MASTER EN SCIENCES ÉCONOMIQUES ORIENTATION GÉNÉRALE À FINALITÉ SPÉCIALISÉE

Construction et discussion d'un modèle urbain ouvert

Poncelet, Willy

Award date:
1972

Awarding institution:
Universite de Namur

FACULTES UNIVERSITAIRES NOTRE-DAME DE LA PAIX - NAMUR
FACULTE DES SCIENCES ECONOMIQUES ET SOCIALES

ANNEE ACADEMIQUE 1971-1972

Construction et discussion d'un modèle urbain ouvert

WILLY PONCELET

Mémoire présenté en vue de l'obtention
du grade de Licencié et Maître en Sciences Economiques et Sociales

JURY DU MEMOIRE :

M.M. Charles JAUMOTTE
Tanguy de BIOLLEY

C'est avec un réel plaisir que je tiens à remercier tous ceux qui m'ont dispensé leur enseignement durant ces nombreuses années d'études. Que monsieur F.LEROY, le corps professoral de l'établissement Saint-Joseph de CARLSBOURG et les enseignants de cette faculté trouvent ici l'expression de ma plus grande gratitude.

Plus particulièrement, je tiens à remercier monsieur C.JAUMOTTE qui, après m'avoir ouvert aux problèmes économiques urbains, m'a guidé lors de mes recherches. Toute ma reconnaissance va également à monsieur T. de BIOLLEY qui a accepté spontanément de prendre en main ce mémoire.

Ce travail a été rédigé partiellement à l'institut néerlandais d'économie de ROTTERDAM; aussi, j'adresse à monsieur J.PAELINCK mes plus vifs remerciements pour son accueil chaleureux et pour son aide précieuse lors de l'élaboration de cette étude.

J'aimerais aussi exprimer ma gratitude au gouvernement des Pays-Bas qui m'a octroyé une bourse d'études et ainsi m'a permis de mener à bien le séjour à ROTTERDAM.

à mes Parents,

à ma Soeur,

à Nicole,

à Daniel,

en témoignage de ma reconnaissance.

Chapitre I INTRODUCTION

A. Etat actuel des recherches.

L'économie urbaine présentée sous forme modélistique n'est encore qu'à ses débuts. De nos jours, de nombreuses études économiques s'attachent à des problèmes particuliers de la vie et de l'organisation urbaine tels que ceux de l'habitat, du coût du sol, de la médecine, de l'organisation des loisirs, de la structure du commerce, des types de population.

Mais, la présentation modélistique de la vie urbaine reste encore très rare. Jusqu'à présent, quelques auteurs ont étudié par la construction de modèles, le comportement urbain dans le temps. On retiendra les études de

- FORRESTER : "Urban Dynamics"
- Jaumotte et Paelinck : " Un modèle de simulation dynamique pour une région urbaine".
- Blokland, Hendricks et Paelinck : " Elements for the construction of a simple model for a stagnating town".

L'ouvrage de Forrester constitue une étude très approfondie de la structure urbaine. Faible par son fondement théorique, le modèle témoigne aussi d'une lourdeur quant à sa maniabilité et à son application pratique; les nombreuses relations entre variables endogènes empêchent de distinguer les éléments moteurs de la vie urbaine.

Le modèle de simulation dynamique pour une région urbaine de Jaumotte et Paelinck tâche d'analyser le comportement du système économique de la ville à partir de situations de départ différentielles. Cette étude suppose une unité urbaine vivante, dynamique en relation avec l'extérieur.

Contrairement au modèle de Jaumotte et de Paelinck, le modèle de Blokland, Hendriks et Paelinck envisage le cas d'une ville en stagnation ; stagnation due à une population décroissante et à un taux d'emploi qui l'est également. Dans une telle ville, il est difficile sinon impossible de trouver une branche d'activités dont la croissance économique est de quelque importance. On notera par ailleurs que d'un point de vue strictement théorique, la stagnation peut entraîner à long terme un effet dit "boule de neige". Dans beaucoup de cas, une diminution de la population engendre une diminution des recettes publiques et dès lors une diminution de l'attractivité de la ville considérée comme une entité vivante et de travail. En retour, une telle situation favorise une diminution progressive et continue de la population et de l'emploi.

La rareté des modèles urbains s'explique en partie par la rareté statistique. De plus, comme les données statistiques requises par de tels modèles ne seront pas disponibles avant longtemps, ceux-ci sont enclins à en rester à un stade théorique. Cependant, cette insuffisance statistique ne diminue pas l'intérêt et la valeur des modèles conçus jusqu'à présent. En effet, si ceux-ci ne s'appliquent pas directement à la réalité, des hypothèses théoriques de départ quant à la valeur des paramètres permettent par l'emploi de la technique de la simulation de tirer des conclusions intéressantes quant au sens et à l'importance de l'évolution des différentes variables.

B. Raisons d'être de l'étude.

Les progrès réalisés dans le domaine de la recherche économique pure permettent d'abandonner l'étude de la ville dans sa généralité la plus absolue. Blokland, Hendriks et Paelinck ont innové dans ce sens en rassemblant les éléments nécessaires pour la construction d'un modèle valable dans le cas d'une ville en stagnation; l'étude ayant comme toile de fond la ville de LA HAYE.

Le modèle présenté dans ce travail ne s'attache pas à l'étude d'une grande agglomération possédant une autonomie de vie suffisamment développée, mais à une entité de dimension démographique moyenne. Par ailleurs, la recherche entreprise est orientée dans un contexte purement régional : la ville théorique définie dans le modèle représente le centre moteur de toute une région. Une telle démarche a été pratiquement négligée dans les études précédentes, sauf dans le modèle de Jaumotte et de Paelinck, où elle est partiellement réalisée par l'introduction des variables de population occupée non résidente, de volant de main-d'oeuvre, de distance entre la ville et sa zone d'attraction.

Contrairement aux modèles de Forrester et de Jaumotte-Paelinck, on a essayé d'aboutir à un modèle simple pouvant être implémenté dans un avenir rapproché.

Enfin, on a voulu examiner les possibilités d'évolution des variables urbaines dans le temps à partir de conditions différentes portant sur les valeurs des racines propres du système global.

*

* *

Chapitre II PRESENTATION DES DIFFERENTS MODELES .

A. Modèle urbain.

A1 Hypothèses de départ.

1. La ville étudiée s'insère dans une région économiquement sous-développée, c'est-à-dire une région dont le développement économique est plus lent que celui du royaume.

2. La ville subit l'attraction d'un centre urbain de niveau hiérarchique supérieur.

3. Localisée dans une vaste région rurale, la ville apparaît comme un pôle commercial concurrencé par des centres relais satisfaisant aux besoins de 1ère et 2ème urgence.

4. La ville et son agglomération sont peu industrialisées ; l'activité économique y est dominée par le secteur des services.

Note :

Il faut distinguer :

a. Les besoins de 1ère urgence, appelés aussi primaires, qui correspondent pour la plupart à des consommations - et donc à des achats - fréquents (quotidiens ou au moins bi-hebdomadaires); il en est ainsi par exemple de la plupart des besoins d'alimentation.

b. Les besoins de seconde urgence (ou secondaires) qui correspondent à des consommations (donc à des achats) périodiques relativement fréquentes (en général hebdomadaires ou mensuelles) exemples : consommation de volaille, gibier, de produits de droguerie, de quincaillerie, de mercerie.

Pour acheter ces produits, le consommateur accepte de parcourir des distances plus importantes (de un Km à quelques Km)

c. Les besoins de troisième urgence (ou tertiaires) qui correspondent à des consommations, et donc à des achats peu fréquents irréguliers ou exceptionnels.

Exemples : achats de fleurs, de produits de parfumerie, de cadeaux, d'appareils électro-ménagers, d'automobiles, de meubles, de certains services (agences de voyage, médecine, hôpitaux)

Les distances parcourues par le consommateur pour se procurer ces biens peuvent être très importantes (de quelques Km à plusieurs dizaines de Km...)

[extrait du résumé de l'allocution prononcée par Monsieur Van Ommeslaghe, directeur de la SOBEMAP, à la journée de l'urbanisme commercial qui s'est tenue à Namur le 15/6/65.]

Pour les achats de deuxième et troisième urgence, on retiendra la possibilité d'achats joints : ainsi, une personne qui réalise un achat de troisième urgence dans une ville déterminée risque de dépenser également en biens de première et deuxième urgence.

Néanmoins, en l'absence d'une théorie structurée des achats joints, on s'en tiendra aux définitions décrites ci-dessus.

A2. <u>Problèmes développés</u>.

a. L'indice d'attractivité est la variable clef du modèle qui donne un aperçu global et synthétique du développement urbain.

Dans le modèle urbain qui va être présenté, se dégagent deux indices d'attractivité, à savoir celui de population et un autre purement économique. La présence de deux variables clef peut être expliquée par le fait que celles-ci ne suivent pas nécessairement une évolution semblable quant à l'intensité et au sens. Ainsi, une ville à population stagnante n'exclut pas un rôle commercial actif.

L'importance théorique des indices d'attractivité se complète par des exigences pratiques au niveau de la gestion urbaine. Cette complémentarité peut être davantage illustrée par l'étude de l'intensité des deux indices d'attractivité à une époque déterminée t du temps :

* l'indice de population V_1 élevé sera influencé par :
  - la possibilité de trouver un emploi dans les environs immédiats.
  - des facilités de logement :
    - possibilité d'extension de la ville
    - coût du loyer commercial par rapport aux autres villes.
  - un réseau d'enseignement.
  - la possibilité de satisfaire les besoins de 1ère, 2ème et 3ème urgence.
* l'indice économique V_2 élevé va de pair avec
  a. la diversification des commerces.
  b. l'existence de complexes commerciaux.
  c. des voies de pénétration (routes, rail) adéquates.

d. L'organisation des transports urbains.

On peut raisonner de façon analogue pour des valeurs peu élevées de V_1 et V_2.

Au passage, on notera l'existence d'une correlation pouvant être étroite entre les deux indices d'attractivité et qui est déterminée à partir de la structure de ces deux indices.

b. L'étude exclut une ville purement autonome; c'est pourquoi deux autres modèles viennent s'adjoindre au modèle urbain principal. Le modèle régional met la ville en relation directe avec sa zone d'influence tandis que le modèle "national" définit les variables nationales qui influencent le développement urbain.

A3. Formulation du modèle

Le modèle urbain comporte treize équations qu'on peut écrire de la façon suivante :

E1. $$POPU_{t+1} = (1 + a_1)\,POPU_t + b_1 MU_{t+1}$$

E2. $$MU_{t+1} = a_2\,(V^{u}_{1,t+1} - V^{u}_{1,t}) + b_2\,MU_t$$

E3. $$ENSGU^{D}_{t+1} = a_3\,(POPU_{t+1} - POPU_t) + b_3\,(POPREG_{t+1} - POPREG_t) + C_3\,(POPNAT_{t+1} - POPNAT_t) + ENSGU^{D}_t$$

E4. $$ENSGU^{o}_{t+1} = (1 + a_4)\,ENSGU^{o}_t$$

E5. $$SERVU^{d}_{t+1} = a_5\,(RU_{t+1} - RU_t) + b_5\,(rREG_{t+1} - rREG_t) + c_5\,(V^{u}_{2,t} - V^{u}_{2,t-1}) + SERVU^{D}_t$$

$$E6. \quad SERVU^o_{t+1} = a_6\, SERVU^d_t + (1-a_6)\, SERVU^o_t$$

$$E7. \quad EMPLSERVU_{t+1} = a_7\, SERVU^o_{t+1} - a_7\, SERVU^o_t + EMPLSERVU_t$$

$$E8. \quad EMPLEXTU_{t+1} = (1+a_8)\, EMPLEXTU_t + b_8\,(l_t - l_{t-1})$$

$$E9. \quad RECCOMU_{t+1} = (1+ a_9) RECCOMU_t + b_9 (ru_{t+1} - ru_t)$$

$$E10. \quad DEPCOMU_{t+1} = (1+ a_{10})\, DEPCOMU_t + b_{10}\,(V^u_{1,t} - V^u_{1,t-1}) + c_{10}(V^u_{2,t} - V^u_{2,t-1})$$

$$E11. \quad rU_{t+1} = (1+m)(rREG_{t+1} - rREG_t) + rU_t.$$

$$E12. \quad V^u_{1,t+1} = a_{12}\,(rU_{t+1} - rREG_{t+1})\; b_{12}(SERVU^o_{t+1} - SERVREG^o_{t+1}) + c_{12}\left[(ENSGU^o - POPNAT)_{t+1} - (ENSGU^o - POPNAT)_t\right] + V^u_{1,t}$$

$$E13. \quad V^u_{2,t+1} = a_{13}\left[SERVU^o_{t+1} - SERVREG^o_{t+1}\right] + b_{13}\left[EMPLSERVU_{t+1} - EMPLSERVU_t\right] + c_{13}\left[DEPCOMU_{t+1} - DEPCOMU_t\right] - d_{13}\left[EMPLEXTU_{t+1} - EMPLEXTU_t\right] + V^u_{2,t}$$

REMARQUES.

1. Toutes les équations sauf E_2 sont de la forme :

$$Dx_{i,t+1} = f\left(\underset{\substack{j\neq i\\ j=1}}{\overset{13}{S}} D.x_{j,t+1}\right)$$

avec S = somme algébrique

$$Dx_{t+1} = x_{t+1} - x_t$$

2. Les équations représentent des relations entre variables indicées.

La signification des symboles représentant les 13 variables endogènes du modèle est établie de la manière suivante :

POPU	: population résidente urbaine.
MU	: solde net migratoire pour la ville : Immigration-Emigration.
$ENSGU^{d}$	: demande d'enseignement s'adressant à la ville.
$ENSGU^{o}$	: offre urbaine d'enseignement.
$SERVU^{d}$	: demande totale de services à l'intérieur de la ville.
$SERVU^{o}$	: services offerts par la ville.
EMPLSERVU	: personnes occupées dans les différents services localisés dans la ville.
EMPLEXTU	: personnes résidant en ville mais allant travailler quotidiennement à l'extérieur, c-à-d les navetteurs.
RECCOMU	: recettes publiques de la ville.
DEPCOMU	: dépenses publiques urbaines.
rU	: revenu urbain par tête.
V_1^u	: indice d'attractivité de la population.
V_2^u	: indice d'attractivité économique.

Les variables exogènes au modèleso définissent comme suit :

POPREG	: population résidente de la région qui subit directement l'influence de la ville.
POPNAT	: population totale du pays.
rREG	: revenu régional par tête.
1	: se définit comme le rapport : $\dfrac{\text{D loyer}}{\text{coût de transport}}$

C'est donc la comparaison entre le coût différentiel du loyer dans la ville et les lieux extérieurs de travail et le coût de transport entre la ville et ces lieux de travail.

$SERVREG^o$: offre régionale de services.

A4. <u>Description des équations.</u>

E1. La population urbaine est fonction d'un facteur autonome de développement (taux naturel de croissance) et d'un flux migratoire net.

$a_1 < 0$ correspond à une situation où la mortalité est supérieure à la natalité.

Si on estime l'équation en valeurs absolues, alors b_1 vaut 1 où MU est défini comme le solde migratoire net : immigration - émigration.

* (Immigration > Emigration influence positivement POPU
* (Immigration < Emigration influence négativement POPU

E2. Le solde migratoire net dépend de l'évolution du taux d'attractivité de la population V_1^u et d'une variable de niveau.

V_1^u fournit des renseignements quant aux réalisations exigées des responsables de la ville dans le domaine du logement et de l'emploi.

On peut dire également que V_1^u constitue une"image de marque" de la ville vers l'extérieur. Ce n'est qu'après avoir fait le relevé des différents endroits susceptibles de l'accueillir qu'une personne émigre vers une localité bien définie. Le choix ainsi réalisé se trouve motivé par des considérations d'ordre familial - qualité du réseau d'enseignement - possibilité de trouver un emploi -; donc, par tous les éléments constitutifs de V_1^u .

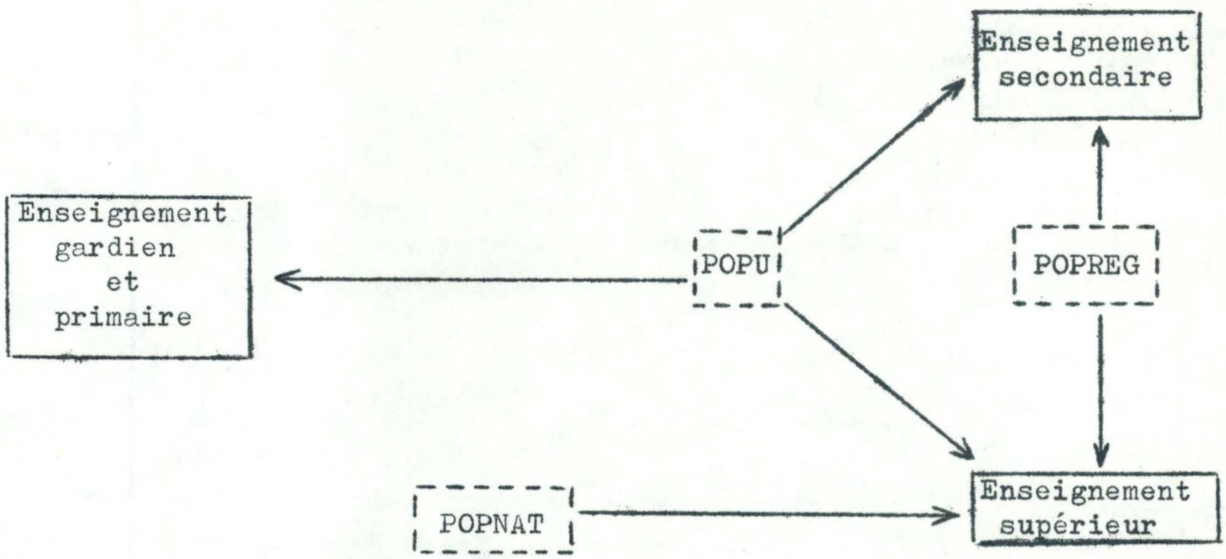
Alors que le modèle permet de qualifier l'indice d'attractivité de population V_1^u , les agents qui émigrent estiment principalement V_1^u sous un aspect qualitatif.

MU_t constitue le facteur de niveau autour duquel évolue la migration à l'époque suivante.

E3. L'hypothèse 3 du modèle situe la ville dans sa zone d'influence; les autorités publiques et privées devront donc diversifier le réseau urbain d'enseignement pour répondre aux aspirations d'une jeunesse d'horizons sociaux et d'espaces géographiques différents.

On a considéré que l'évolution des populations de la ville, de la région environnante et du royaume déterminent l'évolution de la variable " $ENSGU^d$" . L'équation considérée associe à chaque type d'enseignement une population bien définie.

On est conscient de l'importance du phénomène " propen sion à étudier" parmi les différentes classes de population. Mais la complexité de ce phénomène nécessite l'explication de l'évolution de chaque classe de population ; aussi, pour alléger le modèle, on a préféré retenir la propension à étudier moyenne comme hypothèse sous-jacente à l'équation E5 .



L'enseignement gardien et primaire est influencé par la population urbaine.

L'enseignement secondaire dépend à la fois des populations urbaine et régionale.

Les populations urbaine, régionale et nationale déterminent la demande d'enseignement de type supérieur.

E4. C'est à un taux de croissance $(1+ a_4)$ constant dans le temps qu'est supposée évoluer l'offre urbaine d'enseignement.

On aurait également pu écrire :

$$ENSGU^{o}_{t+1} = a_4 \; ENSGU^{d}_{t} + (1-a_4) \; ENSGU^{o}_{t}$$

Cette écriture est semblable à celle développée en E7 : comme l'entrepreneur, l'état s'adapterait perpétuellement à l'évolution du "marché" de l'enseignement.

La formulation qui a été retenue présente davantage le résultat d'une décision de planification que l'explication des causes d'une telle décision :

résultat de la planification = taux d'évolution a_4 par période.

explication des causes : planification = f($ENSGU^d$, $ENSGU^o$)

E5. L'équation lie l'évolution de la demande de services à celle des différents revenus par tête; c'est ainsi que les services demandés dépendent :

* du revenu urbain par tête destiné à satisfaire les besoins de 1ère, 2ème et 3ème urgence de la population résidente POPU
* du revenu par tête dans la ceinture rurale pour la satisfaction des besoins de 2ème et 3ème urgence de la population qui la compose.

<u>Remarque</u> : A partir de l'équation 11, on notera que :

$$a_5(rU_{t+1} - rU_t) + b_5(rREG_{t+1} - rREG_t)$$

vaut : $a_5(1+ m)(rREG_{t+1} - rREG_t) + b_5(rREG_{t+1} - rREG_t)$

ou : $(a_5 + b_5 + a_5 . m)(rREG_{t+1} - rREG_t)$

ou encore : $h_5(rREG_{t+1} - rREG_t)$

Outre l'aspect revenu par tête, l'indice d'attractivité économique V_2^u conditionne l'échelle des préférences des consommateurs quant aux lieux et aux habitudes d'achats.

E6. A l'équation 5 concernant la demande de services correspond une équation d'offre pour les mêmes services.

