$
1	220	161.300	-	161.300	-
2	320	155.264	- 4	155.264	- 4
3	420	150.676	- 7	155.318	- 3
4	500	149.066	- 8	160.438	- 1
5	560	149.046	- 8	166.998	+ 4
6	640	151.670	- 6	173.922	+ 8
7	720	154.643	- 4	180.502	+ 12

TABLEAU 4. : R.P.U.E. = 300.000 F

(1) N	(2) R.N.I. 000.FB)	(3) R.P.U.E.A.T.	(4) $\left[\frac{(3) - 231.550}{100}\right]$	(5) $\left[(3) + A.F.P.U.E.\right]$	(6) $\left[\frac{(3) - 231.550}{100}\right]$
1	300	231.550	-	231.550	-
2	480	219.249	- 5	219.249	- 5
3	630	211.629	- 9	216.871	- 6
4	750	209.066	- 10	220.438	- 5
5	840	208.342	- 10	226.194	- 3
6	960	209.930	- 9	232.282	0
7	1.080	211.240	- 9	237.090	+ 2

3. La distribution d'allocations familiales en Belgique

* Il s'agit ici de rappeler brièvement que la distribution d'allocations familiales est indépendante du niveau de revenu des ménages.
Elle constitue une source de revenus immunisée d'impôts.
Une étude (1) du Professeur Ch. Jaumotte et Madame Lacroix-Destrée a montré que celle-ci constitue aussi une part de plus en plus importante des ressources (2) des ménages pour la période 1931-1969.

* Il y a trois régimes d'allocations familiales en Belgique relatifs au régime socio-professionnel des attributaires : régime des salariés, des indépendants et des fonctionnaires de l'Etat.

Ces régimes impliquent des différences (3)

- au niveau des allocations versées :

  . par le fait que les montants payés aux fonctionnaires de l'Etat sont de 10 à 20 % plus élevés que ceux payés aux ménages des salariés ; ceux-ci dépassent encore de très loin les montants versés aux indépendants (4).

---

(1) Compte-rendu de la commémoration du 50e anniversaire de l'Association des Caisses d'Allocations Familiales le 27 novembre 1972. A.C.A.F. 1973.

(2) Dans cette étude, le niveau des ressources du ménage est approximé par le niveau des salaires moyens.

(3) Ces différences valables pour la période étudiée (exercice d'imposition 1970) se sont quelques peu atténuées depuis : notamment les barèmes des allocations familiales versées aux agents de l'Etat ont été fixés au même niveau que ceux relatifs aux salariés.

(4) Pour les ménages "mixtes", c'est-à-dire ceux où les deux conjoints appartiennent à deux régimes socio-professionnels différents, le choix du régime est libre et se fixe donc sur le régime le plus avantageux.

- au niveau des cotisations :

  . par le fait que seuls les indépendants paient ces dernières par soustraction de leurs revenus bruts ;
  en ce qui concerne les salariés (des entreprises privées ou de l'Etat), c'est l'employeur qui supporte la quote-part de Sécurité Sociale relative aux allocations familiales.

- Pour chaque régime cité, le montant d'allocation varie en fonction de l'âge et du rang des enfants.

°

° °

III. - Traitement statistique de nos données et hypothèses retenues pour le calcul d'optimalité

1. Traitement statistique

Avant tout il est important de signaler que la période considérée est l'exercice d'imposition 1970 (donc ce sont les revenus et allocations de 1969 qui seront traitées).

* Le traitement subi par le revenu peut se schématiser en trois étapes :

1° étape : Description des données publiées par l'I.N.S. (1)

- Les statistiques fiscales publiées par l'I.N.S. nous ont fourni :

  . le nombre de déclarations fiscales par classe de revenu (i) et par nombre de personnes (j) $\left[A_{ij}\right]$ composant la famille,

  . le revenu total net imposable théorique (2), selon les mêmes classifications $\left[Z_{ij}\right]$,

  . le montant total d'impôt payés, selon les mêmes classifications $\left[I_{ij}\right]$.