Mise sous une forme plus condensée, E6 devient :

$$D\ SERVU^{o}_{t+1} = a_6 \left(SERVU^{d}_{t} - SERVU^{o}_{t} \right)$$

$$\text{avec} \quad D\ SERVU^{o}_{t+1} \equiv SERVU^{o}_{t+1} - SERVU^{o}_{t}$$

L'importance de l'évolution de l'offre sur le marché des services au cours d'une période de temps (t, t+1) est décrite ici comme issue d'une comparaison par l'offreur entre la demande et l'offre réalisées en t. L'équation d'offre apparaît donc comme une équation de réaction de la part de l'entrepreneur : celui-ci adapte son offre à l'évolution du marché moyennant ($a_6 < 1$)

* $a_6 > 1$ engendre des fluctuations d'offre sous la forme d'alternances.

* $o < a_6 < 1$

$$\text{et} \quad SERVU^{d}_{t} > SERVU^{o}_{t} \Longrightarrow D^{+}\ SERVU^{o}_{t+1}$$

$$SERVU^{d}_{t} < SERVU^{o}_{t} \Longrightarrow D^{-}\ SERV^{o}_{t+1}$$

$$SERVU^{d}_{t} = SERVU^{o}_{t} \Longrightarrow D^{o}\ SERV^{o}_{t+1}$$

E7. L'hypothèse 4 du modèle insiste sur l'importance des services dans la ville tandis que l'hypothèse 3 la place dans un contexte ambiant rural.

Ces deux hypothèses permettent de présenter la ville comme un pôle de commerce et de différents services. Un tel pôle revêt une importance économique profonde puisque d'abord il draîne toute une population en quête d'achats et qu'ensuite il est susceptible de procurer de l'emploi à la main-d'oeuvre urbaine et régionale. Aussi l'évolution de l'emploi dans les services est liée à celle de l'offre pour ces mêmes services : c'est ce qu'exprime E7.

E8. L'hypothèse 2 présente la ville comme un relais entre sa zone d'influence et une vaste agglomération tandis que l'hypothèse 4 met l'accent sur le caractère sous-industrialisé de la ville et de sa région. Ces deux hypothèses lorsqu'elles sont réunies engendrent un conflit dans le domaine de l'emploi - conflit qui peut être schématisé de cette façon :

a. région rurale : les activités économiques y sont peu diversifiées. Cette situation engendre un manque de débouchés pour la main-d'oeuvre qui va se tourner vers le pôle de la la région : la ville.

b. Or la ville est peu industrialisée et subit l'influence d'une grande agglomération. En raison de cette sous-industrialisation, le secteur "services" risque d'être saturé de main-d'oeuvre et ne permet pas ainsi d'offrir des emplois à tous. De plus, on notera que la spécialisation de la ville dans le secteur des services et la sous-industrialisation urbaine diminuent la possibilité d'emplois variés. Une telle situation favorise un exode de la main-d'oeuvre vers l'agglomération située au niveau hiérarchique supérieur.

c. L'agglomération vers laquelle converge la main-d'oeuvre délaissée constitue un vaste marché, sa taille démographique rend élevé le coût de la terre et des immeubles.

A ce stade de l'analyse, on peut s'interroger sur le fait de savoir si cette main-d'oeuvre qui trouve un emploi dans l'agglomération va s'y installer.

E8. tâche de répondre à cette question : l'agent économique qui trouve un emploi dans l'agglomération va comparer le coût de transport entre sa ville de résidence et l'agglomération (qui devient son lieu de travail) au coût différentiel des loyers de sa ville et de l'agglomération de niveau hiérarchique supérieur.

* si loyer différentiel $1 < CT$ coût de transport, alors la main-d'oeuvre va résider dans l'agglomération de niveau hiérarchique supérieur.

* si loyer différentiel $1 > CT$ coût de transport, un phénomène de navette quotidienne va se produire et la ville risquera de devenir une cité-dortoir.

Il est évident que l'indicateur quantitatif 1 n'explique pas à lui seul l'évolution de EMPLEXTU ; celle-ci dépend également d'éléments qualitatifs (préférences socio-culturelles) non expliqués dans le modèle.

On notera aussi que le modèle ne considère que la main-d'oeuvre urbaine qui se déplace chaque jour à l'extérieur. La relation " main-d'oeuvre régionale vers ville étudiée " est implicite; le modèle régional ne contenant pas de variables du type " migration régionale alternante ".

E9. Les recettes publiques urbaines sont supposées :

- croître à un taux a_9
- évoluer avec rU à un taux b_9 : impôts sur le revenu urbain par tête.

Note : Les subsides accordés par l'Etat, la province ou tout autre organisme gonflent les recettes publiques urbaines. Mais ces subsides évoluent irrégulièrement dans le temps et sont souvent expliqués par des motifs variables (économiques ou administratifs) A cause de ces irrégularités et diversités, on ne les a pas retenus comme variable explicative de E9.

E10. Les dépenses communales :

- varient à un taux ($1+a_{10}$) pour les frais normaux de fonctionnement.
- sont influencées par l'évolution des deux indices d'attractivité V_1^u et V_2^u . Les variations de V_1^u et V_2^u nécessitent donc une réaction des autorités de la ville qui se traduit par un mouvement dans les dépenses publiques urbaines.

On retiendra dès à présent l'importance d'une politique urbaine:

* efficace quant à l'aménagement global de la ville.
* soutenue dans le temps.

E11. Le revenu urbain par tête constitue un pourcentage (1+m) du revenu par tête des personnes qui résident dans la ceinture régionale. Une telle formulation souligne l'importance des relations entre la ville et sa région. Dans cette équation, on remarquera donc surtout que le développement de la ville ne peut se réaliser sans un développement parallèle de la région. On exclut ainsi la possibilité pour la ville d'être un pôle commercial en pleine expansion dans une région où le revenu par tête serait en déclin.

On aurait pu définir l'évolution du revenu urbain par tête par des variables internes à la ville, telles que V_2^u , $SERVU^d$...
Dans ce cas, le lien existant entre la ville et sa région aurait été moins évident sauf dans le cas d'une modification de la structure du modèle urbain.

E12. L'indice d'attractivité de la population V_1^u qui constitue la première variable-clef du modèle dépend :

* d'avantages ou de désavantages pécuniaires qu'offre la ville; ce qui est décrit par la comparaison des revenus urbain et régional par tête.
* de facilités dont peuvent bénéficier les résidents : degré d'importance du commerce, organisation des loisirs. C'est pourquoi l'équation compare les services offerts par la ville à ceux de la région.
* des possibilités offertes par le réseau d'enseignement de la ville (gardiennat; enseignements primaire, secondaire et supérieur).

  Pour dégager ces possibilités, on a comparé l'évolution du réseau urbain d'enseignement à l'évolution de la population du royaume.

  A l'origine, l'expression s'écrivait :

$$c_{12}\left[\frac{ENSGU^o_{t+1}}{ENSGU^o_t} - \frac{POPNAT_{t+1}}{POPNAT_t}\right]$$

Afin de conserver le caractère linéaire de l'équation, on écrit les rapports des variables exprimées en indice :

$$c_{12}\left[ENSGU^{o}_{t+1} - ENSGU^{o}_{t} - POPNAT_{t+1} + POPNAT_{t}\right]$$

L'interprétation de l'expression se fait comme suit :

a. Dans le cas où l'offre urbaine d'enseignement croît plus rapidement que la population nationale, on peut dire que l'écart existant va influencer positivement l'évolution de l'indice d'attractivité V^u_1.

On peut donc écrire :

$$\left(ENSGU^{o}_{t+1} - ENSGU^{o}_{t}\right) > \left(POPNAT_{t+1} - POPNAT_{t}\right)$$

$$\Longrightarrow D^{+}\ V^u_1$$

en supposant constantes les autres variables explicatives.

b. Dans le cas où la progression de la population nationale est plus rapide que celle de l'offre urbaine d'enseignement, l'écrit résultant va influencernégativement l'évolution de V^u_1.

$$\left(ENSGU^{o}_{t+1} - ENSGU^{o}_{t}\right) < \left(POPNAT_{t+1} - POPNAT_{t}\right)$$

$$\Longrightarrow D^{-}\ V^u_1$$

en supposant constantes les autres variables explicatives.

E13. La seconde variable-clef du modèle qui est l'indice d'attractivité économique V_2^u dépend :

a. de la comparaison des services offerts par la ville et par la région $SERVU_t^o > SERVREG_{t+1}^o \longrightarrow D^+ V_2^u$

$SERVU_{t+1}^o < SERVREG_{t+1}^o \longrightarrow D^- V_2^u$

b. de l'évolution de l'emploi dans les services

$EMPLSERVU_{t+1} > EMPLSERVU_t \longrightarrow D^+ V_2^u$

$EMPLSERVU_{t+1} < EMPLSERVU_t \longrightarrow D^- V_2^u$

c. des mouvements dans les dépenses publiques

$DEPCOMU_{t+1} > DEPCOMU_t \longrightarrow D^+ V_2^u$

$DEPCOMU_{t+1} < DEPCOMU_t \longrightarrow D^- V_2^u$

d. de l'évolution du nombre de navetteurs

$EMPLEXTU_{t+1} > EMPLEXTU_t \longrightarrow D^- V_2^u$

$EMPLEXTU_{t+1} < EMPLEXTU_t \longrightarrow D^+ V_2^u$

avec dans chaque cas :

$D^+ V_2^u$ = influence positive sur V_2^u

$D^- V_2^u$ = influence négative sur V_2^u

A5. Classification économique des équations du modèle.

Le modèle urbain comporte :

* deux variables démographiques : POPU (E1)
  MU (E2)

* un secteur "enseignement" :	$ENSGU^{d}$	(E3)
	$ENSGU^{o}$	(E4)
* un secteur des services et de l'emploi :	$SERVU^{d}$	(E5)
	$SERVU^{o}$	(E6)
	EMPLSERVU	(E7)
	EMPLEXTU	(E8)
* un secteur de gestion publique:	RECCOMU	(E9)
	DEPCOMU	(E10)
* une équation de revenu :	r	(E11)
* deux variables-clef :	V_1^u	(E12)
	V_2^u	(E13)

B. Modèle régional

B1. Hypothèses de départ.

1. La région est essentiellement rurale ; comparée au royaume, elle apparaît comme sous-industrialisée.

2. La région possède des centres relais de taille démographiquement restreinte pouvant surtout satisfaire les besoins de première et de seconde urgence.

B2. Formulation du modèle.

E1. $$D.POPREG_{t+1} = a_1^{*} POPREG_t + b_1^{*} MREG_{t+1}$$

en se rappelant que d'une façon générale Dx_{t+1} vaut $(x_{t+1} - x_t)$

E2. $$MREG_{t+1} = a_1^{*} MREG_t + b_2^{*} (D.rREG_{t+1} - D.rNAT_{t+1})$$

E3. $$D.rREG_{t+1} = a_3^{*} D.agrREG_{t+1}^{d} + b_3^{*} D.indREG_{t+1}^{d} +$$

$c_3^* \text{ D.servREG}_{t+1}^{d}$

E4. $\text{D.agrREG}_{t+1}^{d} = a_4^* \text{ D.rREG}_{t+1} + b_4^* \text{ D rNAT}_{t+1}$

E5. $\text{D.agrREG}_{t+1}^{o} = a_5^*. (\text{agrREG}^{d} - \text{agrREG}^{o})_t$

E6. $\text{D.indREG}_{t+1}^{d} = a_6^* \text{ D.rREG}_{t+1} + b_6^* \text{ D.rNAT}_{t+1}$

E7. $\text{D.indREG}_{t+1}^{o} = a_7^* (\text{indREG}_t^{d} - \text{indREG}_t^{o})$

E8. $\text{D.EMPLindREG}_{t+1} = a_8^* \text{ DindREG}_{t+1}^{o} + b_8^* \text{ DWREG}_{t+1}$

E9. $\text{D.WREG}_{t+1} = a_9^* \text{ WREG}_t - b_9^* (z \text{ indREG}_{t+1}^{o} - \text{indREG}_{t+1}^{d})$

E10. $\text{D.servREG}_{t+1}^{d} = a_{10}^* \text{ D.rREG}_{t+1} + b_{10}^* \text{ D.rNAT}_{t+1}$

E11. $\text{D.servREG}_{t+1}^{o} = a_{11}^* (\text{servREG}^{d} - \text{servREG}^{o})_t$

La signification des symboles concernant les variables endogènes du modèle s'établit comme suit :

POPREG	: population régionale.
MREG	: solde migratoire régional net : Immigration-Emigration.
rREG	: revenu régional par tête.
agrREG^{d}	: demande par tête de produits agricoles régionaux.
agrREG^{o}	: offre par tête de produits agricoles régionaux.

$indREG^d$: demande par tête de produits industriels régionaux.

$indREG^o$: offre par tête de produits industriels régionaux.

EMPLindREG : nombre total de personnes employées dans le secteur "industries" de la région.

W : salaire horaire brut moyen payé dans l'industrie régionale.

$servREG^d$: demande par tête de services régionaux.

$servREG^o$: offre par tête de services régionaux.

B3. Description des équations.

E1. Comme dans le modèle urbain, l'évolution de la variable POPREG dépend :
- d'un facteur naturel d'expansion.
- du solde migratoire MREG.

E2. Le solde migratoire MREG est expliqué par l'évolution des conditions d'attractivité de la région. Celles-ci sont représentées dans l'équation par les niveaux de revenus régional et national par tête. En effet, outre les conditions socialogiques pouvant l'influencer, on pense que le choix réalisé par les migrants dépend de considérations quant au niveau de revenu souhaité.

On peut donc dire que les revenus régional et national par tête constituent des variables-clef dans l'explication de l'évolution démographique ; on notera aussi que :

* une progression du revenu régional par tête plus importante que celle du revenu national par tête influence positivement le flux migratoire net :

$$DrREG_{t+1} - DrNAT_{t+1} > 0 \Longrightarrow M^+$$

* le flux migratoire net sera influencé négativement lorsque rNAT croît plus rapidement que rREG.

$$DrREG_{t+1} - DrNAT_{t+1} < 0 \Longrightarrow M^-$$

E3. L'équation associe l'évolution du revenu régional par tête aux différentes demandes qui se sont réalisées sur le marché. La demande de produits agricoles apporte un revenu aux personnes occupées dans l'agriculture et c'est par l'intermédiaire du salaire horaire moyen brut dans l'industrie que la demande de biens industriels procure un revenu à la main d'oeuvre qui y est employée. D'autre part, la demande de services bénéficie aux personnes occupées dans n'importe quel type de commerce ainsi qu'à celles travaillant dans les diverses institutions administratives régionales.

On peut remarquer que l'équation saute le processus de formation des prix sur le marché ; en fait, E3 apparaît comme la résultante d'un modèle implicite de consommation et de l'entreprise. On voit donc que plus la concurrence sera réelle et plus l'exactitude de la définition du revenu régional par tête sera grande. (abs ence de fuites, meilleure répartition des différentes rémunérations)

E4, E5, E6, E7, E10 et E11 étudient l'offre et la demande de biens sur les différents marchés : agricole, industriel et celui des services Comme dans le modèle urbain, la variable d'offre est présentée comme la résultante d'une réaction de l'entrepreneur devant une situation passée.

L'équation d'offre suppose que l'entrepreneur adapte son offre selon l'intensité de l'écart entre la demande et l'offre à l'époque précédente :

* si $\text{demande}_t > \text{offre}_t$, l'entrepreneur va augmenter son offre à l'époque t+1.

* si $\text{demande}_t < \text{offre}_t$, l'entrepreneur va diminuer son offre à l'époque t+1.

Les variables de demande évoluent avec le revenu régional par tête pour la demande à caractère local et avec le revenu national par tête pour la demande de biens produits à une vaste échelle et distribués sur le marché national. Par contre, le problème des exportations n'est pas abordé dans le modèle.

E8. L'évolution du nombre de personnes employées dans l'industrie dépend
- des variations d'offre dans ce secteur.
- du niveau de salaire horaire moyen brut.

<u>Note</u> : La dépendance de rU à rREG soulignée dans le modèle urbain a un impact sur les décisions d'investissement : les autorités responsables de l'aménagement du territoire doivent - selon l'équation E11 du modèle urbain - diriger les investissements vers la région. En effet, la formulation retenue pour rU suppose une croissance simultanée de la ville et de sa région; ainsi, en investissant dans la région, on favorise à la fois la croissance de rU et de rREG

E9. Le salaire horaire moyen brut dont bénéficient les personnes occupées dans l'industrie dépend :

* d'un niveau de salaire existant.
* de l'écart entre l'offre et la demande :

$(z\ indREG^{o} - indREG^{d}) > 0$ influence négativement WREG

$(z\ indREG^{o} - indREG^{d}) < 0$ influence positivement WREG

L'inclusion du paramètre z dans l'expression $(z\ indREG^{o} - indREG^{d})$ a pour but de tenir compte de la rigidité des salaires vers le bas. En posant $0 < z < 1$, on augmente l'écart entre $indREG^{o}$ et $indREG^{d}$ dans le cas où $indREG^{o} < indREG^{d}$; lorsque $indREG^{o} > indREG^{d}$, on diminue l'écart entre $indREG^{o}$ et $indREG^{d}$.

Ainsi,

1. dans le cas où $indREG^{o} < indREG^{d}$, z accélère la tendance à l'augmentation des salaires. Autrement dit, lorsque la production ne parvient plus à satisfaire la demande, des pressions immédiates apparaissent en vue d'une revalorisation de WREG.
2. dans le cas où $indREG^{o} > indREG^{d}$, z freine la tendance à la diminution des salaires.

B4. Classification économique des variables endogènes.

Le modèle régional contient :

* deux variables démographiques	POPREG	E1
	MREG	E2
* des variables de marché		
- marché agricole	$agrREG^d$	E4
	$agrREG^o$	E5
- marché industriel	$indREG^d$	E6
	$indREG^o$	E7
- marché des services	$servREG^d$	E10
	$servREG^o$	E11
- marché de travail	EMPLINDREG	E8
	WREG	E9
* une variable-clef	rREG	E3

C. MODELE NATIONAL

Le modèle national n'est qu'un système d'appoint; il ne cherche nullement à déterminer les variables explicatives du mécanisme économique national. La construction du modèle ne vise qu'à apporter les éléments requis par les modèles urbain et régional.

C1. Formulation du modèle.

E1. $$D.rNAT_{t+1} = a_1^{**}\, rNAT_t$$

$$\text{ou} \quad rNAT_{t+1} = (1+a_1^{**})\, rNAT_t.$$

E2. $$D.POPNAT_{t+1} = a_2^{**} POPNAT_t$$

$$\text{ou} \quad POPNAT_{t+1} = (1+a_2^{**})\, POPNAT_t$$

E3. $$Dl_{t+1} = a_3^{**}\, l_t \quad \text{ou} \quad l_{t+1} = (1+a_3^{**})l_t$$

C2. Description des équations

E1. Contrairement au modèle régional où le revenu par tête est expliqué par la demande réalisée sur les différents marchés, le modèle national présente le revenu par tête comme une fonction de lui-même; son taux de croissance vaut a_1^{**}

E2 et E3. La population nationale POPNAT est supposée croître à un taux a_2^{**} alors que le rapport $\frac{\text{Dloyer}}{\text{coût de transport}}$ évolue à un taux a_3^{**}

D Graphe des relations entre les variables endogènes des trois modèles.

A partir de la matrice bouléenne, on va pouvoir établir le graphe des relations entre les variables endogènes et ainsi dégager les principaux flux qui opèrent à l'intérieur de ces modèles.

D1. Matrice bouléenne de passage.

r^{NAT}																											
POPNAT																											
1																											
POPREG					1																						
MREG	1					1																					
rREG							1		1				1														
$agrREG^d$	1					1																					
$agrREG^o$																											
$indREG^d$	1					1																					
$indREG^o$																											
EMPLINDREG										1		1															
WREG									1	1																	
$servREG^d$	1					1																					
$servREG^o$																											
POPU																1											
MU																										1	
$ENSGU^d$		1		1											1												
$ENSGU^o$																											
$SERVU^d$						1																			1		
$SERVU^o$																											
EMPLSERVU																				1							
EMPLEXT																											
RECCOMU																									1		
DEPCOMU																											
rU						1																					
V_1^u		1				1								1				1		1					1		
V_2^u														1						1	1	1		1			

La matrice bouléenne non triangularisée qui se compose uniquement de 1 et de 0 peut être interprétée de la façon suivante :

* soit la coupe de matrice :

		x_j	x_k
x_i		1	

* Alors,

  - la case définie par le couple de variables (x_i, x_j) contient le chiffre 1: il existe donc une relation explicative de x_j vers x_i

  - la case définie par le couple de variables (x_i, x_k) est vierge : x_k n'explique donc pas x_i

D2. Relations entre les variables endogènes des trois modèles.

De la matrice bouléenne définie en D1, on retiendra les principaux flux nécessaires pour la construction du graphe :

* de POPREG vers $ENSGU^d$ c-à-d : POPREG explique $ENSGU^d$
* de MREG vers POPREG
* de rREG vers .MREG, $agrREG^d$, $indREG^d$, $servREG^d$. .$servu^d$, rU, V_1^u.
* de $agrREG^d$ vers rREG.
* de $indREG^d$ vers rREG, WREG.
* de $indREG^o$ vers EMPLINDREG, WREG.
* de WREG vers EMPLINDREG.
* de $servREG^d$ vers rREG.
* de $servREG^o$ vers V_1^u, V_2^u.
*

* de POPU vers $ENSGU^d$.
* de MU vers POPU.
* de $ENSGU^o$ vers V_1^u.
* de $servU^o$ vers EMPLSERVU, V_1^u, V_2^U.
* de EMPLSERVU vers V_2^u.
* de EMPLEXTU vers V_2^u.
* de DEPCOMU vers V_2^u.
* de rU vers $SERVU^d$, RECCOMU.
* de V_1^u vers MU.