- Si nous effectuons l'opération $\dfrac{Z_{ij} - I_{ij}}{A_{ij}} = Y_{ij};\ \forall_{i},j$,

  nous obtenons le revenu disponible théorique moyen par classe de revenu i et par taille de famille j.

---

(1) Voir Bulletin Statistique N° 819, Août-Sept. 1974.

(2) Théorique au sens où ce revenu devra encore être corrigé de certaines sous-estimations propres aux statistiques fiscales. Voir infra 2ème Etape.

Ce revenu comprend les revenus mobiliers, immobiliers, professionnels et divers après taxation.

Y_{ij} est donc un revenu disponible théorique moyen, nous l'appellerons plus simplement revenu disponible théorique.

- Il est important de souligner ici les limites de cette statistique :

1°) Il n'est pas tenu compte des revenus et transferts immunisés d'impôts (1), parmi lesquels

  . les allocations de chômages
  . et les allocations familiales.

Nous tiendrons compte de ces dernières, mais sommes impuissants quant à la répartition des premières, par manque de précision des statistiques publiées à leur sujet.
Leur importance relativement faible en 1969 est capitale aujourd'hui, puisqu'il est question de les faire rentrer dans la base imposable.

Nos données sous-estiment donc le revenu disponible des ménages qui sont l'objets de transferts immunisés autres que les allocations familiales.

2°) Comme le souligne un article de D. Meulders et R. Tollet (2) plus ou moins 1.600.000 personnes, soit plus ou moins 600.000 ménages, ou plus ou moins 18 % de la population totale du Royaume en 1969, échappent à la statistique fiscale de l'I.N.S. pour l'exercice d'imposition de 1970.

Cette carrence est dûe essentiellement au fait que la statistique fiscale de l'I.N.S. est reconstruite à partir d'un

---

(1) Nous ne tenons pas compte non plus des transferts relatifs aux soins de santé.
(2) "L'inégalité et Structure du Revenu en Belgique, Exercice d'imposition 1970", Minéographie.

échantillon tiré d'une population ne contenant que des revenus effectivement "enrôlés" - c'est-à-dire dont le montant du revenu a donné lieu à paiement effectif d'impôt. Par conséquent, échappent à cette statistique, tous les contribuables exonérés d'impôt :

- par la modicité de leur revenu,
- par le fait qu'ils ont un grand nombre de personnes à charge.

3°) De plus, ce revenu disponible théorique suppose la conformité à la réalité des déclarations fiscales des contribuables.

Par comparaison entre les revenus primaires échéant aux particuliers, le professeur Frank (1) montre qu'il fallait mettre en doute cette hypothèse de "conformité".
C'est pourquoi nous corrigerons notre statistique du revenu imposable théorique par ménage fiscal Z_{ij} par les résultats obtenus par le professeur Frank ; en conséquence, nous obtiendrons un revenu disponible corrigé $\left[Y_{ij}\right]_C$ par ménage fiscal.

(1) Problèmes méthodologiques et statistiques relatifs à l'évaluation de la fraude fiscale dans : "L'exacte perception de l'impôt - Textes réunis par M. Frank", Edition Bruylant, 1973.

2° étape : Correction des données

- Le professeur Frank (1) a pu estimer la sous-évaluation des ressources déclarées par les ménages par rapport à la réalité, et il explique cette fuite par la combinaison des phénomènes suivants :

  1- fraude fiscale
  2- sous-estimation fiscale
  3- évasion fiscale
  4- et non taxation.