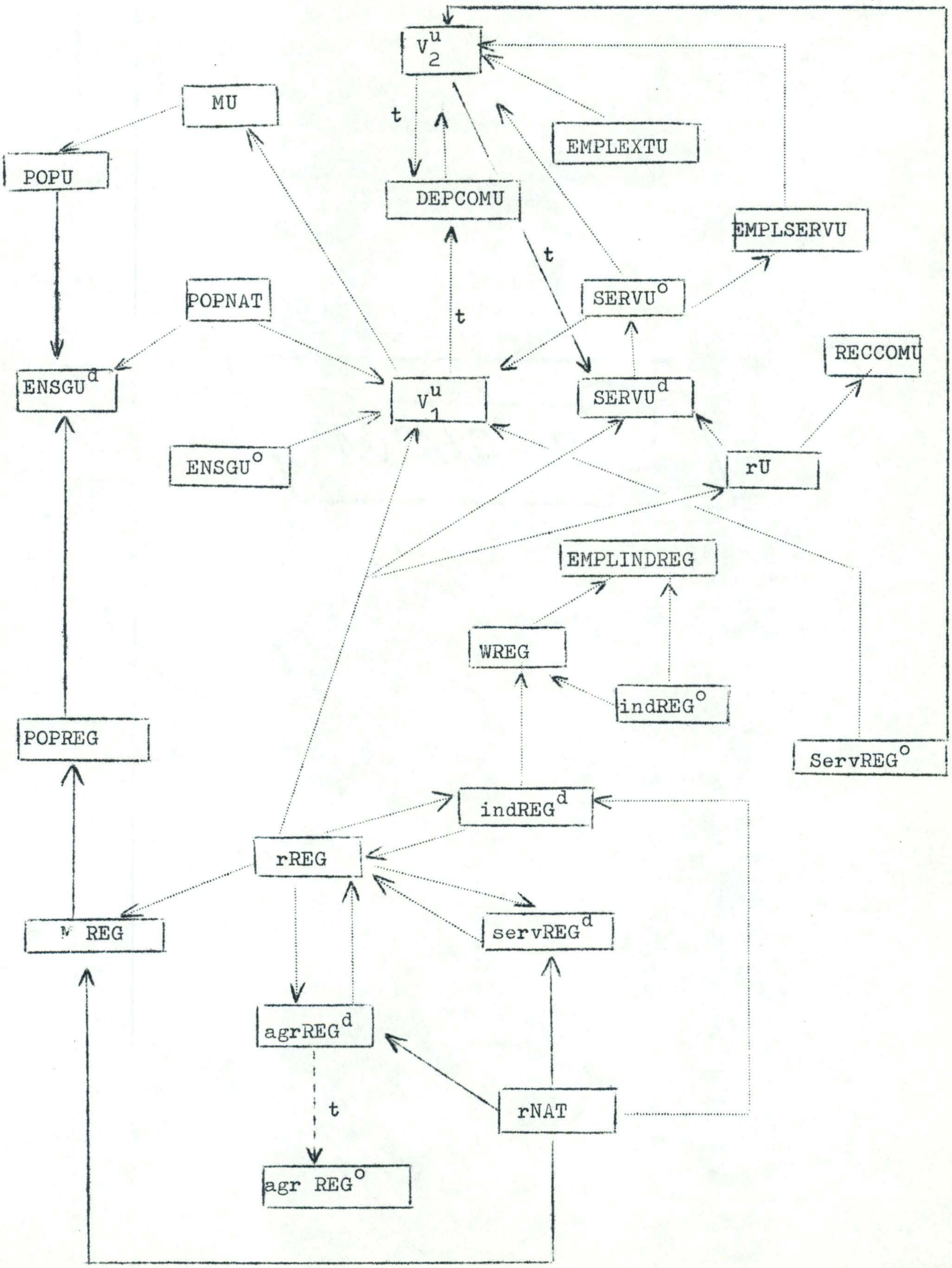
* de rNAT vers $agrREG^d$, $indREG^d$, $servREG^d$.
* de POPNAT vers $ENSGU^d$, V_1^u

On notera aussi d'autre flux importants engendrés par des variables explicatives en t et qui ne sont pas contenus dans la matrice bouléenne :

* de $V_{1,t}^u$ vers $DEPCOMU_{t+1}$
* de $V_{2,t}^u$ vers * $SERVU_{t+1}^d$
  * $DEPCOMU_{t+1}$

A partir de ces relations différentes, on va établir à présent le graphe final de synthèse.

D3. <u>Graphe des relations</u>.



D4. Conclusions économiques.

Des relations du graphe, on peut tirer quelques conclusions :

* on constate d'abord que la comparaison des différents revenus joue un rôle important dans la détermination des flux migratoires régional et urbain :

$$MREG = f(rNAT, rREG)$$
$$MU = f(rU, rREG)$$

* de plus, de la relation générale (a) se dégage une demande d'enseignement s'adressant à la ville et provenant de la région.

$$(a) : rNAT \to servREG^d \to rREG \to MREG \to POPREG \to ENSGU^d$$

* d'autre part, la relation (b), par l'intermédiaire de l'indice d'attractivité de la population, met en évidence la demande d'enseignement au sein de la ville.

$$(b) : rNAT \to servREG^d \to rREG \to V_1^u \to MU \to POPU \to ENSGU^d$$

On le voit donc, les flux (a) et (b) consacrent la ville comme pôle d'enseignement.

* On peut également mettre en évidence une relation expliquant l'intensité de la demande des services à l'intérieur de la ville à partir des revenus régional (rREG) et urbain (rU) par tête et plus indirectement à partir du revenu national par tête (rNAT)

$$(c) : rNAT \to servREG^d \to rREG \to rU \to SERVU^d$$

* On retiendra aussi une relation qui existe entre les deux modèles d'appoint régional et national :

$$(d) : rNAT \to indREG^d \to WREG \to EMPLINDREG$$

Comme on le voit, l'activité industrielle de la région, même si elle n'est guère développée, dépend de façon étroite de la situation au niveau national. On peut donc ainsi dire que les cycles économiques régional et national du secteur industriel vont évoluer de façon semblable dans le temps mais toutefois pas nécessairement identique.

* A ce stade de l'analyse, on notera que le comportement économique des secteurs de l'agriculture et des services, tous deux au niveau régional, est lié à l'évolution de l'économie nationale. Cfr flux (e) et (f).

(e) : $rNAT \longrightarrow agrREG^{d}$

(f) : $rNAT \longrightarrow servREG^{d}$

* Le dernier flux qu'on retiendra est celui qui lie la variable "population nationale" à la variable "population urbaine"; ce lien se réalisant par l'intermédiaire de l'indice d'attractivité de la population V_1^u .

(g) : $POPNAT \longrightarrow V_1^u \longrightarrow MU \longrightarrow POPU$

****

Chapitre III - Analyse technique des modèles et ses conséquences économiques.

Ce chapitre d'analyse technique doit d'abord permettre de rechercher la véritable structure des modèles présentés dans le chapitre précédent. Dans cette optique, on a essayé de regrouper les différentes variables endogènes en blocs satisfaisant différents critères de sélectivité. Parmi ceux-ci, on retiendra principalement celui du feed-back entre variables endogènes. En effet, les modèles présentés précédemment contiennent des "feed-back" parmi lesquels un certain nombre peuvent être supprimés par une modification dans l'ordre de présentation des équations. Cette méthode aide donc surtout à aboutir à une structure réelle et souple de chacun des modèles.

Un deuxième aspect de l'analyse technique consiste à dégager le vecteur des variables endogènes; par le calcul matriciel, on va essayer de parvenir à la forme réduite de chacun des modèles.

Enfin, l'analyse technique introduit les problèmes des racines propres étudiés dans le chapitre IV. La recherche de la forme réduite du modèle et l'emploi de la technique matricielle constituent la démarche première de l'étude de l'évolution du modèle global dans le temps.On le voit donc, ce chapitre d'analyse technique est un lien nécessaire et efficace entre la présentation des modèles dans le chapitre II et l'étude des racines propres du système global associées aux problèmes de croissance dans le chapitre IV. Ainsi, on peut dire que l'analyse technique est le prolongement du chapitre II et le fondement de la discussion développée dans le chapitre IV.

A. Modèle urbain.

A1. Etude de la matrice A du modèle.

A1.1 Modèle de départ.

Pour faciliter la compréhension de l'analyse, l'étude reconsidère d'abord le modèle sous sa forme originale.

E1. $POPU_{t+1} = (1+ a_1)POPU_t + b_1\ MU_{t+1}$

E2. $MU_{t+1} = a_2\ (V^u_{1,t+1} - V^u_{1,t}) + b_2\ MU_t$

E3. $ENSGU^d_{t+1} = a_3(POPU_{t+1} - POPU_t) + b_3\ (POPREG_{t+1} - POPREG_t) +$

$c_3(POPNAT_{t+1} - POPNAT_t) + ENSGU^d_t$

E4. $ENSGU^o_{t+1} = (1 + a_4)\ ENSGU^o_t.$

E5. $SERVU^d_{t+1} = a_5\ (rU_{t+1} - rU_t\ ) + b_5\ (rREG_{t+1} - rREG_t) + c_5$

$(V^u_{2,t} - V^u_{2,t-1}) + SERVU^d_t.$

E6. $SERVU^o_{t+1} = a_6\ SERVU^d_t + (1 - a_6)\ SERVU^o_t$.

E7. $EMPLSERVU_{t+1} = a_7\ SERVU^o_{t+1} - a_7\ SERVU^o_t + EMPLSERVU_t.$

E8. $EMPLEXTU_{t+1} = (1 + a_8)\ EMPLEXTU_t + b_8\ (l_t - l_{t-1})$

E9. $RECCOMU_{t+1} = (1+a_9)\ RECCOMU_t + b_9\ (rU_{t+1} - rU_t)$

E10. $$DEPCOMU_{t+1} = (1 + a_{10})DEPCOMU_t + b_{10} (V^u_{1,t} - V^u_{1,t-1}) + c_{10} (V^u_{2,t} - V^u_{2,t-1})$$

E11. $$rU_{t+1} = (1+ m)(rREG_{t+1} - rREG_t) + rU_t.$$

E12. $$V^u_{1,t+1} = a_{12}(rU_{t+1} - rREG_{t+1}) + b_{12} (SERVU^o_{t+1} - SERVREG^o_{t+1}) + c_{12} \left[(ENSGU^o - POPNAT)_{t+1} - (ENSGU^o - POPNAT)_t \right] + V^u_{1,t}$$

E13. $$V^u_{2,t+1} = a_{13} \left[SERVU^o_{t+1} - SERVREG^o_{t+1} \right] + b_{13} \left[EMPLSERVU_{t+1} - EMPLSERVU_t \right] + c_{13} \left[DEPCOMU_{t+1} - DEPCOMU_t \right] - d_{13} \left[EMPLEXTU_{t+1} - EMPLEXTU_t \right] + V^u_{2,t}$$

A1.2 Séparation des variables endogènes et exogènes.

Pour faciliter l'écriture matricielle, on va discerner les variables endogènes en t+1 des autres variables. On notera aussi que les variables endogènes en t+1 expliquées par les modèles régional et national sont considérées comme exogènes au modèle urbain.

Finalement, la séparation transforme le modèle en :

E1. $$POPU_{t+1} - b_1 MU_{t+1} = (1 + a_1)POPU_t$$

E2. $$MU_{t+1} - a_2 V^u_{1,t+1} = b_2 MU_t - a_2 V^u_{1,t}$$

E3. $$ENSGU^d_{t+1} - a_3\ POPU_{t+1} = -a_3 POPU + b_3\ (POPREG_{t+1} - POPREG_t)$$
$$+c_3(POPNAT_{t+1} - POPNAT_t) + ENSGU^d_t$$

E4. $$ENSGU^o_{t+1} = (1 + a_4)\ ENSGU^o_t\ .$$

E5. $$SERVU^d_{t+1} - a_5\ rU_{t+1} = -a_5\ rU_t + b_5\ (rREG_{t+1} - rREG_t) +$$
$$C_5(V^u_{2,t} - V^u_{2,t-1}) + SERVU^d_t$$

E6. $$SERVU^o_{t+1} = a_6\ SERVU^d_t + (1 - a_6)\ SERVU^o_t$$

E7. $$EMPLSERVU_{t+1} - a_7 SERVU^o_{t+1} = -a_7 SERVU^o_t + EMPLSERVU_t$$

E8. $$EMPLEXTU_{t+1} = (1 + a_8)EMPLEXTU_t + b_8\ (l_t - l_{t-1})$$

E9. $$RECCOMU_{t+1} - b_9\ rU_{t+1} = (1 + a_9)RECCOMU_t - b_9\ rU_t.$$

E10. $$DEPCOMU_{t+1} = (1+ a_{10})DEPCOMU_t + b_{10}(V^u_{1,t} - V^u_{1,t-1})$$
$$+ c_{10}\ (V^u_{2,t} - V^u_{2,t-1})$$

E11. $$rU_{t+1} = (1 + m)(rREG_{t+1} - rREG_t) + rU_t.$$

E12. $$V^u_{1,t+1} - a_{12}\ rU_{t+1} - b_{12}\ SERVU^o_{t+1} - c_{12}\ ENSGU^o_{t+1} =$$

$$-a_{12}\ rREG_{t+1} - b_{12}\ servREG^o_{t+1} - c_{12}\ POPNAT_{t+1} - C_{12}(ENSGU^o -$$

$$POPNAT)_t + V^u_{1,t}.$$

E13. $V^{u}_{2,t+1} - a_{13}\ SERVU^{o}_{t+1} - b_{13}\ EMPLSERVU_{t+1} - c_{13}\ DEPCOMU_{t+1}$

$+ d_{13} EMPLEXTU_{t+1} = - a_{13}\ servREG^{o}_{t+1} - b_{13}\ EMPLSERVU_{t} -$

$c_{13} DEPCOMU_{t} + d_{13}\ EMPLEXTU_{t} + V^{u}_{2,t}.$

A1.3 Recherche de la matrice A.
****

Le modèle peut s'écrire sous la forme synthétique suivante :

$$A\ \underline{x}_{t+1} = B\ \underline{x}_{t} + \underline{c}$$

où $\underline{x}_{t+1}$ = vecteur des variables endogènes en t+1.

$\underline{x}_{t}$ = vecteur des variables endogènes en t.

$\underline{c}$ = vecteur des variables exogènes au système.

La matrice A du modèle urbain se représente alors de façon suivante:

POPU	1	$-b_1$											
MU		1										$-a_2$	
$ENSGU^{d}$	$-a_3$		1										
$ENSGU^{o}$				1									
$SERVU^{d}$					1						$-a_5$		
$SERVU^{o}$						1							
EMPLSERVU						$-a_7$	1						
EMPLEXTU								1					
RECCOMU									1		$-b_9$		
DEPCOMU										1			
rU											1		
V^{u}_{1}				$-c_{12}$		$-b_{12}$					$-a_{12}$	1	
V^{u}_{2}						$-a_{13}$	$-b_{13}$	d_{13}		$-c_{13}$			1

A1.4 Remarques.

a. Le damier des relations entre variables endogènes déterminé par la matrice A est peu rempli. Ceci s'explique par le fait que les variables endogènes des modèles régional et national sont considérées comme exogènes au modèle urbain. Il serait donc faux de croire que A rassemble toutes les relations entre les variables endogènes des trois modèles à l'époque t+1.

b. En faisant appel à plusieurs variables endogènes du système - $SERVU^o$, EMPLSERVU, EMPLEXTU, $ENSGU^o$, DEPCOMU, rU, - les deux variables clef V_1^u et V_2^u apparaissent surtout dans leur fonction de "synthèse" du modèle.

A2. Triangularisation.

A2.1 Rappel théorique.

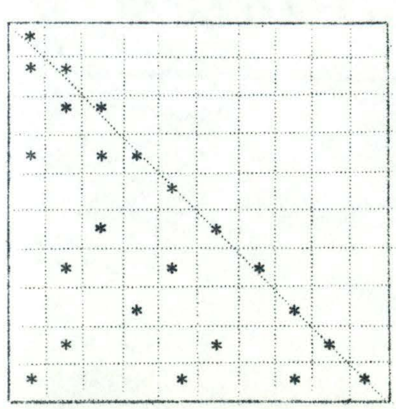
Le modèle urbain écrit matriciellement prend la forme :

$$A\underline{x}_{t+1} = B\,\underline{x}_t + \underline{C}$$

L'étude des structures matricielles permet à la fois de déterminer les éventuels "feed-back" pouvant exister à l'intérieur du modèle, et les différentes possibilités de triangularisation.

On se rappellera les différentes structures matricielles possibles :

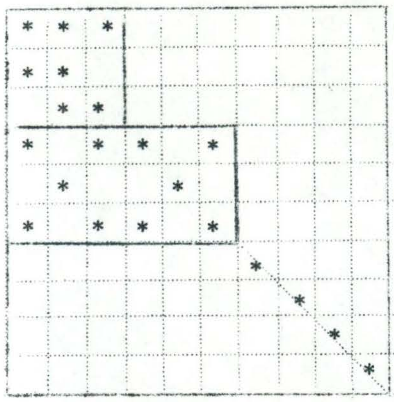
a. structure parfaitement triangulaire :



Cette structure se définit par l'absence totale de relations d'un côté de la diagonale principale.

Dans l'exemple ci-contre, on ne constate aucune relation au-dessus de la diagonale principale.

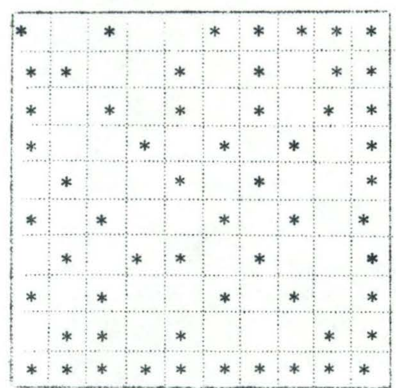
b. structure triangulaire par blocs.



La matrice est décomposable partiellement c-à-d en blocs.

On voit qu'une telle matrice contient des éléments des deux côtés de la diagonale principale mais la possibilité de former des blocs lui donne une triangularité relative.

c. structure non triangulaire : indécomposabilité totale.



Une matrice indécomposable contient un grand nombre de relations entre variables. A la limite, le damier des relations sera totalement rempli.

Dans une telle matrice, on devine la présence de nombreux feed-back.

A2.2 Triangularisation.

La matrice A trouvée dans la section A1 du chapitre ne compte que quatre éléments au-dessus de la diagonale principale : $-b_1$; $-a_2$; $-a_5$; $-b_9$.

Après examen, ces éléments ne donnent lieu à aucun feed-back à l'intérieur du damier et de plus, les variables $ENSGU^o$, $SERVU^o$, EMPLEXTU, DEPCOMU, rU ne sont influencées par aucune autre variable endogène au modèle urbain en t+1.

Aussi par un nouveau rangement des équations du modèle, on est arrivé à une matrice A* parfaitement triangulaire :

		(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)	(12)	(13)
$ENSGU^o$	(1)	1												
rU	(2)		1											
$SERVU^d$	(3)		$-a_5$	1										
$SERVU^o$	(4)				1									
EMPLSERVU	(5)				$-a_7$	1								
EMPLEXTU	(6)						1							
DEPCOMU	(7)							1						
RECCOMU	(8)		$-b_9$						1					
V_1^u	(9)	$-c_{12}$	$-a_{12}$		$-b_{12}$					1				
MU	(10)									$-a_2$	1			
POPU	(11)										$-b_1$	1		
$ENSGU^d$	(12)											$-a_3$	1	
V_2^u	(13)				$-a_{13}$	$-b_{13}$	d_{13}	$-c_{13}$						1

$= [A^*]$

A2.3 Conséquences de la triangularisation.

La matrice A* parfaitement triangulaire permet une solution récursive en hiérarchisant le modèle de la façon suivante :

- une variable d'enseignement : $ENSGU^o$
- revenu urbain par tête : rU
- marché des serv ices : $SERVU^d$, $SERVU^o$
- marché de l'emploi : EMPLSERVU, EMPLEXT
- gestion publique : DEPCOMU, RECCOMU

* bloc démographique : V_1^u
  MU
  POPU

* une variable d'enseignement : $ENSG^d$

* indice d'attractivité économique : V_2^u.

A3. Présentation matricielle globale.

A3.1 Forme réduite du modèle.

E4. $$ENSGU^o_{t+1} = (1+a_4)ENSGU^o_t$$

E11. $$rU_{t+1} = (1 + m)rREG_{t+1} - (1 + m)rREG_t + rU_t$$

E5. $$SERVU^d_{t+1} = a_5(1 + m)rREG_{t+1} - a_5(1 + m)rREG_t + b_5 rREG_{t+1} - b_5 rREG_t + c_5(V^u_{2,t} - V^u_{2,t-1}) + SERVU^d_t$$

E6. $$SERVU^o_{t+1} = a_6\ SERVU^d_t + (1 - a_6)\ SERVU^o_t$$

E7. $$EMPLSERVU_{t+1} = a_6 a_7 SERVU^d_t - a_6 a_7 SERVU^o_t + EMPLSERVU_t.$$

E8. $$EMPLEXTU_{t+1} = (1 + a_8)\ EMPLEXTU_t + b_8(1_t - 1_{t-1})$$

E10. $$DEPCOMU_{t+1} = (1 + a_{10})DEPCOMU_t + b_{10}\ (V^u_{1,t} - V^u_{1,t-1}) + c_{10}(V^u_{2,t} - V^u_{2,t-1})$$

E9. $$RECCOMU_{t+1} = (1 + a_9)\ RECCOMU_t + b_9(1 + m)rREG_{t+1} - b_9(1 + m)rREG_t.$$

E12. $$V^{u}_{1,t+1} = -a_{12}(1 + m)rREG_t + a_{12}\, rU_t + a_{12}mrREG_{t+1} + a_6 b_{12}\, SERVU^{d}_{t} + b_{12}\,(1 - a_6)\, SERVU^{o}_{t} - b_{12}SERVREG^{o}_{t+1} + a_4 c_{12}ENSGU^{o}_{t} - c_{12}POPNAT_{t+1} + c_{12}POPNAT_t + V^{u}_{1,t}$$

E2. $$MU_{t+1} = a_2 a_{12}mrREG_{t+1} - a_2 a_{12}(1+m)rREG_t + a_2 a_{12}rU_t + a_2 a_6 b_{12}SERVU^{d}_{t} + a_2(1 - a_6)b_{12}\, SERVU^{o}_{t} - a_2 b_{12}SERVREG^{o}_{t+1} + a_2 a_4 c_{12}ENSGU^{o}_{t} - a_2 c_{12}POPNAT_{t+1} + a_2 c_{12}POPNAT_t + b_2 MU_t$$

E1. $$POPU_{t+1} = (1 + a_1)POPU_t + a_2 b_1 a_{12}mrREG_{t+1} + a_2 a_{12} b_1 rU_t - a_2 a_{12} b_1 (1 + m)\, rREG_t + a_2 a_6 b_1 b_{12}SERVU^{d}_{t} + a_2(1 - a_6)b_1 b_2 SERVU^{o}_{t} - a_2 b_1 b_{12}servREG^{o}_{t+1} + a_2 a_4 b_1 c_{12}ENSGU^{o}_{t} - a_2 b_1 c_{12}POPNAT_{t+1} + a_2 b_1 c_{12}POPNAT_t + a_1 b_2 MU_t$$

E3. $$ENSGU^{d}_{t+1} = a_1 a_3 POPU_t + a_2 a_3 a_{12} b_1\, mrREG_{t+1} - a_2 a_3 a_{12} b_1 (1 + m)rREG_t + a_2 a_3 a_{12} b_1\, rU_t + a_2 a_3 a_6 b_1 b_{12} SERVU^{d}_{t} + a_2 a_3 (1 - a_6) b_1 b_{12}SERVU^{o}_{t} - a_2 a_3 b_1 b_{12} servREG^{o}_{t+1} + a_2 a_3 a_4 b_1 c_{12}\, ENSG^{o}_{t}$$

$$- a_2a_3b_1c_{12}POPNAT_{t+1} + a_2a_3b_1c_{12}POPNAT_t$$

$$+ a_3b_1b_2MU_t + b_3POPREG_{t+1} - b_3POPREG_t +$$

$$c_3POPNAT_{t+1} - c_3POPNAT_t + ENSGU_t^d.$$

E13. $$V^u_{2,t+1} = a_6a_{13}SERVU_t^d + (1 - a_6)a_{13}SERVU_t^o - a_{13}SERVREG^o_{t+1}$$

$$+ a_6a_7SERVU_t^d - a_6a_7SERVU_t^o + a_{10}c_{13}DEPCOMU_t$$

$$+ b_{10}c_{13}(V^u_{1,t} - V^u_{1,t-1}) + c_{10}c_{13}(V^u_{2,t} - V^u_{2,t-1})$$

$$- a_8d_{13}EMPLEXTU_t - b_8d_{13}l_t + b_8d_{13}l_{t-1} + V^u_{2,t}.$$

A3.2 <u>Ecriture matricielle du modèle.</u>

En définissant $\underline{X}$:

$$\underline{X} = \begin{pmatrix} ENSGU^o \\ rU \\ SERVU^d \\ SERVU^o \\ EMPLSERVU \\ EMPLEXTU \\ DEPCOMU \\ RECCOMU \\ V^u_1 \\ MU \\ POPU \\ ENSGU^d \\ V^u_2 \end{pmatrix}$$

et en posant : $a' = a_2 . a_4 . b_1 . c_{12}$

$b' = a_2 . a_3 . a_4 . b_1 . c_{12}$

$$c' = a_2 . a_3 . a_{12} . b_1$$

$$d' = a_2 . a_6 . b_1 . b_2$$

$$e' = a_2 . a_3 . a_6 . b_1 . b_{12}$$

$$f' = a_6 . (a_{13} + a_7)$$

$$g' = (1 - a_6) . b_{12}$$

$$h' = a_2 (1 - a_6) b_{12}$$

$$i' = a_2 (1 - a_6) b_1 . b_2$$

$$j' = a_2 . a_3 (1 - a_6)\ b_1 . b_2$$

$$k' = a_{13} . (1 - a_6) - a_6 . a_7$$

$$l' = 1 + c_{10} .\ C_{13}$$

le modèle de départ $A\ \underline{x}_{t+1} = B\ \underline{x}_t + \underline{c}$

devient : $\underline{x}_{t+1} = B^* \underline{x}_t + \underline{c}^*$

B^* vaut A^{-1} B c-à-d :

$1+a_4$												
	1											
		1										c_5
		a_6	$1-a_6$									
				1								
					$1+a_8$							
						$1+a_{10}$		b_{10}				c_{10}
							$1+a_9$					
a_4c_{12}	a_{12}	a_6b_{12}	g'					1				
$a_2a_4c_{12}$	a_2a_{12}	$a_2a_6b_{12}$	h'						b_2			
a'	$a_2a_{12}b_1$	d'	i'						b_1b_2	$1+a_1$		
b'	c'	e'	j'						$a_3b_1b_2$	a_1a_3	1	
		g'	k'		$-a_8d_{13}$	$a_{10}c_{13}$		$c_{13}b_{10}$				l'

C^* vaut : $D^*\underline{REG}_{t+1} + E^*\ \underline{REG}_t + F^*\ POPNAT_{t+1} + G^*\ POPNAT_t + H^*\ \underline{Wl}_{t-1}$

$+ \underline{J}^*\ l_t$. c-à-d :

$$
\begin{pmatrix}
 & & \\
m' & & \\
n' & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
b_9 m' & & \\
a_{12} m & -\,b_{12} & \\
a_2 a_{12} m & -a_2 b_{12} & \\
o' m & -a_2 b_1 b_{12} & \\
a_3 o' m & -a_3 p' & b_3 \\
 & -\,a_{13} &
\end{pmatrix}
\begin{pmatrix}
\mathrm{rREG} \\
\mathrm{servREG}^{o} \\
\mathrm{POPREG}
\end{pmatrix}_{t+1}
+
\begin{pmatrix}
 & & \\
-\,m' & & \\
-\,n' & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
-\,b_9 m' & & \\
-a_{12} m' & & \\
-a_2 a_{12} m' & & \\
-\,o' m' & & \\
-a_3 o' m' & & -\,b_3 \\
 & &
\end{pmatrix}
\begin{pmatrix}
\mathrm{rREG} \\
\mathrm{servREG}^{o} \\
\mathrm{POPREG}
\end{pmatrix}_{t}
$$

avec : $1 + m = m'$

$a_5(1+m) + b_5 = n'$

$a_2 a_{12} b_1 = o'$

$a_2 b_1 b_{12} = p'$

$$
\begin{pmatrix} \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ -c_{12} \\ -a_2c_{12} \\ -a_2b_1c_{12} \\ -a_2a_3b_1c_{12}+c_3 \\ \\ \end{pmatrix}
\begin{pmatrix} \text{POPNAT} \end{pmatrix}_{t+1}
+
\begin{pmatrix} \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ c_{12} \\ a_2c_{12} \\ a_2b_1c_{12} \\ a_2a_3b_1c_{12}-c_3 \\ \\ \end{pmatrix}
\begin{pmatrix} \text{POPNAT} \end{pmatrix}_{t}
$$

$$
+\begin{bmatrix}
 & & \\
 & & \\
 & -c_5 & \\
 & & \\
 & & \\
 & & -b_8 \\
-b_{10} & -c_{10} & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
-c_{13}b_{10} & -c_{13}c_{10} & b_8 d_{13}
\end{bmatrix}
\begin{bmatrix}
V^u_1 \\
V^u_2 \\
1
\end{bmatrix}
+
\begin{bmatrix}
 \\
 \\
 \\
 \\
 \\
b_8 \\
 \\
 \\
 \\
 \\
 \\
 \\
-d_{13}b_8
\end{bmatrix}
\begin{bmatrix}
1
\end{bmatrix}_t
$$

Les différentes matrices qui composent le modèle sont d'ordre :

$\underline{x}_{t+1}$	= (13,1)		
$\underline{x}_t$	= (13,1)	B*	= (13,13)
$\underline{\underline{REG}}_{t+1}$	= (3,1)	D*	= (13,3)
$\underline{\underline{REG}}_t$	= (3,1)	E*	= (13,3)
$POPNAT_{t+1}$	= (1,1)	F*	= (13,1)
$POPNAT_t$	= (1,1)	G*	= (13,1)
$\underline{W1}_{t-1}$	= (3,1)	H*	= (13,3)
1_t	= (1,1)	J*	= (13,1)

En se rappelant l'équation :

$$\underline{x}_{t+1} = B^*\underline{x}_t + D^*\underline{\underline{REG}}_{t+1} + E^*\underline{\underline{REG}}_t + F^*POPNAT_{t+1} +$$
$$G^*POPNAT_t + H^*\underline{W1}_{t-1} + J^*1_t.$$

on obtient :

$$(13,1) = (13,13)(13,1)+(13,3)(3,1) + (13,3)(3,1) + (13,1)(1,1)$$
$$+ (13,1)(1,1) + (13,3)(3,1) + (13,1)(1,1)$$

on le voit, chaque terme de l'équation est d'ordre (13,1) :

les dimensions matricielles retenues sont donc correctes.

On vient d'étudier la structure du modèle urbain et on peut constater que certaines variables dépendent des sous-modèles; on va également étudier la structure de ces sous-modèles.

B Modèle régional.

B1. Etude de la matrice A* du modèle.

B1.1 Modèle de départ.

Comme dans l'étude du modèle urbain, l'analyse technique reconsidère d'abord le modèle régional sous sa forme de départ.

E1. $$POPREG_{t+1} = (1 + a_1^*)POPREG_t + b_1^*\, MREG_{t+1}$$

E2. $$MREG_{t+1} = a_2^* MREG_t + b_2^*(rREG_{t+1} - rNAT_{t+1}) - b_2^*(rREG_t - rNAT_t)$$

E3. $$rREG_{t+1} = a_3^*(agrREG^d_{t+1} - agrREG^d_t) + b_3^*(indREG^d_{t+1} - indREG^d_t) + c_3^*(servREG^d_{t+1} - servREG^d_t) + rREG_t.$$

E4. $$agrREG^d_{t+1} = a_4^*(rREG_{t+1} - rREG_t) + b_4^*(rNAT_{t+1} - rNAT_t) + agrREG^d_t.$$

E5. $$agrREG^o_{t+1} = a_5^*\, agrREG^d_t + (1 - a_5^*)agrREG^o_t.$$

E6. $$indREG^d_{t+1} = a_6^*(rREG_{t+1} - rREG_t) + b_6^*\,(rNAT_{t+1} - rNAT_t) + indREG^d_t.$$

E8. $$EMPLINDREG_{t+1} = a_8^*(indREG^o_{t+1} - indREG^o_t) + b_8^*\,(WREG_{t+1} - WREG_t) + EMPLINDREG_t.$$

E7. $$indREG^o_{t+1} = a_7^*\, indREG^d_t + (1 - a_7^*)\, indREG^o_t.$$

$$E9. \quad WREG_{t+1} = (1 + a_9^*)\, WREG_t - b_9^*(z\, indREG^o_{t+1} - indREG^d_{t+1})$$

$$E10. \quad servREG^d_{t+1} = a_{10}^*\, (rREG_{t+1} - rREG_t) + b_{10}^*\, (rNAT_{t+1} - rNAT_t) + servREG^d_t.$$

$$E11. \quad servREG^o_{t+1} = a_{11}^*\, servREG^d_t + (1 - a_{11}^*)servREG^o_t.$$

B1.2 Séparation des variables endogènes et exogènes.
****

La distinction entre les variables endogènes et exogènes, préliminaire à la mise sous forme matricielle donne :

$$E1. \quad POPREG_{t+1} - b_1^*\, MREG_{t+1} = (1 + a_1^*)\, POPREG_t.$$

$$E2. \quad MREG_{t+1} - b_2^*\, rREG_{t+1} = a_2^*\, MREG_t - b_2^*\, rNAT_{t+1} - b_2^*(rREG_t - rNAT_t)$$

$$E3. \quad rREG_{t+1} - a_3^*\, agrREG^d_{t+1} - b_3^*\, indREG^d_{t+1} - c_3^*\, servREG^d_{t+1} = rREG_t - a_3^*\, agrREG^d_t - b_3^*\, indREG^d_t - c_3^*\, servREG^d_t.$$

$$E4. \quad agrREG^d_{t+1} - a_4^*\, rREG_{t+1} = -a_4^*\, rREG_t + b_4^*(rNAT_{t+1} - rNAT_t) + agrREG^d_t.$$

$$E5. \quad agrREG^o_{t+1} = a_5^*\, agrREG^d_t + (1 - a_5^*)agrREG^o_t.$$

$$E6. \quad indREG^d_{t+1} - a_6^*\, rREG_{t+1} = -a_6^*\, rREG_t + b_6^* rNAT_{t+1} - b_6^* rNAT_t + indREG^d_t .$$

E7. $$indREG^{o}_{t+1} = a^{*}_{7}indREG^{d}_{t} + (1 - a^{*}_{7})indREG^{o}_{t}.$$

E8. $$EMPLINDREG_{t+1} - a^{*}_{8}indREG^{o}_{t+1} - b^{*}_{8}\ WREG_{t+1} =$$
$$-a^{*}_{8}indREG^{o}_{t} - b^{*}_{8}\ WREG_{t} + EMPLINDREG_{t}.$$

E9. $$WREG_{t+1} + b^{*}_{9}\ (z\ indREG^{o}_{t+1} - indREG^{d}_{t+1}) = (1 + a^{*}_{9})WREG_{t}$$

E10. $$servREG^{d}_{t+1} - a^{*}_{10}rREG_{t+1} = -a^{*}_{10}rREG_{t} + b^{*}_{10}rNAT_{t+1} - b^{*}_{10}rNAT_{t}$$
$$+ servREG^{d}_{t}.$$

E11. $$servREG^{o}_{t+1} = a^{*}_{11}servREG^{d}_{t} + (1 - a^{*}_{11})servREG^{o}_{t}.$$

B1.3 Recherche de la matrice A*.
****

Le modèle régional mis sous forme matricielle s'écrit de la façon suivante : $A^{*}\underline{x}_{t+1} = B^{*}\underline{x}_{t} + \underline{C}^{*}$

où $\underline{x}_{t+1}$ = vecteur des variables régionales à l'époque t+1.

$\underline{x}_{t}$ = vecteur des variables régionales à l'époque t.

$\underline{C}$ = vecteur des variables exogènes au système.

A* = matrice des coefficients affectant les variables régionales en t+1.

B* = matrice des coefficients affectant les variables régionales en t.

La matrice A* est de la forme :

		(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)
POPREG	(1)	1	$-b_1^*$									
MREG	(2)		1	$-b_2^*$								
rREG	(3)			1	$-a_3^*$		$-b_3^*$				$-c_3^*$	
$agrREG^d$	(4)			$-a_4^*$	1							
$agrREG^o$	(5)					1						
$indREG^d$	(6)			$-a_6^*$			1					
$indREG^o$	(7)							1				
EMPLINDREG	(8)							$-a_8^*$	1	$-b_8^*$		
WREG	(9)						$-b_9^*$	b_9^* z		1		
$servREG^d$	(10)			$-a_{10}^*$							1	
$servREG^o$	(11)											1

B1.4 Remarques.
****

Dans A*, on observe des feed-back entre le revenu régional par tête rREG et la demande sur les différents marchés :

* le feed-back entre rREG et la demande de biens agricoles $agrREG^d$ se réalise par les différents coefficients $-a_4^*$ et $-a_3^*$.

* le feed-back entre rREG et la demande de produits industriels

indREG^d se traduit dans les coefficients $-a_6^*$ et $-b_3^*$.

* enfin, le feed-back entre rREG et la demande de services s'opère par les coefficients $-a_{10}^*$ et $-c_3^*$.

La présence de ces feed-back exclut donc une triangularisation parfaite de la matrice A* .

B2. Triangularisation

B2.1 Triangularisation.

		(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)
agrREG^d	(1)	1			$-a_4^*$							
indREG^d	(2)		1		$-a_6^*$							
servREG^d	(3)			1	$-a_{10}^*$							
rREG	(4)	$-a_3^*$	$-b_3^*$	$-c_3^*$	1							
MREG	(5)				$-b_2^*$	1						
POPREG	(6)					$-b_1^*$	1					
agrREG^o	(7)							1				
indREG^o	(8)								1			
WREG	(9)		$-b_9^*$						b_9^* z	1		
EMPLINDREG	(10)								$-a_8^*$	$-b_8^*$	1	
servREG^o	(11)											1

B2.2 Conséquences.

De la nouvelle matrice $(A^*)'$ partiellement triangulaire, on peut dégager trois blocs :

* dans le premier bloc, apparaissent les feed-back relevés en B1.4 : le bloc 1 se définit donc comme le bloc du revenu régional par tête et des différentes demandes.
* les variables démographiques MREG et POPREG sont regroupées en un bloc de population.
* enfin, un troisième bloc ayant trait au secteur industriel est constitué par les variables indREG^{o}, WREG, EMPLINDREG.

Ces deux derniers blocs sont dominés par le bloc du revenu régional par tête et des demandes. La dépendance se réalise par $(-b_2^*)$ pour le bloc de population et par $(-b_9^*)$ pour le bloc du secteur industriel.

<u>Remarque</u> : la notion de "bloc" doit être comprise dans un sens large :

* le premier bloc est déterminé à partir de relations entre variables sous forme de feed-back.
* la constitution des deuxième et troisième blocs n'est influencée par aucun feed-back; elle dépend à la fois d'une classification des variables selon leur nature et d'un souci évident de triangularisation.

<u>Shéma des rapports entre blocs.</u>

La flèche $\dashrightarrow$ indique le sens de l'influence.

* $\text{Bloc 1} \xrightarrow{-b_2^*} \text{Bloc 2.}$

  en détaillant cette relation, on obtient :

$$
\begin{tikzcd}
\mathrm{agrREG}^d \arrow[dr, shift left, dotted, "-a_3^*"'] & & & \\
\mathrm{indREG}^d \arrow[r, shift right, dotted, "-b_3^*"'] & \mathrm{rREG} \arrow[ul, shift left, dotted, "-a_4^*"'] \arrow[l, shift right, dotted, "-a_6^*"'] \arrow[dl, shift left, dotted, "-a_{10}^*"'] \arrow[r, dotted, "-b_2^*"] & \mathrm{MREG} \arrow[r, dotted, "-b_1^*"] & \mathrm{POPREG} \\
\mathrm{servREG}^d \arrow[ur, shift left, dotted, "-c_3^*"'] & & &
\end{tikzcd}
$$

* $\text{Bloc 1} \xrightarrow{-b_9^*} \text{Bloc 3}$

ou de façon plus détaillée :

$$\text{rREG} \underset{-a_6^*}{\overset{-b_3^*}{\rightleftarrows}} \text{indREG}^d \xrightarrow[-b_9^*]{} \text{WREG} \xrightarrow[-b_8^*]{} \text{EMPLINDREG}$$

B3. Présentation matricielle du modèle.

B3.1 Recherche de la forme réduite du modèle.

Après triangularisation partielle, le modèle régional s'écrit matriciellement : $A^{*\prime}\ \underline{x}'_{t+1} = B^{*\prime}\ \underline{x}'_t + \underline{C}^{*\prime}$

où le signe ' avertit de la permutation dans l'ordre de présentation des variables à l'intérieur de $\underline{x}_{t+1}$ et $\underline{x}_t$ et par conséquent en A^*, B^* et $\underline{C}^*$.

La forme réduite du modèle régional se définit comme :

$$\underline{x}'_{t+1} = (A^{*\prime})^{-1}\ B^{*\prime}\ \underline{x}'_t + (A^{*\prime})^{-1}\ \underline{C}^{*\prime}$$

Méthodes de calcul :

Lorsque la matrice $A^{*\prime}$ ne contient seulement qu'un bloc non triangulaire, deux méthodes sont possibles pour rechercher $\underline{x}_{t+1}$

Méthode 1 :

* considérer $A^{*\prime}$ dans son ensemble et calculer son inverse: $(A^{*\prime})^{-1}$

* ensuite chercher $(A^{*\prime})^{-1}\ B^{*\prime}$ et $(A^{*\prime})^{-1}\underline{C}^{*\prime}$

Méthode 2 :

* décomposer $A^{*\prime}$ en deux blocs : $A_1^{*\prime}$ et $A_2^{*\prime}$

  où $A_1^{*\prime}$ n'est pas triangulaire.