Le premier phénomène correspond simplement à la non-déclaration des ressources qui doivent être déclarées (dividende, travail en noir).
Le second fait référence essentiellement à la sous-estimation des revenus cadastraux dont le législateur est seul responsable et de la sur-estimation systématique des charges professionnelles déclarées par les contribuables.
Le troisième fait, lui, référence à la fuite de capitaux vers des pays à régime fiscal plus avantageux que le nôtre. Ces capitaux passent évidemment la frontière incognito et les revenus qu'ils produisent échappent donc à la fiscalité belge.
Enfin, certains revenus, ceux relatifs à certains comptes à terme inférieurs à des plafonds donnés, échappent légalement à toute taxation.

Chacun de ces éléments constitue un facteur de sous-évaluation du revenu imposable recensé par la statistique fiscale, par rapport au revenu imposable réel des ménages ; la correction s'impose.

---

(1) "L'exacte perception de l'impôt", Op. cité.

- Le professeur M. Frank a bien voulu nous communiquer les résultats de ses estimations (1) de la sous-évaluation des ressources réelles des ménages calculée par groupe socio-professionnel et par classe de revenu pour chacun de ces groupes (2).

- Le résultat de ses estimations peut se mettre sous la forme d'une matrice de coëfficients de correction $\left[C_{ik}{}^{(3)}\right]$ qui permettent de calculer le revenu imposable réel (nous l'appellerons revenu imposable corrigé $\left[Z_{ik}\right]_C$ à partir du revenu imposable théorique. Ce coëfficient peut être obtenu pour chaque catégorie socio-professionnelle et chaque classe de revenu, d'où la matrice.

- Dans notre travail empirique, nous ne tenons pas compte de la classification des revenus par catégorie socio-professionnelle, mais bien de leur classification par taille de ménages.
En conséquence, pour pouvoir appliquer les coëfficients de correction, nous avons procédé comme suit :

  1°) Nous avons supposé une répartition constante, à niveau de revenu donné, des différentes catégories socio-professionnelles à travers les ménages de taille différente (4).

---

(1) Relatives aux revenus de 1969.
(2) Les classes de revenu considérées coïncident avec celles recensées par la statistique fiscale, tandis que les catégories socio-professionnelles distinguées comprennent : salaires, appointés, pensionnés, médecins + dentistes, avocats, notaires, autres professions libérales, administrateurs, agriculteurs + horticulteurs, commerçants + artisans, sans activité professionnelle.
(3) où i est l'indice des classes de revenu, et k celui des catégories socio-professionnelles.
(4) Cette hypothèse d'indépendance nous est dictée par la nécessité.

2°) Dès lors, nous pouvions calculer pour chaque classe de revenu i un coëfficient de correction moyen $\bar{C}_i$.

$\bar{C}_i$ est donc la moyenne (1) sur les k catégories socio-professionnelles des coëfficients C_{ik}.

3°) Considérons ensuite notre propre tableau à double entrée de revenus imposables avant correction $\left[Z_{ij}\right]$.
Multiplions alors chaque Z_{ij} par $\bar{C}_i$ où $\bar{C}_i$ reste constant pour tout j.

4°) Le résultat obtenu est une matrice $\left[Z_{ij}\right]_C$ de revenus imposables corrigés de la sous-évaluation résultant des phénomènes de fraude fiscale, sous-évaluation fiscale, évasion fiscale et non taxation.

5°) Le montant de l'impôt et le nombre de déclarations fiscales peuvent être supposés conformes à la réalité.
On obtient donc le revenu disponible réel (ou corrigé) des familles par l'opération :

$$\frac{\left[Z_{ij}\right]_C - I_{ij}}{A_{ij}} = \left[Y_{ij}\right]_C \quad \forall_{ij}$$

(1) Pondérée par leur importance relative en nombre de déclarations.

3° étape : Application de l'échelle d'équivalence

- Les revenus disponibles corrigés ne seront comparables pour deux ménages de tailles différentes que lorsqu'ils seront définis en termes d'unité d'équivalence.

- Il faudra donc transformer nos $\left[Y_{ij}\right]_C$ en Y_{ij}^* pour lesquels $Y_{ij}^* = \left[Y_{ij}\right]_C / N(j)$ où N(j) est la valeur de l'échelle d'équivalence pour j = 1,7.