* chercher $(A_1^{*\prime})^{-1}$ alors, on obtient :

$$\underline{x}'_{1,t+1} = (A^{*\prime}_1)^{-1} B^{*\prime}_1 \underline{x}'_{1,t} + (A^{*\prime}_1)^{-1} \underline{C}^{*\prime}_1$$

où $\underline{x}'_{1,t+1}$; $\underline{x}'_{1,t}$; $\underline{C}^{*\prime}_1$; $B^{*\prime}_1$

rassemblent les éléments qui correspondent aux variables retenues dans $A^{*\prime}_1$.

* $\underline{x}'_{2,t+1}$ peut alors être calculé à partir de $\underline{x}'_{1,t+1}$:

$$\underline{x}'_{2,t+1} = f\,(\underline{x}'_{1,t+1} \,;\, \underline{x}'_{2,t} \,;\, \underline{C}^{*\prime})$$

Comme $A^{*\prime}_1$ est d'un ordre peu élevé (4,4) , on a retenu la méthode de décomposition.

La formulation matricielle de $A^{*\prime}_1\ \underline{x}'_{t+1} = B^{*\prime}_1 \underline{x}'_t + \underline{C}^{*\prime}$ donne:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -a^*_4 \\ 0 & 1 & 0 & -a^*_6 \\ 0 & 0 & 1 & -a^*_{10} \\ -a^*_3 & -b^*_3 & -c^*_3 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathrm{agrREG}^d \\ \mathrm{indREG}^d \\ \mathrm{servREG}^d \\ \mathrm{rREG} \end{pmatrix}_{t+1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -a^*_4 \\ 0 & 1 & 0 & -a^*_6 \\ 0 & 0 & 1 & -a^*_{10} \\ -a^*_3 & -b^*_3 & -c^*_3 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathrm{agrREG}^d \\ \mathrm{indREG}^d \\ \mathrm{servREG}^d \\ \mathrm{rREG} \end{pmatrix}_{t} +$$

$$\begin{pmatrix} b^*_4 \\ b^*_6 \\ b^*_{10} \\ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathrm{rNAT} \end{pmatrix}_{t+1} \qquad \begin{pmatrix} -b^*_4 \\ -b^*_6 \\ -b^*_{10} \\ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathrm{rNAT} \end{pmatrix}_{t}$$

Le déterminant D de $A_1^{*\prime}$ vaut :

$$\begin{aligned} \left| A_1^{*\prime} \right| &= D \\ &= 1 - a_6^* \, b_3^* - c_3^* \, a_{10}^* - a_3^* \, a_4^* \,. \end{aligned}$$

connaissant D , on peut chercher la valeur de $(A_1^{*\prime})^{-1}$:

$$(A_1^{*\prime})^{-1} = \begin{pmatrix} \dfrac{D + a_3^* \, a_4^*}{D} & \dfrac{a_4^* \, b_3^*}{D} & \dfrac{a_4^* \, c_3^*}{D} & \dfrac{a_4^*}{D} \\[2ex] \dfrac{a_3^* \, a_6^*}{D} & \dfrac{D + a_6^* \, b_3^*}{D} & \dfrac{a_6^* \, c_3^*}{D} & \dfrac{a_6^*}{D} \\[2ex] \dfrac{a_3^* \, a_{10}^*}{D} & \dfrac{a_{10}^* \, b_3^*}{D} & \dfrac{D + a_{10}^* c_3^*}{D} & \dfrac{a_{10}^*}{D} \\[2ex] \dfrac{a_3^*}{D} & \dfrac{b_3^*}{D} & \dfrac{c_3^*}{D} & \dfrac{1}{D} \end{pmatrix}$$

Les opérations d'inversion permettent de trouver la forme réduite de $agrREG^d$, $indREG^d$, $servREG^d$, rREG .

E4. $$agrREG^{d}_{t+1} = agrREG^{d}_{t} - \left[\frac{a^*_4 \; (D + a^*_3 a^*_4)}{D} + \frac{a^*_4 a^*_6 b^*_3}{D} + \frac{a^*_4 a^*_{10} c^*_3}{D} - \frac{a^*_4}{D} \right] rREG_t + \left[\frac{b^*_4 (D + a^*_3 a^*_4) + a^*_4 b^*_3 b^*_6 + a^*_4 b^*_{10} c^*_3}{D} \right] \left(rNAT_{t+1} - rNAT_t \right)$$

E5. $$indREG^{d}_{t+1} = indREG^{d}_{t} - \left[\frac{a^*_3 a^*_4 a^*_6 + a^*_6 \; (D + b^*_3 a^*_6) + a^*_{10} a^*_6 c^*_3 - a^*_6}{D} \right] rREG_t + \left[\frac{a^*_3 a^*_6 b^*_4 + b^*_6 \; (D + a^*_6 b^*_3) + a^*_6 b^*_{10} c^*_3}{D} \right] \left(rNAT_{t+1} - rNAT_t \right)$$

E10. $$servREG^{d}_{t+1} = servREG^{d}_{t} - \left[\frac{a^*_3 a^*_4 a^*_{10} + a^*_6 a^*_{10} b^*_3 + a^*_{10} (D + a^*_{10} c^*_3) - a^*_{10}}{D} \right] rREG_t + \left[\frac{a^*_3 a^*_{10} b^*_4 + a^*_{10} b^*_3 b^*_6 + b^*_{10} (D + a^*_{10} c^*_3)}{D} \right] (rNAT_{t+1} - rNAT_t).$$

E3. $$rREG_{t+1} = \left[\frac{1 - a^*_3 a^*_4 - a^*_6 b^*_3 - a^*_{10} c^*_3}{D} \right] rREG_t + \left[\frac{a^*_3 b^*_4 + b^*_3 b^*_6 = b^*_{10} c^*_3}{D} \right] (rNAT_{t+1} - rNAT_t)$$

A partir de E4, E5, E10, E3, on obtient :

$$\text{E2.} \quad MREG_{t+1} = a_2^* \, MREG_t + b_2^* \left[\frac{1 - a_3^* a_4^* - a_6^* b_3^* - a_{10}^* c_3^* - D}{D} \right] rREG_t$$

$$+ \, b_2^* \left[\frac{a_3^* b_4^* + b_3^* b_6^* + b_{10}^* c_3^* - D}{D} \right] (rNAT_{t+1} - rNAT_t)$$

$$\text{E1.} \quad POPREG_{t+1} = (1 + a_1^*) \, POPREG_t + b_1^* a_2^* \, MREG_t$$

$$+ \, b_1^* b_2^* \left[\frac{1 - a_3^* a_4^* - a_6^* b_3^* - a_{10}^* c_3^* - D}{D} \right] rREG_t$$

$$+ \, b_1^* b_2^* \left[\frac{a_3^* b_4^* + b_3^* b_6^* + b_{10}^* c_3^* - D}{D} \right] (rNAT_{t+1} - rNAT_t)$$

$$\text{E5.} \quad agrREG^o_{t+1} = a_5^* \, agrREG^d_t + (1 - a_5^*) \, agrREG^o_t$$

$$\text{E7.} \quad indREG^o_{t+1} = a_7^* \, indREG^d_t + (1 - a_7^*) indREG^o_t$$

$$\text{E9.} \quad WREG_{t+1} = (1 + a_9^*) WREG_t - b_9^* \, z \left[a_7^* \, indREG^d_t + (1 - a_7^*) indREG^o_t \right]$$

$$+ \, b_9^* \, indREG^d_t$$

$$- \, b_9^* \left[\frac{a_3^* a_4^* a_6^* + a_6^*(D + a_6^* b_3^*) + a_{10}^* a_6^* c_3^* - a_6^*}{D} \right] rREG_t$$

$$+ \, b_9^* \left[\frac{a_3^* a_6^* b_4^* + b_6^*(D + a_6^* b_3^*) + a_6^* b_{10}^* c_3^*}{D} \right] (rNAT_{t+1} - rNAT_t)$$

$$\text{E8.} \quad EMPLINDREG_{t+1} = a_7^* a_8^* indREG^d_t - a_7^* a_8^* indREG^o_t + a_9^* b_8^* \, WREG_t$$

$$- \, b_8^* b_9^* \left[\frac{a_3^* a_4^* a_6^* + a_6^*(D + a_6^* b_3^*) + a_{10}^* a_6^* c_3^* - a_6^*}{D} \right]$$

$$rREG_t + b_8^* b_9^* \left[\frac{a_3^* a_6^* b_4^* + b_6^*(D + a_6^* b_3^*) + a_6^* b_{10}^* c_3^*}{D} \right]$$

$$(rNAT_{t+1} - rNAT_t) + EMPLINDREG_t$$

E11. $$servREG^o_{t+1} = a^*_{11} servREG^d_t + (1 - a^*_{11})\ servREG^o_t$$

La forme réduite qu'on vient de trouver pour le modèle peut également être représentée matriciellement :

B3.2 Ecriture matricielle du modèle.

Le modèle s'écrit : $\underline{x}'_{t+1} = (A^{*\prime})^{-1}\ B^{*\prime}\underline{x}'_t + (A^{*\prime})^{-1}\underline{C}^{*\prime}$

avec :

$$\underline{x}' \equiv \begin{bmatrix} agrREG^d \\ indREG^d \\ servREG^d \\ rREG \\ MREG \\ POPREG \\ agrREG^o \\ indREG^o \\ WREG \\ EMPLINDREG \\ SERVREG^o \end{bmatrix}$$

$(A^{*\prime})^{-1}.\ B^{*\prime}$ vaut :

$$
\begin{bmatrix}
1 & & & & & & & & & & \\
 & 1 & & & & & & & & & \\
 & & 1 & & & & & & & & \\
 & & & 1 & & & & & & & \\
 & & & & a_2^* & & & & & & \\
 & & & & a_2^* b_1^* & 1 + a_1^* & & & & & \\
a_5^* & & & & & & 1 - a_5^* & & & & \\
 & a_7^* & & & & & & 1 - a_7^* & & & \\
 & H + b_9^* & & & & & & G - H & 1 + a_9^* & & \\
 & a_7^* a_8^* & & & & & & -a_7^* a_8^* & a_9^* b_8^* & 1 & \\
 & & a_{11}^* & & & & & & & & 1 - a_{11}^*
\end{bmatrix}
$$

où on a posé :

$$H = - b_9^* \, z \, a_7^*$$

$$G = - b_9^* \, z.$$

On remarquera que $(A^{*\prime})^{-1}\, B^{*\prime}$ est parfaitement triangulaire. Cette remarque est d'importance pour l'étude de l'évolution temporelle des variables régionales : les seules variations possibles du modèle régional sont des alternances pour a_5^* ; a_7^* ; a_{11}^* plus grand(s) que 1.

$(A^{*\prime})^{-1}\, \underline{C}^{*\prime}$ vaut :

$$\begin{pmatrix}
\dfrac{b_4^*\,(D + a_3^*a_4^*) + a_4^*b_3^*b_6^* + a_4^*b_{10}^*c_3^*}{D} \\[2ex]
\dfrac{a_3^*a_6^*b_4^* + b_6^*(D + a_6^*b_3^*) + a_6^*b_{10}^*c_3^*}{D} \\[2ex]
\dfrac{a_3^*a_{10}^*b_4^* + a_{10}^*b_3^*b_6^* + b_{10}^*(D + a_{10}^*c_3^*)}{D} \\[2ex]
\dfrac{a_3^*b_4^* + b_3^*b_6^* + b_{10}^*c_3^*}{D} \\[2ex]
b_2^*\left[\dfrac{a_3^*b_4^* + b_3^*b_6^* + b_{10}^*c_3^* - D}{D}\right] \\[2ex]
b_1^*b_2^*\left[\dfrac{a_3^*b_4^* + b_3^*b_6^* + b_{10}^*c_3^* - D}{D}\right] \\[2ex]
\\[2ex]
\\[2ex]
b_9^*\left[\dfrac{a_3^*a_6^*b_4^* + b_6^*\,(D + a_6^*b_3^*) + a_6^*b_{10}^*c_3^*}{D}\right] \\[2ex]
b_8^*b_9^*\left[\dfrac{a_3^*a_6^*b_4^* + b_6^*\,(D + a_6^*b_3^*) + a_6^*b_{10}^*c_3^*}{D}\right]
\end{pmatrix}
\begin{pmatrix} rNAT_{t+1} - rNAT_t \end{pmatrix}$$

C. Modèle national

Etant constants dans le temps, les rapports de variables ne nécessitent aucune analyse technique approfondie.

* $\dfrac{rNAT_{t+1}}{rNAT_t} = 1 + a_1^{**}$

* $\dfrac{POPNAT_{t+1}}{POPNAT_t} = 1 + a_2^{**}$

* $\dfrac{l_{t+1}}{l_t} = 1 + a_3^{**}$

La forme réduite du modèle est immédiate :

$$rNAT_{t+1} = (1 + a_1^{**})rNAT_t$$

$$POPNAT_{t+1} = (1 + a_2^{**})POPNAT_t$$

$$l_{t+1} = (1 + a_3^{**})\ l_t$$

ou matriciellement :

$$\begin{pmatrix} rNAT \\ POPNAT \\ l \end{pmatrix}_{t+1} = \begin{pmatrix} 1 + a_1^{**} & 0 & 0 \\ 0 & 1 + a_2^{**} & 0 \\ 0 & 0 & 1 + a_3^{**} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} rNAT \\ POPNAT \\ l \end{pmatrix}_{t}$$

D. Etude des multiplicateurs engendrés par la forme réduite des modèles.

Le calcul de la forme réduite des différents modèles nous amène à considérer un nombre important de multiplicateurs. Comme ceux-ci présentent un degré élevé de complexité chaque fois que l'on a voulu étudier l'impact sur le système d'un changement dans les variables exogènes, on a consolidé les matrices et sélectionné les poids apparaissant comme les plus représentatifs en l'occurrence.

1. On a d'abord voulu étudier les différents multiplicateurs engendrés par la variable de demande de services urbains.
   Si on suppose au départ une valeur donnée de $SERVU^d$, on constate que celle-ci va se répercuter sur plusieurs autres variables qui sont l'offre urbaine de services, l'emploi dans les services urbains, l'indice d'attractivité de la population, la population urbaine, la demande d'enseignement, et enfin l'indice d'attractivité économique. L'intensité de ces répercussions dépend d'abord de la façon dont l'entrepreneur adapte son offre à la demande. Si on suppose que l'entrepreneur a des impératifs quant à la capacité de production, on peut raisonnablement penser que le paramètre d'adaptation a_6 sera inférieur à 1 et non négatif. En effet, si a_6 est supérieur à 1, l'offre de services va connaître une évolution par alternances, ce qui correspond à une succession brutale d'embauche de main-d'oeuvre et de licenciements, d'investissements et de réduction de l'activité de l'entreprise.
   Le niveau de la demande de services urbains a des répercussions bien au-delà de $SERVU^o$; il intervient également dans la formation des variables " emploi dans les services urbains" et " indice d'attrac-

tivité de la population". Le parmètre a_7 souligne le degré de sensibilité des variations de main-d'oeuvre dans les services par rapport à l'évolution de l'offre de services. L'intensité de la répercussion de $SERVU^d$ sur V_1^u dépend de la valeur des paramètres a_6 et b_{12} où a_6 représente le coefficient d'adaptation de la fonction d'offre de l'entrepreneur et où b_{12} souligne le degré de sensibilité de V_2^u à la comparaison des offres urbaine et régionale de services. Ces multiplicateurs qui proviennent de la matrice A^{-1} B de la forme réduite du modèle urbain $\underline{x}_{t+1} = A^{-1} B\underline{x}_t$ valent :

$$SERVU^o_{t+1} = a_6 \; SERVU^d_t$$

$$EMPLSERVU_{t+1} = a_6 a_7 \; SERVU^d_t$$

$$V^u_{1,t+1} = a_6 b_{12} \; SERVU^d_t$$

$$V^u_{2,t+1} = a_6 (a_{13} + a_7) \; SERVU^d_t$$

(pour les autres valeurs, voir la présentation matricielle du modèle urbain)

Au-delà de V_2^u, on peut dire que les multiplicateurs de la demande de services urbains deviennent plus complexes. Dans la mesure où les paramètres a_2 ; a_3 ; a_6 ; a_7 ; a_{13} ; b_1 et b_{12} ont des valeurs comprises entre 0 et 1 , il est possible d'établir une hiérarchie de répercussions selon un ordre décroissant d'intensité.

$SERVU^d \rightarrow SERVU^o$
$\rightarrow V_2^u$ (*)
$\rightarrow V_1^u$ (*)
$\rightarrow EMPLSERVU$
$\rightarrow MU$
$\rightarrow POPU$
$\rightarrow ENSGU^d$

(*) la hiérarchie proposée est vérifiée dans la mesure où :

$b_{12} > a_7$ $\qquad$ $b_{12} < a_7 + a_{13}$.

Lorsque les valeurs des paramètres qui composent les multiplicateurs de la demande de services urbains sont comprises dans l'intervalle (0,1), on retiendra donc surtout les répercussions sur $SERVU^{o}$, V_2^{u} et V_1^{u} ; les autres variables semblent subir de façon moindre l'influence de $SERVU^{d}$. On le voit, les différents multiplicateurs soulignent bien l'importance de la demande de services urbains dans le processus de développement démographique et économique de la ville. On peut déjà recommander une politique urbaine apte à favoriser l'expansion de la demande de services non seulement par un volume important de dépenses publiques mais aussi par une souplesse administrative visant à favoriser l'accueil de nouveaux services urbains.

2. En examinant l'équation E5 du modèle urbain, on constate que la demande de services urbains dépend des variables de revenus par tête : rU et rREG. La forme réduite du modèle global transforme ces relations en multiplicateurs de revenu régional par tête et de revenu national par tête.

Si on fait abstraction de toute autre variable, on obtient :

$$* \ SERVU^{d}_{t+1} = (a_5 + a_5 m + b_5)\frac{(1 - a^*_1 a^*_4 - a^*_6 b^*_3 - a^*_{10} c^*_3 - D)}{D} rREG_t$$

$$* \ SERVU^{d}_{t+1} = (a_5 + m a_5 + b_5) a^*_1 \frac{\{a^*_3 a^*_{10} b^*_4 + a^*_{10} b^*_3 b^*_6 + b^*_{10}(D + a^*_{10} c}{D}$$

$$rNAT_t .$$

avec $D = 1 - a^*_6 b^*_3 - c^*_3 a^*_{10} - a^*_3 a^*_4$

Par l'intermédiaire de rREG et rNAT, la classific.ation des différents besoins selon leur "urgence " et l'évolution de l'économie nationale apparaissent donc comme des éléments déterminants dans l'explication du niveau de la variable $SERVU^d$.

On a déjà souligné auparavant l'importance de la variable $SERVU^d$ dans l'explication de l'évolution des indices d'attractivité démographique et économique de la ville. L'étude des deux nouveaux multiplicateurs présentés ci-dessus pose un problème de choix aux responsables de la gestion urbaine. Le but de leur politique consiste généralement à maximiser la valeur des deux indices d'attractivité tout en respectant des contraintes différentes par leur nature et leur degré de maniabilité : DEPCOMU ; $SERVU^d$ et donc rREG et rNAT. Si on fait abstraction des autres variables explicatives de V_1^u et V_2^u, on peut dire que ces deux indices seront maximisés pour un niveau optimal de DEPCOMU et de $SERVU^d$. Néanmoins, l'interprétation d'un tel raisonnement requiert la plus grande précaution : en effet si les responsables urbains peuvent aisément manier la variable DEPCOMU, il n'en va pas de même avec les variables rREG et rNAT sur lesquelles ils ont peu de pouvoir.

Les responsables de la ville sont donc confrontés avec le problème de la répartition des dépenses publiques. Si la réalisation en T périodes d'un volume global X de dépenses communales est possible, on peut envisager différents plans d'action :

a. Répartir uniformément le volume X de dépenses communales sur les T périodes quelle que soit l'évolution de rNAT. Dans ce cas, lors des récessions nationales et donc lors d'un ralentissement de l'expansion de rNAT (ou d'une diminution toujours possible d'un point de vue théorique) la progression de V_2^u risque d'être freinée.

b. Baser la politique urbaine sur l'évolution de l'économie nationale. Dans ce cas, la répartition du volume X de dépenses ne sera pas uniforme pour chacune des T périodes; les responsables urbains adaptent les dépenses publiques aux variations de la conjoncture économique nationale. Ainsi, lors des périodes de récession, ils multiplieront les dépenses afin de neutraliser ou du moins réduire l'impact sur V_2^u et $SERVU^d$ (ainsi que EMPLSERVU) d'un ralentissement du revenu national par tête.

Pour un flux donné de dépenses à répartir sur T périodes, le deuxième plan d'action semble préférable, car il tend davantage à rendre imperméables aux fluctuations économiques nationales la demande de services urbains et l'indice d'attractivité économique. Une telle solution incite donc les responsables urbains à considérer les dépenses publiques comme un moyen de contrôle et de régularisation des effets produits par les variations de rREG et de rNAT.