* Les données concernant les allocations familiales sont celles recensées par le "Rapport sur l'exercice 1969" de l'Office National d'Allocations Familiales pour Travailleurs Salariés.

Pour rendre ces données compatibles avec les statistiques concernant les revenus, elles ont été agrégées sous forme de données annuelles et traitées par la même échelle d'équivalence.

Nous exposerons dans le paragraphe suivant les hypothèses simplificatrices faites à leur égard.

2. Hypothèses simplificatrices faites au niveau des données

* En ce qui concerne les revenus, nous ferons les hypothèses suivantes :

  1°) toute personne à charge - pour les familles de plus de deux personnes - est un enfant (nous excluons donc les ascendants).

  2°) la 1ère personne à charge - pour les familles de taille supérieure ou égale à 2 - est l'épouse (Il n'y a donc pas d'allocations familiales versées pour les familles de taille 2).

  Les biais résultant de ces simplifications doivent être d'importance minime.

* En ce qui concerne les allocations familiales, nous avons fait les hypothèses suivantes :

  1°) Il n'y a qu'un seul régime d'allocations familiales (celui des salariés).

  2°) Nous avons tenu compte du rang des enfants, et de la moyenne des taux différenciés selon leur âge pour calculer le montant versé annuellement aux familles.

  3°) A partir des montants calculés en fonction des deux premières hypothèses, nous avons reconstitué rétroactivement le gâteau des allocations à partager.
  C'est le montant de ce gâteau qui servira de contrainte pour le calcul d'optimalité.

IV - CALCUL D'OPTIMALITE

La matière de cette section est encore semblable à une "terre en friche" : nous n'avons aucun résultat définitif à proposer au lecteur, pas même concernant la fonction de Welfare quadratique.

Nous nous bornerons donc dans cette section à expliquer le type de démarche que nous avons suivie (§ 1.) ; les possibilités d'application de ce type de démarche à des fonctions de Welfare bien précises (§ 2) ; et l'apport éventuel que pourrait constituer les résultats de la maximisation de ces fonctions au niveau de la politique économique (§ 3.).

1. La démarche suivie

- Il s'agit d'une analyse en "Cross-Section" ; donc les prix peuvent être supposés constants pour la période envisagée ; et nous pouvons définir une fonction de welfare-social pour la Belgique,

  de la manière la plus générale (1) :

(1) Distinction faite par Muellbauer : "Inequality Measures, Prices, and Household Composition", Review of Economic Studies, Octobre 1974.

(IV.1.) $W = G\left[U_1(Y_1), \ldots, U_n(Y_n)\right]$

où G est une fonction croissante, strictement quasi-concave, et symétrique par rapport aux fonctions d'utilité infividuelle $U_i(Y_i)$, qui sont elles aussi supposées croissantes et concaves par rapport à Y_i (revenu du i° individu) d'une manière plus particulière :

(IV.2.) $W = F(Y_1, \ldots, Y_n)$

où F est une fonction strictement quasi-concave et symétrique par rapport aux Y_i.

- La grande différence qu'il y a entre(IV.1.) et (IV.2.) est que les qualités

de stricte quasi-concavité

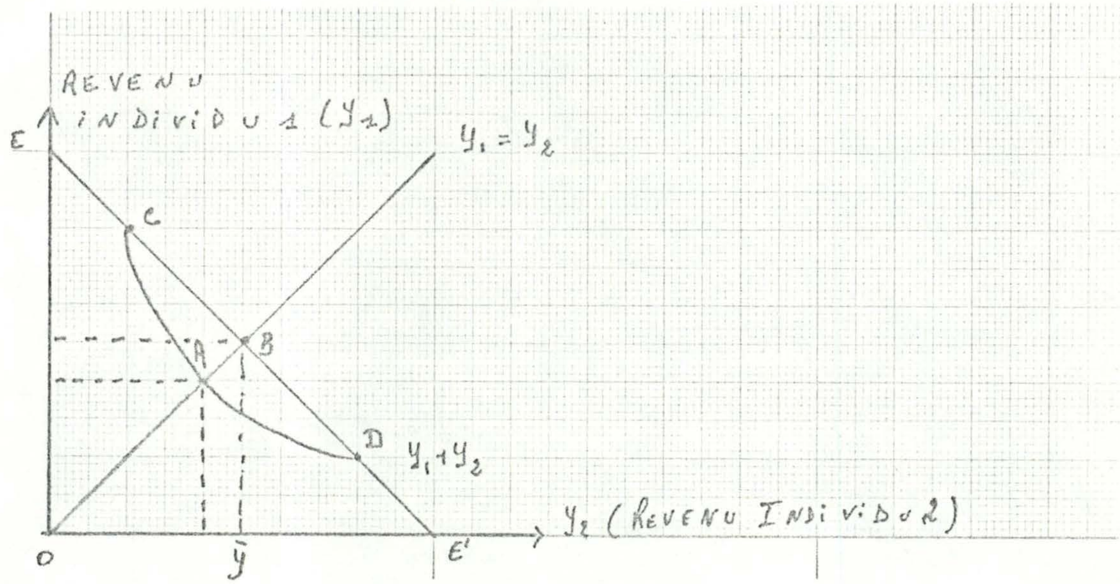
et de symétrie

de la dernière implique une distribution égale des revenus (ou la plus égale possible étant données "les contraintes") pour atteindre l'optimum ; ce qui n'est pas le cas de la première.

Notre choix se portera sur une fonction de Welfare social conforme à (IV.2.).

- On peut illustrer (IV.2.) ; dans le cas de deux individus.

Graphique IV.2.



- La stricte quasi-concavité de F, implique que les courbes d'indifférences soient strictement concaves.

- La symétrie de F, implique la symétrie des courbes d'indifférence autour de la droite $Y_1 = Y_2$.

- La droite EE' représente le gâteau total à distribuer (la contrainte).
  Les points C et D représentent des distributions de revenus équivalents entre les deux individus.
  Le point A nous donne la distribution de revenus égaux qui procure le même niveau de bien-être social que les distributions inégales correspondant aux points C ou D.

- Plusieurs fonctions de Welfare social répondent aux critères de (IV.2.) : mais ceci fait l'objet du paragraphe suivant.

2. Les différentes fonctions de Welfare à envisager

A- A tout seigneur, tout honneur. Il faut d'abord citer celle d'Atkinson (1) (de même que l'indice d'inégalité qui en découle).

- Son indice d'inégalité s'énonce

(A.1.) $$I_A = 1 - \left[\sum_i \left(\frac{Y_i}{\mu}\right)^{1-\varepsilon} f(y_i)\right]^{\frac{1}{1-\varepsilon}}$$ (i = 1,n individus

où Y_i est le revenu de l'individu i

$f(y_i)$ représente la proportion de personnes ayant le même revenu y_i

μ est le revenu moyen de la distribution

ε est l'indice d'aversion à l'inégalité (ε z,o)

- La fonction de welfare social (2) à laquelle cet indice correspond peut s'écrire :

(A.2.) $$W = \sum_i g_i(y_i)$$

où $g_i(y_i) = g(y_i) \quad \forall i = 1,n$

$$g(y_i) = a + b\,\frac{y_i^{1-\varepsilon}}{1-\varepsilon} \text{ ; si } \varepsilon \text{ différent de 1.}$$

$$= \log(y_i) \text{ ; si } \varepsilon \text{ est égal à 1}$$

où ε indique l'aversion pour l'inégalité (graphiquement, plus ε croit, plus la courbure des courbes d'indifférence du graphique (IV.2.) est forte).

(1) Journal of Economic Theory, n° 2, 1970
(2) Additive, symétrique, et homothétique.