3. L'expansion démographique d'une ville peut être considérée comme un des buts des responsables urbains.

La forme réduite du modèle urbain explique la population de la ville par* des variables typiquement urbaines : $ENSGU^o$

rU

$SERVU^d$

$SERVU^o$

MU

* des variables extérieures à la ville : rREG

SERVREG^{o}

rNAT

La présence de variables explicatives extérieures à la ville tend à rendre POPU et V_1^u peu contrôlables : une offre diversifiée de services urbains et un réseau d'enseignement développé ne suffisent pas car les revenus régional et national par tête ne laissent que les dépenses publiques comme moyen de contrôle et celles-ci n'ont que peu d'effets sur le niveau de population urbaine.

$$POPU_{t+1} = a_2 a_6 a_{10} b_1 b_{12} c_5 c_{13} \; DEPCOM_{t-2}$$

Lorsque les paramètres sont compris entre 0 et 1, le multiplicateur est de valeur très faible. D'ailleurs, lorsqu'on le décompose, on aperçoit mieux sa lourdeur et sa complexité :

$$DEPCOMU_{t-2} \xrightarrow{a_{10} c_{13}} V^u_{2,\, t-1} \xrightarrow{c_5} SERVU^d_t \xrightarrow{a_6}$$

$$SERVU^o_{t+1} \xrightarrow{b_{12}} V^u_{1,t+1}$$

$$\text{et } V^u_{1,t+1} \xrightarrow{a_2} MU_{t+1} \xrightarrow{b_1} POPU_{t+1}$$

On retiendra donc :

* la complexité de ce multiplicateur et surtout sa faible valeur lorsque les paramètres ont des valeurs comprises entre 0 et 1.

* le décalage temporel important entre l'intervention des pouvoirs urbains et la réaction de la variable de population.

4. L'étude des multiplicateurs permet aussi de déterminer les conditions nécessaires pour atteindre un objectif qu'on s'est fixé. On va illustrer cette propriété par deux exemples qui mettent en jeu les variables du modèle global.

a) Dans le premier exemple, on envisage un objectif d'ordre budgétaire consistant en un équilibre entre les dépenses et les recettes publiques. A partir des multiplicateurs relatifs à ces dépenses et recettes, on va tâcher de dégager les conditions qui assureront l'équilibre souhaité.

Le problème peut donc être résumé comme suit :

<u>objectif</u> : $DEPCOMU_{t+1} = RECCOMU_{t+1}$

<u>données</u> : on suppose que l'équilibre budgétaire était réalisé à la période t : $DEPCOMU_t = RECCOMU_t$

on connaît les valeurs passées des indices d'attractivité

$$V^u_{1,t} = 200 \quad ; \quad V^u_{1,t-1} = 190$$
$$V^u_{2,t} = 250 \quad ; \quad V^u_{2,t-1} = 230$$

<u>note</u> : ces valeurs ont été fixées à priori.

<u>condition</u> : Après développement, l'objectif $DEPCOMU_{t+1} = RECCOMU_{t+1}$ nécessite la condition suivante

$$RECCOMU_t = \frac{b_9(1 + m)(rREG_{t+1} - rREG_t) - 10b_{10} - 20c_{10}}{a_{10} - a_9}$$

Cette écriture peut surprendre dans la mesure où elle contient la variable $rREG_{t+1}$; cependant, lorsqu'on ne retient que le modèle urbain, elle se justifie car le revenu régional en t + 1 peut alors être considéré comme exogène.

Mais si on retient le modèle global, $rREG_{t+1}$ est une variable endogène ; après transformation, la condition devient :

$$RECCOMU_t = \frac{b_9(1+m).E.rNAT_t - 10b_{10} - 20c_{10}}{a_{10} - a_9}$$

où l'expression E est donnée par la forme réduite de $rREG_{t+1}$ et $rNAT_{t+1}$.

Pour conserver l'équilibre en t+1 entre RECCOMU et DEPCOMU, on constate que les responsables publics doivent veiller à ce que le niveau des recettes urbaines otenues en t correspondent - selon le rapport donné ci-dessus - au niveau du revenu national par tête durant la même période.

b) Dans un deuxième exemple, on va rechercher la condition qui sous-tend un objectif d'équilibre sur le marché des services. Le problème traité peut donc prendre la forme :

* <u>objectif</u> : $SERVU^d_{t+1} = SERVU^o_{t+1}$

* <u>donnée</u> : on suppose que l'équilibre entre l'offre et la demande de services a été réalisé en t.

* <u>condition</u>: Si on ne retient que le modèle urbain, les variables régionales et nationales peuvent être considérées comme exogènes. On obtient alors la condition :

$$\frac{V^u_{2,t} - V^u_{2,t-1}}{rREG_{t-1} - rREG_t} = \frac{a_5(1 + m) + b_5}{c_5}$$

$$= - F$$

Comme a_5 ; b_5 ; c_5 et m ont normalement une valeur positive, on peut dire que l'équilibre souhaité sera atteint pour des évolutions opposées de l'indice d'attractivité économique et du revenu régional par tête.

On peut expliquer cette condition par le fait qu'une évolution de même sens de V^u_2 et de rREG engendre des répercussions cumulatives : ainsi, une progression de V^u_2 entre t - 1 et t suivie d'une progression de rREG entre t et t + 1 entraînera un déséquilibre sur le marché des services(demande $>$ offre). La condition à laquelle on aboutit ci-dessus détermine donc une espèce de "neutralisation" des effets de V_2^u et de rREG ; neutralisation déterminée par F.

L'équilibre en t+1 entre l'offre et la demande de services urbains ne sera réalisé après une baisse de V_2^u que si le revenu régional par tête progresse à raison de

$$\frac{V_{2,t}^u - V_{2,t-1}^u}{F}$$

Par contre, dans le cas d'une baisse de rREG, on n'aura la situation d'équilibre que si V_2^u a progressé entre t - 1 et t à raison de F $(rREG_{t+1} - rREG_t)$

Chapitre IV : RACINES PROPRES DU SYSTEME GLOBAL ET PROBLEMES DE CROISSANCE.

A. Calcul des racines propres du système global.

A partir de la forme réduite du modèle global (modèle urbain + modèle régional + modèle national) , on peut calculer les racines propres du système. Considérant la matrice générale de passage $A^{-1}B$ tirée de $\underline{x}_{t+1} = A^{-1} B\underline{x}_t$, on obtient une équation de degré 27 en u ; de la partie triangularisable de la matrice, on trouve les racines ui = aii le terme diagonal correspondant. Dans ce dernier cas où tous les ui sont réels, les seules fluctuations possibles sont des alternances lorsqu'un ou plusieurs des ui sont <0 .

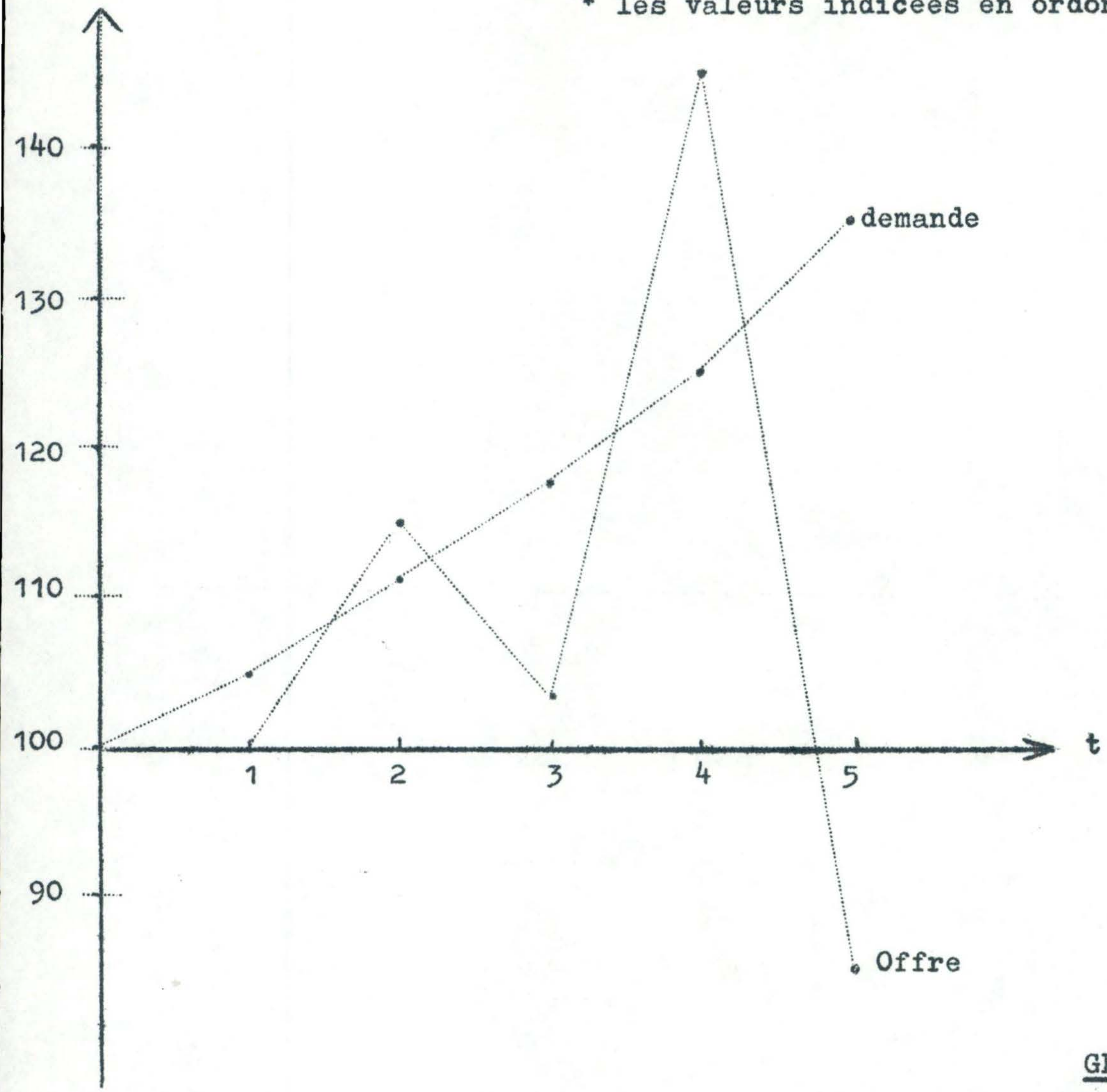
Le modèle global permet ainsi d'engendrer des alternances pour des valeurs de a^*_5 ; a^*_7 ; et $a^*_{11} > 1$. Autrement dit, dans l'équation généralisée : D $\text{offre}_{t+1} = a^* (\text{demande} - \text{offre})_t$ où $a^* > 1$; une réaction trop vive de l'entrepreneur après une comparaison entre la demande et l'offre à l'époque t risque d'imprimer au système une évolution alternante. Ceci peut être illustré en prenant le cas où a* est "forcé" : a* = 3 et où la demande croît d'une façon donnée et régulière.

t	demande	offre
0	100	100
1	105	100
2	111	115
3	117	103
4	125	145
5	135	85

GR 1.

L'évolution différente des deux variables constatée en GR 1 peut être représentée dans un tableau orienté à deux dimensions sur lequel on a porté * le temps en abscisse.

* les valeurs indicées en ordonnée.



GR 2.

A une progression uniforme de la demande correspond une évolution brusque et en "dents de scie" de l'offre. On notera également que ces variations brutales de l'offre tendent à devenir de plus en plus prononcées dans le temps.

Les racines propres déduites de la partie triangularisable de $A^{-1}B$ sont :

u_1	=	$1 + a_1^{**}$	rNAT
u_2	=	$1 + a_2^{**}$	POPNAT
u_3	=	$1 + a_3^{**}$	1
u_4	=	1	rREG
u_5	=	1	agrREG^d
u_6	=	1	indREG^d
u_7	=	1	servREG^d
u_8	=	a_2^*	MREG
u_9	=	$1 + a_1^*$	POPREG
u_{10}	=	$1 - a_5^*$	agrREG^o
u_{11}	=	$1 - a_7^*$	indREG^o
u_{12}	=	$1 + a_9^*$	WREG
u_{13}	=	1	EMPLINDREG
u_{14}	=	$1 - a_{11}^*$	servREG^o
u_{15}	=	$1 + a_4$	ENSGU^o
u_{16}	=	1	rU
u_{17}	=	$1 + a_9$	RECCOMU
u_{18}	=	$1 + a_8$	EMPLEXTU
u_{19}	=	1	EMPLSERVU
u_{20}	=	b_2	MU
u_{21}	=	$1 + a_1$	POPU
u_{22}	=	1	ENSGU^d

On a mis en regard de chaque racine u_i la variable correspondante : c'est ainsi que u_8 est tirée de l'équation E_2 du modèle régional définissant MREG

Les cinq dernières racines u_{23}, u_{24}, u_{25}, u_{26}, u_{27} sont données à partir de l'équation E de degré 5 par rapport à u

$$E = (1 - u)^2(1 - a_6 - u)\left[(1 + a_{10} - u)(1 + c_{10}c_{13} - u) - a_{10}c_{10}c_{13}\right]$$
$$+ a_6c_5\,(u - 1 - a_{10})\Big[(1 - a_6)b_{10}b_{12}c_{13} + (a_7 + a_{13})(1 - a_6 - u)$$
$$(1 - u) - b_{12}(1 - a_6 - u)\,b_{10}.c_{13} - a_{13}(1 - a_6)(1 - u) + a_6a_7(1-u)\Big]$$
$$+ a_{10}c_5c_{13}\left[a_6\,(1 - a_6)b_{10}b_{12} - a_6b_{12}\,(1 - a_6 - u)b_{10}\right]$$

avec $E = 0$

ou : $pu^5 + qu^4 + ru^3 + su^2 + tu + v = 0$

avec : $(p\ ;\ q\ ;\ r\ ;\ s\ ;\ t\ ;\ v) = f(a_6;\ a_7;\ a_{10};\ a_{13}\ ;\ b_{10};$

$b_{12}\ ;\ c_5\ ;\ c_{10}\ ;\ c_{13}\ )$

Les racines u_i de E ($i = 23, \ldots ; 27$) peuvent être réelles ou complexes. On se rappellera que les racines propres complexes vont toujours par paire c-à-d à une racine propre $u_1 = a + bi$ correspond une autre valeur propre $u_2 = a - bi$; "a" représente la partie réelle et "b" la partie imaginaire.

Les racines complexes engendrent des mouvements oscillatoires (sinusoïdaux) qui sont convergents si $r = \sqrt{a^2 + b^2} < 1$; les mouvements seront explosifs si $r > 1$. Lorsque $r = 1$, l'amplitude du mouvement sinusoïdal est constante ; r est aussi appelé le "module" de la racine complexe.

On considère le système comme balancé si pour les racines réelles propres u_i on peut écrire : $0 < u_i \leq 1$ et pour les racines complexes $r < 1$.

On va étudier l'évolution dans le temps des variables du modèle global à partir de deux situations différentes :

* la première situation correspond à celle d'une ville où tous les éléments se conjuguent en vue de l'expansion régulière.

* la deuxième situation correspond à celle d'une ville victime de son expansion : une ville saturée.

Le paragraphe B qui débute par un rappel des objectifs et apports théoriques de la simulation va illustrer la première situation; la deuxième situation décrite dans le paragraphe C va expliquer une des évolutions futures possibles de villes ayant atteint un certain degré d'expansion et victimes d'une mauvaise gestion publique.

B. <u>Cas d'une croissance régulière</u>.

L'étude d'un tel type de croissance est illustrée à partir d'une simulation qui a porté sur 20 périodes.

B1. <u>Objectif et apports théoriques de la simulation</u>.

B1a. <u>Objectifs</u>.

"La simulation des modèles a pour but d'établir et de comparer le comportement des variables dans le temps, par rapport à des hypothèses de départ différentielles, tant du point de vue de la structure des relations que du point de vue de la valeur des paramètres." (3)

B1b. <u>Apports théoriques</u>.

Les études entreprises jusqu'à présent ont abouti aux propositions suivantes :

1. la croissance ininterrompue du système économique urbain n'est pas nécessairement garantie.

2. l'attractivité par les services et les activités de base favorise une croissance urbaine régulière.

3. une gestion publique efficace stimule la croissance urbaine.

4. la stabilité de la croissance urbaine peut être favorisée par des "push" extérieurs.

5. une ville qui se développe se vide de résidents en son centr

6. l'application d'un paramètre politique sur la densité démographique permet un blocage et un plafonnement généralisé du produit intérieur de la ville.

7. un système urbain en stagnation peut, à long terme, provoqu un effet "boule de neige" : la diminution de population engendrant une diminution du revenu de la cité et par là même une diminution de l'attractivité de la ville du point de vue des conditions de logement et de travail. Une telle situation aboutit à un déclin continu de la population et de l'emploi.

B2. Calculs de simulation.

B2a. Valeurs retenues pour les paramètres.

Les paramètres ont été choisis à la fois à partir de renseignemen empiriques et aussi de façon intuitive.
Après différents essais, on a retenu le jeu de paramètres suivant
Dans chaque cas, la variable expliquée précède les paramètres qui affectent les variables explicatives.

rNAT	$a_1^{**} = 0{,}05$ (rNAT)
POPNAT	$a_2^{**} = 0{,}01$ (POPNAT)
1	$a_3^{**} = 0{,}06$ (1)
POPREG	$a_1^{*} = 0{,}01$ (POPREG) ; $b_1^{*} = 0{,}01$ (MREG)
MREG	$a_2^{*} = 1$ (MREG) ; $b_2^{*} = 1$ (rREG et rNAT)
rREG	$a_3^{*} = 1$ ($agrREG^d$) ; $b_3^{*} = 1$ ($indREG^d$) ; $c_3^{*} = 1$ ($servREG^d$)
$agrREG^d$	$a_4^{*} = 0{,}05$ (rREG) ; $b_4^{*} = 0{,}15$ (rNAT)
$agrREG^o$	$a_5^{*} = 1$ ($agrREG^d$ et $agrREG^o$)
$indREG^d$	$a_6^{*} = 0{,}05$ (rREG) ; $b_6^{*} = 0{,}15$ (rNAT)
$indREG^o$	$a_7^{*} = 1$ ($indREG^d$ et $indREG^o$)
EMPLINDREG	$a_8^{*} = 1$ ($indREG^o$) ; $b_8^{*} = 0$ WREG
$servREG^d$	$a_{10}^{*} = 0{,}1$ (rREG) ; $b_{10}^{*} = 0{,}4$ (rNAT)
$servREG^o$	$a_{11}^{*} = 1$ ($servREG^d$ et $servREG^o$)
POPU	$a_1 = 0{,}005$ (POPU) ; $b_1 = 0{,}01$ (MU)
MU	$a_2 = 0{,}2$ (V_1^u) ; $b_2 = 1$ (MU)
$ENSGU^d$	$a_3 = 0{,}4$ (POPU) ; $b_3 = 0{,}4$ (POPREG) ; $c_3 = 0{,}2$ (POPNAT)
$ENSGU^o$	$a_4 = 0{,}05$ ($ENSGU^o$)
$SERVU^d$	$a_5 = 0{,}7$ (rU) ; $b_5 = 0{,}3$ (rREG)
$SERVU^o$	$a_6 = 1$ ($SERVU^d$ et $SERVU^o$)
EMPLSERVU	$a_7 = 1$ ($SERVU^o$)
EMPLEXTU	$a_8 = 0{,}01$ (EMPLEXTU) ; $b_8 = 0{,}02$ (1)
DEPCOMU	$a_{10} = 0{,}001$ (DEPCOMU) ; $b_{10} = 0{,}4$ (V_1^u) ; $c_{10} = 0{,}6$ (V_2^u)
rU	$m = 0{,}25$ (rREG)
V_1^u	$a_{12} = 0{,}4$ (rU et rREG) ; $b_{12} = 0{,}3$ ($SERVU^o$ et servREG ; $c_{12} = 0{,}3$ ($ENSGU^o$ et POPNAT)

V_2^u $a_{13} = 0{,}4$ (SERVU^o et servREG^o); $b_{13} = 0{,}2$ (EMPLSERVU) ;

$c_{13} = 0{,}3$ (DEPCOMU) ; $d_{13} = 0{,}1$ (EMPLEXTU)

Comme le modèle global a été construit pour simuler des variables en indices, on a choisi uniformément la valeur 100 pour les variables initiales ; la simulation a porté sur 20 périodes.

B2b. Présentation des résultats.