B- Köln (1), récemment, a proposé similairement une mesure d'inégalité qui, au lieu d'être invariante à une variation proportionnelle des revenus, l'est à une variation absolue de ceux-ci.

Il propose l'indice d'inégalité :

$$(K.1.) \quad I_k = \frac{1}{\alpha} \operatorname{Log}_e \sum_i e^{\alpha.(\mu - y_i)} f(y_i)$$

où α est l'indice d'aversion à l'inégalité ($\alpha \geqslant 0$)

et

où μ, y_i, et $f(y_i)$ ont la même signafication que ci-dessus,

et la fonction de Welfare correspondante :

$$(K.2.) \quad W = \operatorname{Log} \sum_i g_i(y_i)$$

$$\text{où } g_i(y_i) = g(y_i) = g(y_i) = e^{\alpha . y_i} \quad (\alpha \geqslant 0)$$

C- Ces fonctions de Welfare, nous n'avons pu les tester : il semble bien que les techniques de programmation non-linéaires employées n'étaient soit pas au point, soit pas adéquates au problème traité (selon les cas).

Voici un essai de résolution de notre problème par une fonction de Welfare quadratique, qui lui non plus, ne donne pas entière satisfaction.

Il est simplement, pour nous, l'occasion d'expliciter la façon dont nous avons formalisé notre problème.

---

(1) Miméo.

- Soit la fonction de Welfare sociale quadratique à maximiser :

$$\underset{X_j}{\text{Max}} \quad W = \left\{ \sum_i \sum_j p_{ij} \left[(Y_{ij} + X_j) - \frac{\alpha}{2} (Y_{ij} + X_j)^2 \right] \right\}$$

sous les contraintes : . $\sum_j \pi_j X_j \leq K$.

. $X_j \geq 0$

Pour garantir la croissance de W, il faut de plus imposer

$\alpha < \left[\frac{1}{(y+x)} \right]_{MAX.}$; dans notre cas, nous avons poser

$\alpha = 1/30.000.000.$

Les indices i et j désignent respectivement les classes de revenus et les tailles de familles envisagées.

Les paramètres Y_{ij} désignent les revenus par unité d'équivalence.

La variable de décision X_j désigne l'allocation familiale par unité d'équivalence versée à la famille de taille j ; elle est invariante par rapport au niveau de revenu des familles.

Les paramètres p_{ij} indiquent le nombre relatif de <u>personnes</u> (1) appartenant à la cellule i - j.

Les paramètres π_j indiquent, eux, le nombre relatif total (pour tout i) de familles de taille j, multipliées par "l'échellon" correspondant de l'échelle d'équivalence choisie.

(1) La fonction de welfare sociale ne tient compte que des individus, peu importe la taille de la famille à laquelle ils appartiennent.

Formellement $\Pi_j = \sum_i \varphi_{ij} \cdot f(j)$

où φ_{ij} est le nombre relatif de familles appartenant à la cellule i-j.

$f(j) = 1$ si $j = 1$

$= 1{,}6$ si $j = 2$, etc...

(voir échelle de Stark)

Il est important de souligner que si les arguments de la fonction de Welfare sont pondérés par les probabilités relatives des personnes (point de vue éthique) ; les arguments de la contrainte sont pondérés par les probabilités des familles et l'échelle d'équivalence (de manière à repasser des allocations par unités d'équivalence en allocations rélles) et respectent donc le système de distribution d'allocations (que nous avons supposé unique). K est le montant total d'allocation à partager entre les familles dont la taille est supérieure ou égale à 3.

Nous avons résolu le système d'équation dérivé du lagrangien ; et par là même n'avons pu maintenir la contrainte de positivité sur les X_j.

L'optimum obtenu était :

$X_3 = -\ 3.483.293$ F

$X_4 = 100.332$ F

$X_5 = 3.202.971$ F

$X_6 = 4.450.895$ F

$X_7 = 5.384.100$ F

Cet optimum est "non relevant" puisque X_3 est négatif et que la taille des allocations conséquente est totalement disproportionnée.