Les tableaux GR 3 et 4 présentent les résultats obtenus pour les principales variables.

t	rNAT	1	POPNAT	rREG	agrREG^{d}	indREG^{d}	servREG^{d}	MREG	POPREG	agrREG^{o}	indREG^{o}	servREG^{o}
	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	-	-	-
	105,0	106,0	101,0	104,4	101,0	101,0	102,4	99,3	102,0	100,0	100,0	100,0
	110,3	112,4	102,0	109,0	102,0	102,0	105,0	98,7	104,0	101,0	101,0	102,4
	115,8	119,1	103,0	113,8	102;9	102,9	107,7	98,0	106,0	102,0	102,0	105,0
	121,6	126,2	104,1	118,9	104,0	104,0	110,5	97,3	108,0	102,9	102,9	107,7
	127,6	133,8	105,1	124,2	105,2	105,2	113,4	97,0	110,0	104,0	104,0	110,5
	134,0	141,8	106,2	129,7	106,3	106,3	116,5	95,7	112,1	105,2	105,2	113,4
	140,7	150,3	107,2	135,6	107,6	107,6	119,8	94,9	114,2	106,3	106,3	116,5
	147,7	159,3	108,3	141,7	108,9	108,9	123,1	94,0	116,2	107,6	107,6	119,8
	155,1	168,9	109,4	148,2	110,2	110,2	126,8	93,1	118,3	108,9	108,9	123,1
0	162,8	179,0	110,5	155,0	111,7	111,7	130,5	92,1	120,4	110,2	110,2	126,8
1	171,0	189,8	111,6	162,1	113,2	113,2	134,5	91,1	122,5	111,7	111,7	130,5
2	179,5	201,2	112,7	169,6	114,8	114,8	138,6	90,1	124,7	113?2	113,2	134,5
3	188,5	213,2	113,8	177,4	116,4	116,4	143,0	89,0	126,8	114,8	114,8	138,7
4	197,9	226,0	114,9	185,6	118,2	118,2	147,6	87,8	128,9	116,4	116,4	143,0
5	207,8	239,6	116,1	194,3	119,9	119,9	152,4	86,6	131,0	118,2	118,2	147,6
6	218,2	253,9	117,2	203,4	121,9	121,9	157,4	85,3	133,2	119,9	119,9	152,[illegible]
7	229,1	269,2	118,4	212,9	123,9	123,9	162,7	84,0	135,4	121,9	121,9	157,4
8	240,5	285,3	119,6	222,9	126,0	126,0	168,3	82,6	137,5	123,9	123,9	162,7
9	252,6	302,4	120,8	233,4	128,2	128,2	174,1	81,1	139,7	126,0	126,0	168,3
0	265,2	3[illegible]0,6	122,0	244,5	130,6	130,6	180,3	79,6	141,9	128,2	128,2	174,1

Résultats pour les variables * nationales

* régionales

GR 3.

t	$ENSGU^o$	rU	$SERVU^d$	$SERVU^o$ EMPLSERVU	EMPLEXTU	DEPCOMU	V_1^u	MU	POPU	$ENSGU^d$	V_2^u
0	100,0	100,0	100,0	-	100,0	100,0	95,0	100,0	100,0	100,0	100,0
1	105,0	105,5	105,1	100,0	101,1	105,1	96,6	100,3	101,5	101,6	103,9
2	110,3	111,2	[illegible]	105,1	102,3	108,2	99,6	100,9	103,0	103,2	106,9
3	115,8	117,2	116,2	110,5	103,4	111,2	104,0	101,8	104,5	104,8	110,9
4	121,5	123,5	122,1	116,2	104,6	115,5	109,8	102,9	106,1	106,4	116,6
5	127,6	130,2	128,3	122,1	105,8	121,4	117,2	104,4	107,7	108,1	124,1
6	134,0	137,1	134,9	128,3	107,0	128,9	126,2	106,2	109,2	109,7	133,5
7	140,7	144,4	141,8	134,9	108,2	138,3	136,9	108,4	110,9	111,4	144,8
8	147,8	152,1	148,9	141,7	109,5	149,5	149,4	110,9	112,5	113,1	158,1
9	155,1	160,2	156,5	148,9	110,7	162,6	163,8	113,7	114,2	114,9	173,7
10	162,8	168,7	164,5	156,5	112,0	177,9	180,3	117,0	115,9	116,6	191,5
11	171,0	177,6	172,8	164,5	113,4	195,3	198,7	120,1	117,7	118,4	211,8
12	179,5	186,9	181,6	172,8	114,7	215,0	219,3	124,8	119,5	120,2	234,5
13	188,5	196,7	190,8	181,6	116,1	237,1	242,3	129,4	121,4	121,9	260,0
14	197,9	207,0	200,5	190,8	117,5	261,7	267,6	134,5	123,6	123,8	288,2
15	207,8	217,8	210,6	200,5	119,0	289,1	295,5	140,0	125,4	125,7	319,3
16	218,2	229,2	221,3	210,6	120,4	319,2	326,1	146,1	127,4	127,6	353,5
17	229,1	241,1	232,5	221,3	121,9	352,2	359,4	152,8	129,6	129,6	390,9
18	240,5	253,6	244,2	232,5	123,5	388,4	395,6	160,0	131,8	131,6	431,7
19	252,6	266,7	256,6	244,2	125,0	427,7	434,9	167,9	134,2	133,6	476,1
20	265,2	280,5	269,5	256,6	126,6	470,5	477,5	176,4	136,6	135,7	524,2

Résultats pour les variables urbaines. GR 4.

B3. Commentaire des calculs.

1. toutes les variables ont une croissance régulière; aucun cycle ne renverse la tendance à la hausse des variables principales.

   cfr : GR 5, GR 6, GR 7.

2. la valeur des indices d'attractivité - concepts abstraits - varie selon l'utilisateur du modèle. Les résultats obtenus par simulation attribuent à V_1^u et V_2^u des valeurs élevées. Cfr : GR 4.

   Ceci peut s'expliquer par la différence - du moins si on peut la quantifier - existant entre la perception de V_1^u et V_2^u par les agents économiques et leur réaction devant les indices.

   On peut comparer les indices d'attractivité à une publicité en faveur d'un produit. Parmi l'ensemble C des consommateurs, une proportion j perçoit la publicité. Des j C consommateurs ayant perçu cette publicité, une proportion j* va modifier ses habitudes d'achats. Ainsi, la réaction issue du marché potentiel C s'exprime sous la forme j*j.C. L'importance de j*j C dépend :

   * des conditions d'"éducation" du consommateur pour la valeur du rapport j.
   * du degré de fidélité à une marque et de la présence de concurrents sur le marché pour j*.

Dans l'optique du modèle,

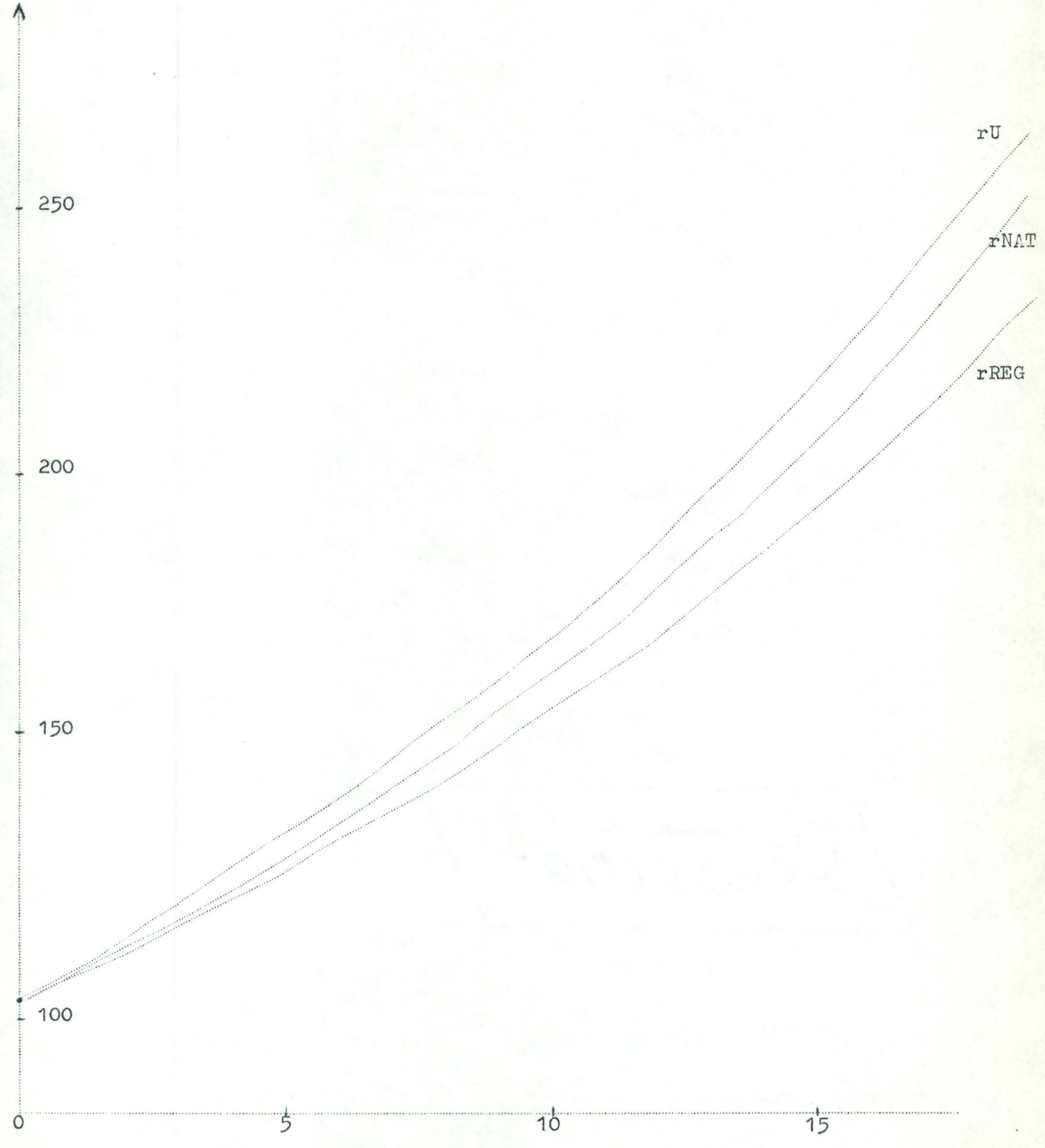
* C correspond à l'ensemble des agents économiques liés de près ou de loin au système urbain.
* j dépend du souci d'information de C.
* j* varie en sens inverse avec le nombre de villes concurrentes.

  Le degré de fidélité dans la fréquentation d'une ville bien précise détermine également l'intensité de j*.

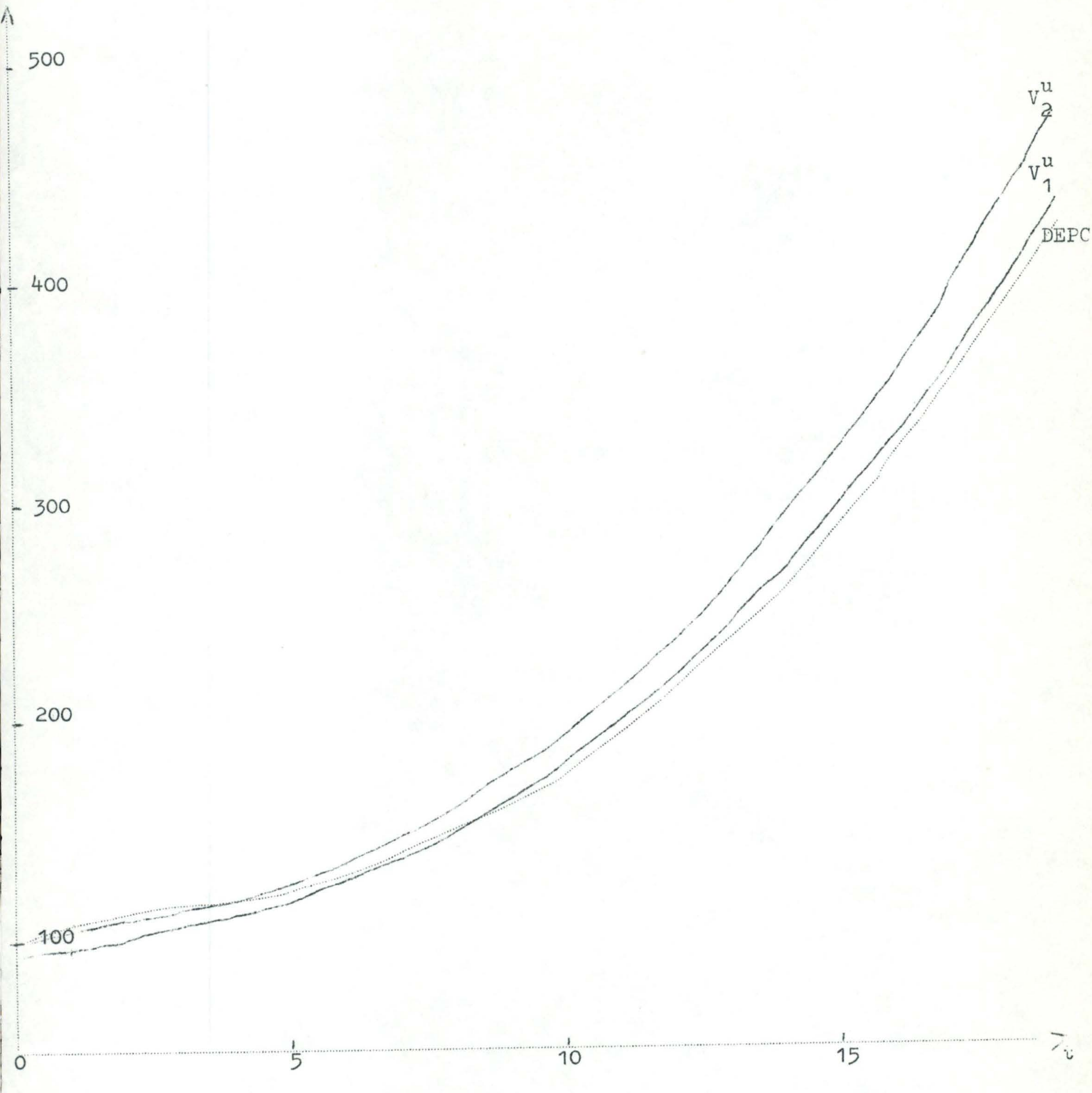
En valeurs indicées on a : $POPU_{t_i} < V^u_{1_{t_i}}$ avec $i > 3$

$SERVU^d_{t_j} < V^u_{2_{t_j}}$ avec $j > 6$

* l'évolution de V_1^u et V_2^u est illustrée dans GR 5.
* l'évolution de $SERVU^d$ est illustrée dans GR 6.



GR 5. Evolution de rU
rNAT
rREG

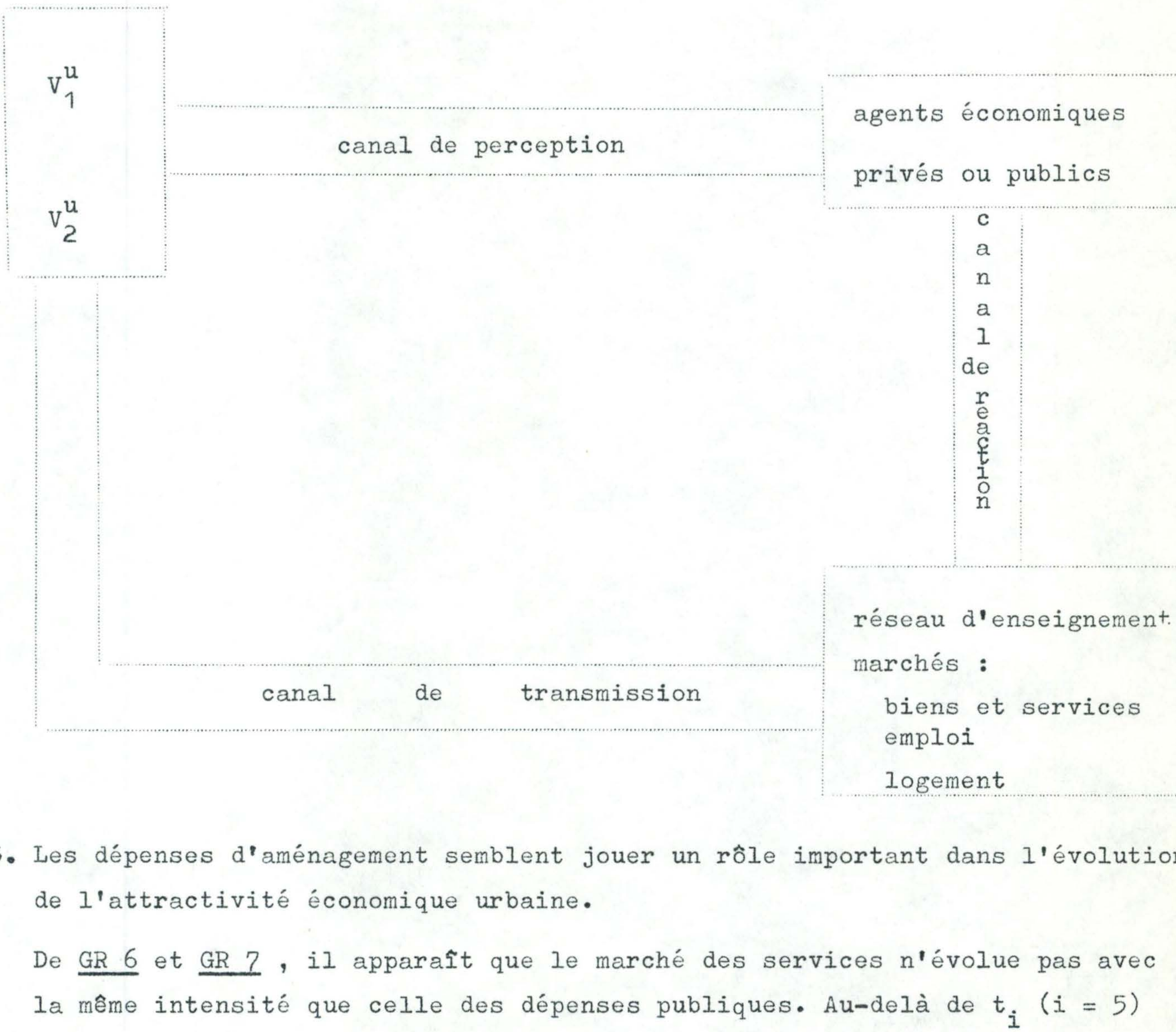


GR 6 Evolution de V_1^u

V_2^u

DEPCOMU

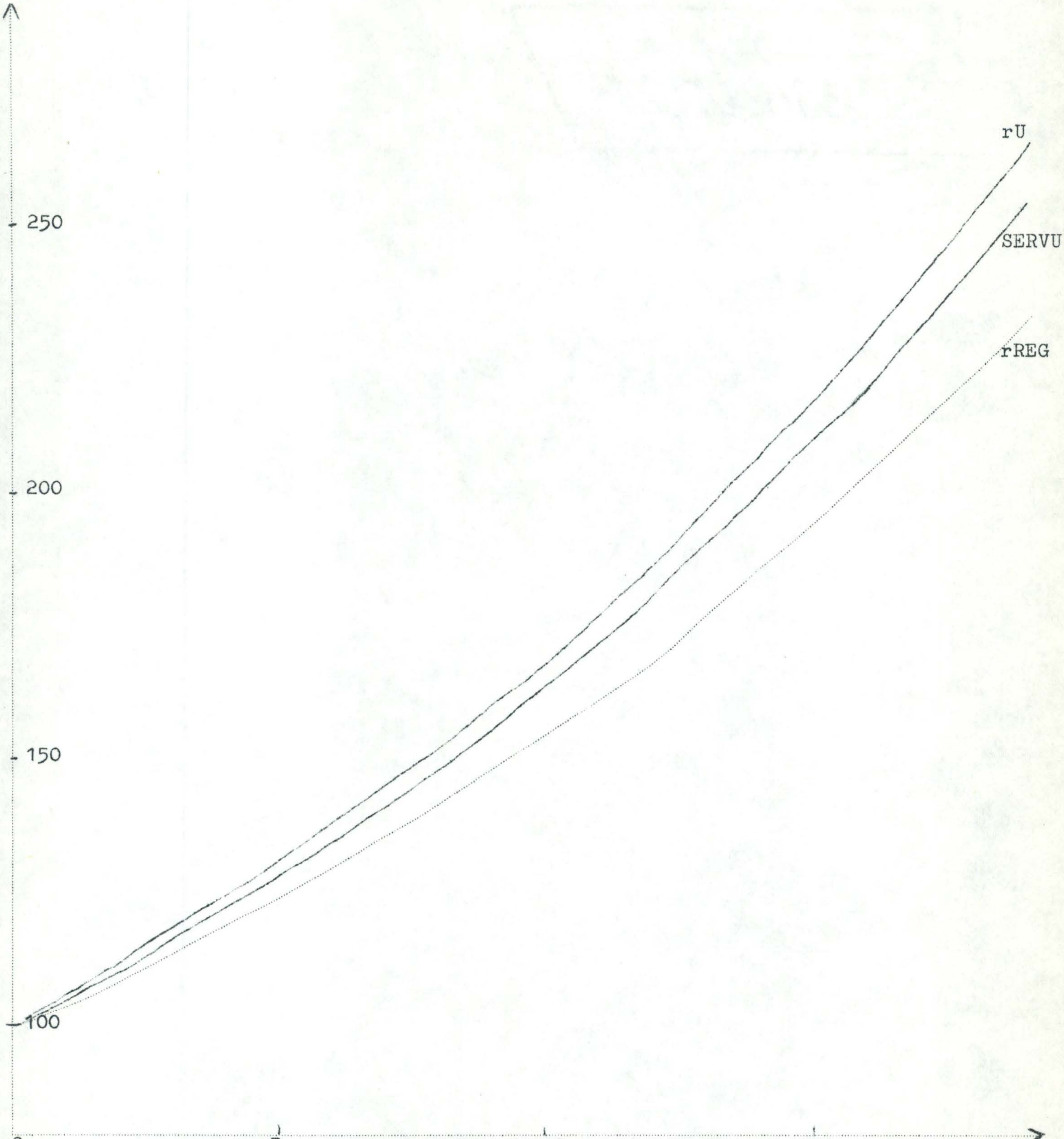
La théorie des relations entre indices d'attractivité et agents économiques peut se résumer de la façon suivante :



3. Les dépenses d'aménagement semblent jouer un rôle important dans l'évolution de l'attractivité économique urbaine.

De <u>GR 6</u> et <u>GR 7</u> , il apparaît que le marché des services n'évolue pas avec la même intensité que celle des dépenses publiques. Au-delà de t_i (i = 5)

on a : $$0 < \frac{D.SERVU^d}{D.DEPCOMU} < 1$$



GR 7. Evolution de rU, $SERVU^d$, rREG.