Un second "not-worse" (1) était d'autorité imposer $X_3 = 0$ et dériver les

$$X_4 = 938 \text{ F}$$
$$X_5 = 29.948 \text{ F}$$
$$X_6 = 41.616 \text{ F}$$
$$X_7 = 50.341 \text{ F}$$

Cette solution implique que nous ne sommes :

- ni à l'optimum
- ni à l'optimum sous contrainte des $X_j \geqslant 0$

puisque nous avons posé nos contraintes $X_j \geqslant 0$ après la maximisation.

---

(1) Plutôt que "second-best".

C'est donc à titre purement "indicatif" que nous comparerons ces résultats (transformés en francs réels) par rapport aux allocations "en vigueur" (1).

	Résultats (second-not worse)	Réalité
X_3	0	11.011
X_4	2.345	28.431
X_5	83.854	49.985
X_6	133.171	71.539
X_7	181.228	93.093

De cette comparaison, il ressort que les feuilles de taille supérieure ou égale à 5, aurait droit à des allocations deux fois supérieures à ce qu'elles reçoivent actuellement ; tandis que les familles de 1 ou 2 enfants, devraient voir leur quote-part fortement diminuer.

On ne peut en aucun cas tirer de conclusion "politiques" de ces résultats, dans la mesure où ils ne correspondent à aucun optimum mathématique ; mais simplement à une approche par tâtonnements.

Pour obtenir des "résultats valables", il faudrait passer la programmation non-linéaire qui permettrait d'inclure la contrainte de positivité des X_j.

(1) Suivant les hypothèses retenues.

3. Interprétation en politique économique

Dans le cas où la programmation non-linéaire permettrait de calculer l'optimum des fonctions de welfare décrites ; nous serions en possession d'une nouvelle arme de politique économique.

En effet, grâce à ces fonctions de Welfare, nous pourrions, dans le cas des allocations familiales par exemple, voir quelle serait leur répartition optimale - dans le cadre d'une politique d'égalisation des revenus, par exemple - .

L'optimisation par ces fonctions permettrait de poursuivre l'objectif principal (égaliser le plus possible les revenus par une distribution adéquate des allocations) en tenant compte de façon très précise des contraintes - le gâteau à distribuer et surtout l'état de la distribution avant les allocations.

On peut aussi imaginer de relâcher les contraintes :

- soit la contrainte budgétaire,
- soit laisser varier X_j en fonction du niveau de revenu des familles, en maintenant la contrainte constante ;

et, grâce aux indices d'inégalités d'Atkinson et Kölm, observer les gains et pertes au niveau de l'égalisation des revenus.

La principale hypothèse sur laquelle reposeraient ces calculs serait que tous les individus sont identiques et ont les mêmes besoins. Inutile de dire à quel point cette hypothèse est "héroïque".

Si cependant, en attendant mieux, on l'accepte ; alors on peut se servir des fonctions de Welfare (1) proposées pour comparer toute décision de politique économique en matière d'égalisation des revenus à une "norme" plus ou moins adéquate.

°

° °

Dans la mesure où d'une part, au cours des deux premières parties de ce mémoire, nous avons émis nos critiques et conclusions pour chacun des modèles présentés ;

et où d'autre part, nous n'avons aucun résultat acceptable à présenter au lecteur, pour cette troisième partie, nous ne désirons tirer ici aucune conclusion définitive.

Nous ne la tirerons que lorsque nous serons en mesure de présenter soit un résultat en calcul d'optimalité soit un diagnostic scientifique de l'échec de ce dernier.

---

(1) et des indices d'inégalité correspondants.

BIBLIOGRAPHIE

ATKINSON A.B.
"On the measurement of Inequality"
The Economic Journal, 1970, n° 2

BECKER G.S. & GILBERT G.R.
"The Allocation of time and goods over the Life-Cycle"
The Economic Journal, September 1965.

FRANK M.
"Exacte perception de l'Impôt"
(Textes réunis par M. FRANK)
Edition Emile Bruylant, 1973.

FRIEDMAN M.
"A method om comparing incomes of families differing in Composition"
Studies in Income and Wealth, 15.
(New-York, National Bureau of Economic Research, 1952).

HABIB J.
"Role of child allowances in a tax-transfer structure" (Miméo)
Falk Institute - Jerusalem, October 1972.

"The determination of equivalence scales with respect to family-size ; a theoretical reappraisal" (Miméo)
Falk Institute - Jerusalem, 1973.

HABIB J. et TAWIL Y.
"Equivalence scales for family-size : findings from "Israëli data"". (Miméo)
National Insurance Institute : Bureau of Research and planning - Jerusalem, Mars 1974.

JACKSON
"Poverty - National Assistance - Family"
Scottisch Journal of Economy, Juin 1966.

JACKSON C.A.
"Revised Equivalence Scales for estimating equivalent incomes or budget costs by family types".
Department of Labor, Bureau of Labor Statistics,
Bulletin n° 1570 2 - 1968.

KAPTEYN A. et van PRAAG
"Further Evidence on individual welfare function of income : an Empirical investigation in Netherlands".
European Economic Review, Spring 1973.

"A new approach to the construction of family equivalence sclaes" (Miméo).
The Economic Institute of Leyden University, 1973.

MEULDERS D. et TOLLET T.
"L'inégalité et la structure des revenus en Belgique : Exercice d'imposition 1970" (Miméo).
Université Libre de Bruxelles.

MICHAËL R.T.
"Education and derived demand for children"
Journal of Political Economy, 1973, Vol. 81 n° 2.

MIRRLEES
"Population policy and taxation of family size".
Journal of Public Economy, Août 1971.

MORISSENS L.
"La politique de répartition des revenus monétaires en Belgique".
Cahiers Economiques de Bruxelles, n°s 64 - 65, 1964-75.

MUELLBAUER
"Prices and inequality ; the recent U.K. experience".
The Economic Journal, n° 84, Mars 1974.

"Household composition, Engel curves, and welfare comparisons between households".
The European Economic Review, vol. 5, n° 2, Août 1974.

"Inequality measures, prices, and household composition".
Review of Economic Studies, Octobre-Décembre 1974.

NICHOLSON
"Redistribution of income in U.K. in 1953-57-59".
Baves and Bowes, London 1965.

O.N.A.F.T.S. (Rapport annuel)

SEN A.K.
"On Economic Inequality".
Clarendon Press, Oxford 1973.

SENECA J.J. et TAUSSIG M.K.
"Family Equivalence Scales and Personnal Income Tax Exemptions for Children".
Review of Economics and Statistics, Vol. 53, n° 3, 1971.

SHESHINSKY E.
"Relation: between a social welfare function and the Gini index of inequality".
Journal of Economic Theory, Vol. 4, 1972.

STARK Th.
"Distribution of Personnal Income in U.K. 1949 to 1973".
Cambridge University Press, 1972.

TAUSSIG M.K. et SENECA J.J.
(voir supra)

TAWIL Y. et HABIB J.
(voir supra)

TOLLET T. et MEULDERS D.
(voir supra)

van PRAAG B.M.S.
"Individual Welfare Functions and Consumer Behavior".
North-Holland Publishing Company, 1968.

"Welfare function of income in Belgium".
European Economic Review, Spring 1971.

van PRAAG et KAPTEYN A.
(Voir supra)

WATTS
"The Isoprop-index : an approach to the determination of differential poverty income tresholds".
Journal of Human Resources, Vol. 2, n° 1, 1967.

WILLIS R.J.
"A new approach to the economic theory of fertility behavior".
Journal of Political Economy, Vol. 81, n° 2, 1973.

Pour les données : Bulletin de Statistiques n° 8-9, Août-Septembre 1974.