C. Cas d'une équation cyclique.

C1. Conditions quant à la valeur des paramètres et des racines.

Dans le paragraphe B, les variables évoluent uniformément dans le temps. Dans ce paragraphe, on va constater qu'à un certain stade d'expansion urbaine et sous une nouvelle politique de gestion publique - et donc à des valeurs nouvelles des paramètres - des mouvements oscillatoires risquent de se produire.

Si on se place sur un plan théorique et qu'on se rapelle les valeurs des racines propres trouvées dans le paragraphe A, on remarque que le modèle global risque de n'être balancé que partiellement lorsqu'il donne des racines complexes avec $r < 1$, en effet, les paramètres a_1^{**}(rNAT) a_2^{**}(POPNAT); a_3^{**}(1) ; a_1^{*}(POPREG) ; a_9^{*} (WREG) ; a_1 (POPU) ; a_4 (ENSGU^o) a_8(EMPLEXTU) ; a_9(RECCOMU) qui sont normalement positifs rendent les u_i correspondants supérieurs à 1.

Pour le jeu arbitraire de paramètres :

$a_6 = 1$; $a_7 = 0$.

$a_{10} = 0$; $b_{10} = 0$; $c_{10} = -1$.

$c_{13} = 1$; $a_{13} = 1$

$c_5 = -0,25$.

On obtient pour l'équation E :

$u_{23} = 0$

$u_{24} = 1$

$u_{25} = 1$

$u_{26} = 0,5 + 0,4i \qquad r = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{(0,5)^2 + (0,4)^2} < 1$

$u_{27} = 0,5 - 0,4i$

On le remarque, le mouvement sinusoïdal convergent engendré nécessite plusieurs hypothèses quant à la valeur des paramètres et donc quant à la situation de la ville et de sa région.

$a_6 = 1$: ce choix se justifie pleinement dans la mesure où l'entrepreneur adapte exactement l'évolution de son offre à l'écart entre la demande et l'offre à l'époque précédente.

$a_7 = 0$: une telle hypothèse suppose un niveau constant d'emploi dans les services et donc une mécanisation progressive des tâches au détriment du travail humain.

$a_{10} = 0$; $b_{10} = 0$: les dépenses communales ne sont supposées expliquées que par l'évolution de l'indice d'attractivité économique.

$c_{10} = -1$: on présume du comportement des responsables urbains; ceux-ci considèrent surtout les finances publiques comme un stimulant de l'attractivité économique lorsque celle-ci est en déclin.

$a_{13} = c_{13} = 1$: ce choix dépend totalement de l'appréciation de l'utilisateur du modèle.

$c_5 = -0,25$: à partir d'un seuil trop élevé d'attractivité économique, la présence de déséconomies dues à une gestion publique inadéquate décourage le consommateur. (encombrement des rues, des trottoirs; aires de stationnement insuffisantes...)

Comme on le voit, on a choisi un cas extrême différent de la réalité quotidienne; cependant, on peut dire que ces hypothèses très rigides mettent davantage en évidence les nombreux problèmes auxquels doivent faire face les responsables urbains :

* possibilité d'un ou plusieurs points de retournement de l'expansion économique urbaine.

* mécanisation croissante des tâches.

* politique économique à adapter à l'attractivité de la ville

* répartition efficace des dépenses publiques.

On remarquera que le système ne sera balancé totalement que si on introduit des hypothèses supplémentaires exagérément restrictives quant à la valeur des paramètres :

a_1^{**} ; a_2^{**} ; a_1^* ; a_3^{**} ; a_1 ; a_4; a_8 ; a_9 et a_9^* doivent être compris entre 0 et -1.

a_2^* et b_2 doivent être compris entre 0 et 1.

a_5^* ; a_7^* ; a_{11}^* doivent être inférieurs à 1.

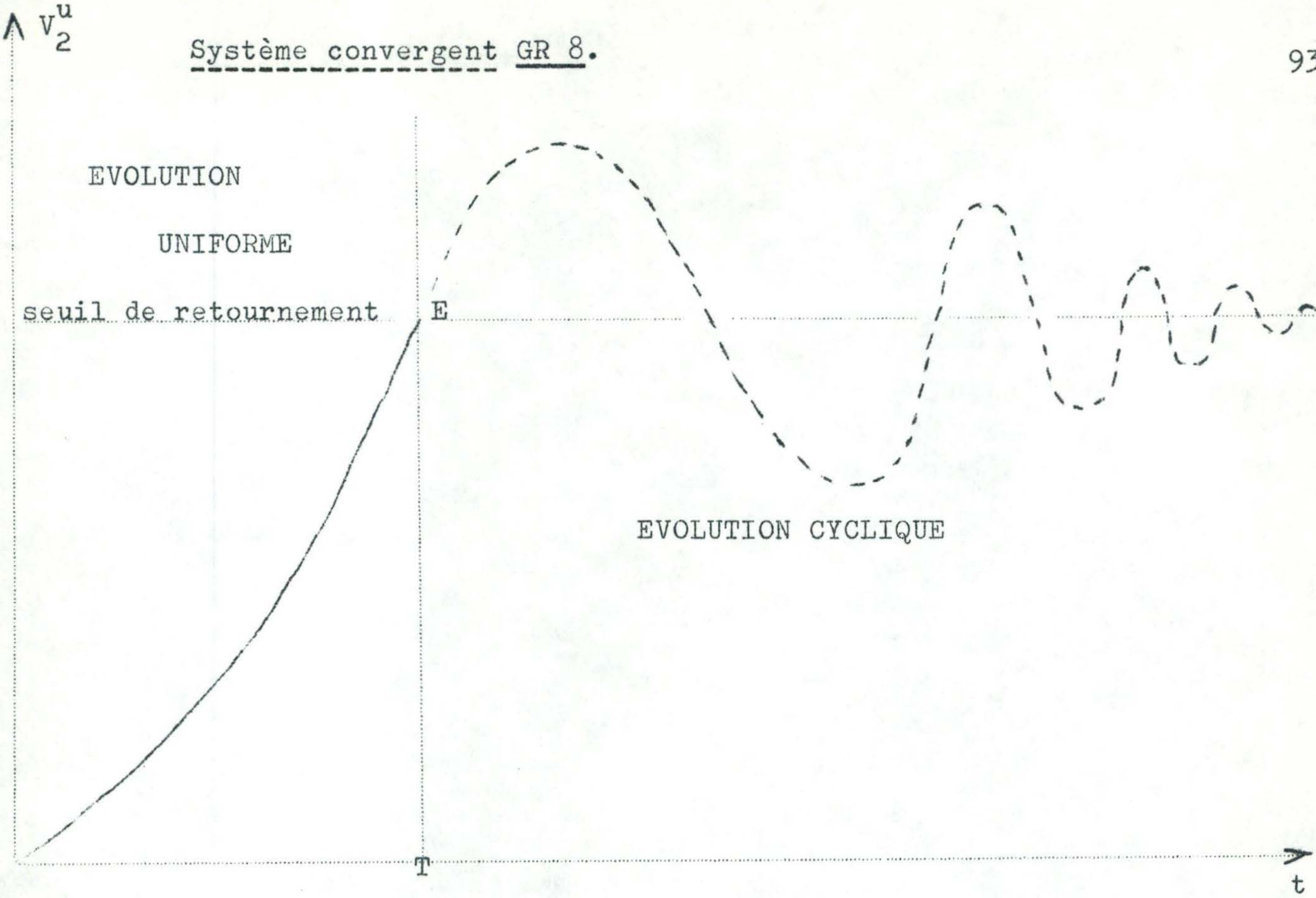
Si on reprend les valeurs des paramètres a_6 ; a_7 ; a_{10} ; b_{10} ; c_{10} ; a_{13} et c_{13} déjà exposées plus haut et si on pose $c_5 = -1,25$; le système engendre deux racines propres complexes qui le rendent explosif.

$$\begin{array}{l} u_{26} = 0,5 + i \\ u_{27} = 0,5 - i \end{array} \qquad \text{avec} \quad r > 1$$

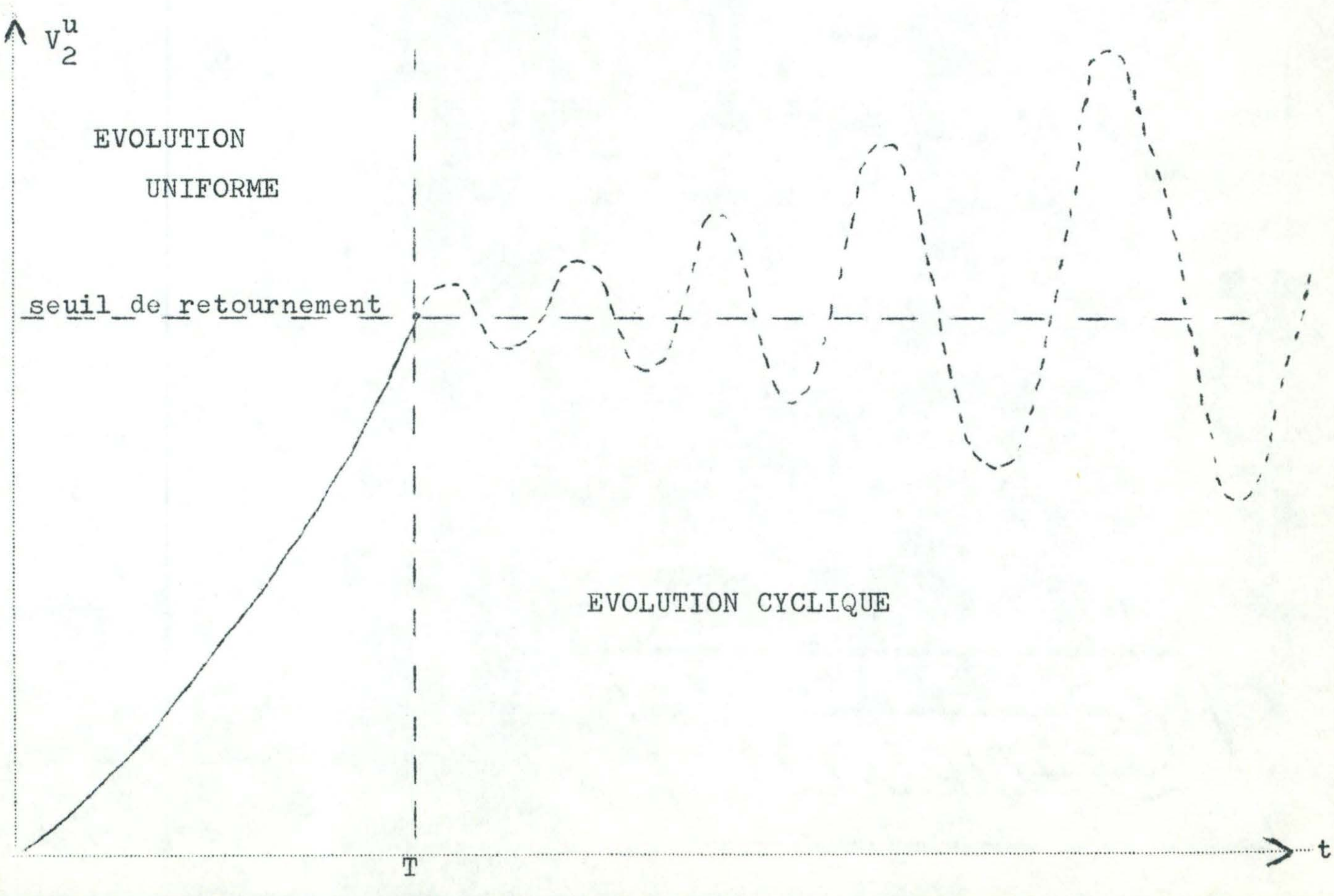
Dans ce "cas d'école" où $c_5 = - 1,25$; la réaction trop brutale des consommateurs va entraîner la ville dans des situations d'expansion et de récession de l'attractivité économique devenant de plus en plus prononcées.

C2. <u>Représentation graphique des systèmes convergent et explosif.</u>

Système convergent GR 8.



Système explosif GR 9 :



Note :

Dans les deux cas, V_2^u continue momentanément à croître après le point de retournement à l'époque T. Une telle évolution s'explique par le fait que les consommateurs ne réagissent pas tous en même temps : la demande continue à croître mais à un rythme de plus en plus faible. Cette réaction se répercute ensuite sur V_2^u.

En fait, * dans la période d'évolution uniforme on a :

$$\frac{d\,V_2^u}{d\,t} > 0 \qquad \text{et} \qquad \frac{d^2 V_2^u}{d^2 t} > 0$$

* dans la période qui suit immédiatement T on a :

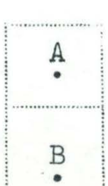
$$\frac{d\,V_2^u}{d\,t} > 0 \qquad \text{et} \qquad \frac{d^2 V_2^u}{d^2 t} < 0$$

où d = symbole de la dérivée.

C3. Interprétation des cycles.

L'interprétation des cycles - qu'ils soient convergents, explosifs ou d'amplitude constante - doit avoir pour référence non seulement une ville et sa région mais aussi d'autres villes. En effet, lorsqu'un niveau de l'attractivité économique de la ville étudiée entraîne des déséconomies, la demande qui s'exerçait au sein de cette ville va se déplacer vers d'autres pôles urbains. On le voit donc, un tel raisonnement tend à lier l'attractivité d'une ville au niveau d'attractivité d'autres villes.

On va expliciter cette thèse en considérant le cas d'un "monde" à deux villes ayant chacune leur ceinture régionale.

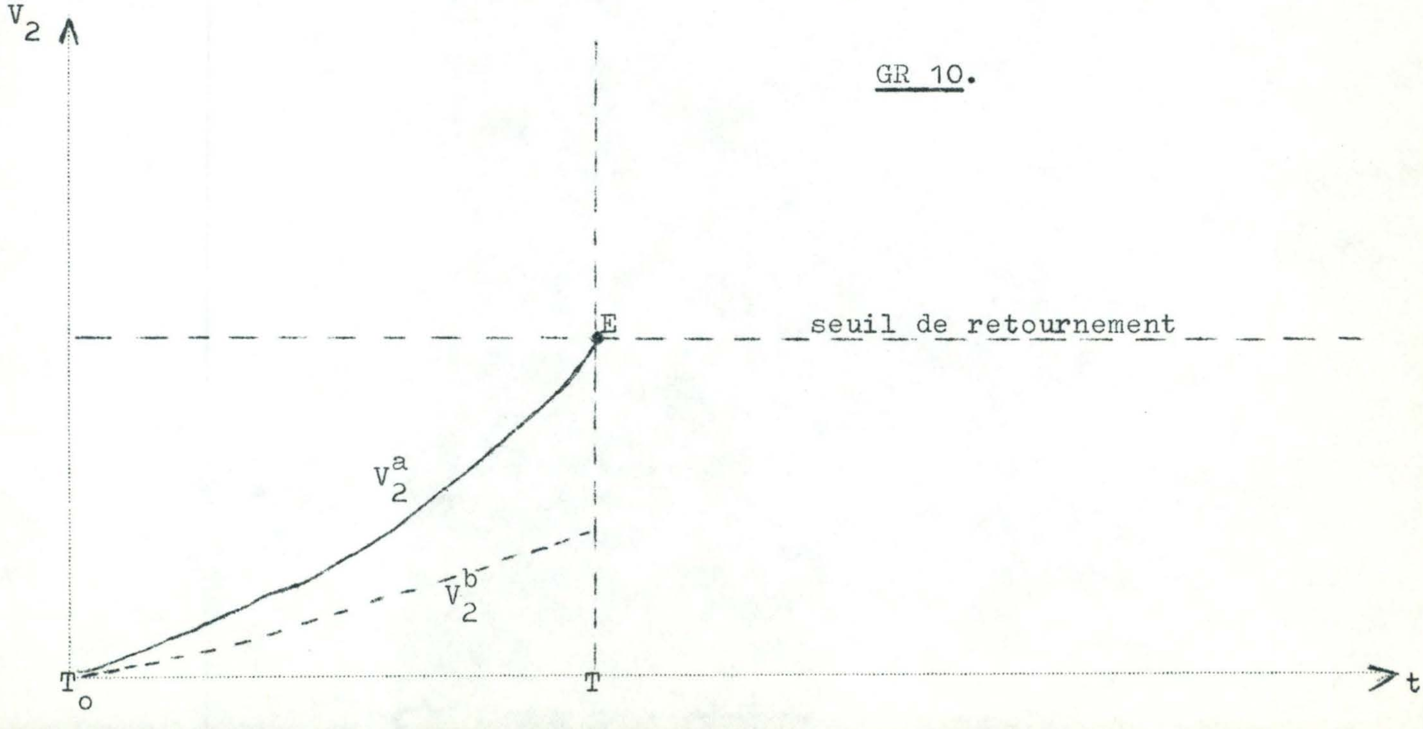


Supposons deux villes A et B situées chacune au centre de leur zone d'influence.

Pour chacune de ces villes, on peut représenter l'évolution de V_2 de l'époque T_o à T. Jusqu'en T, on suppose que V_2^a et V_2^b croissent uniformément. V_2^a qui croît plus rapidement que V_2^b atteint un seuil de retournement en T. Précisons que ce seuil de retournement est déterminé à partir du volume de dépenses publiques réalisées.

A cet effet, on suppose que les responsables de la ville A limitent les dépenses publiques tant que V_2^a croît. Si on considère le paramètre c_{10} qui - dans l'équation de formation des dépenses publiques - affecte l'indice d'attractivité économique, on constate que le modèle urbain répond à l'hypothèse faite ci-dessus pour des valeurs négatives de c_{10}. Une telle politique de limitation des dépenses publiques conduit inévitablement à une situation où le volume de DEPCOMA ne correspond plus à l'importance de V_2^a : V_2^a va passer par un seuil de retournement.

D'autre part, les responsables de la ville B sont considérés comme de bons gestionnaires : ils adaptent parfaitement le volume des dépenses publiques à l'évolution de V_2^b. A ce stade de l'analyse, on peut établir le graphique de la première phase de l'évolution de V_2.



GR 10.

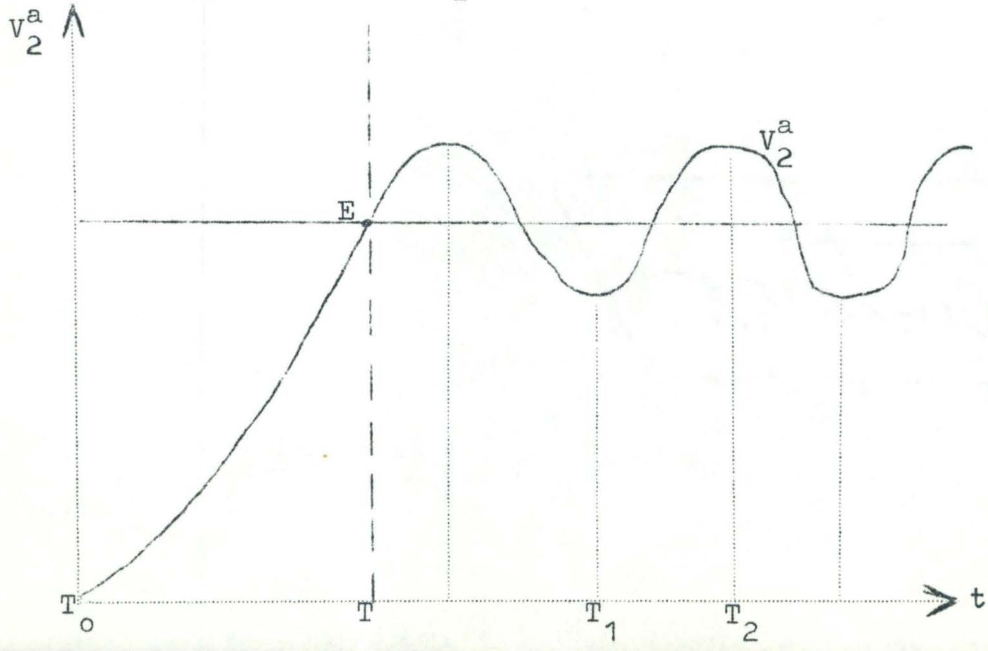
En T, on a $(V_2^a)_T > (V_2^b)_T$; cette situation étant donnée à priori.

La description de l'évolution de V_2^a au-delà du point E ne provient pas uniquement d'un raisonnement purement intuitif. En effet, les racines propres obtenues à partir des équations du modèle urbain permettent également de rechercher l'évolution de V_2^a pour des modifications dans le comportement de la demande. On peut ainsi remarquer que le raisonnement qualitatif et l'approche systématique exigée par le modèle sont les deux faces d'une même réalité - à savoir la ville. A partir du point E, on peut au moins envisager trois possibilités d'évolution pour V_2^a . Dans les trois cas, on considère que les responsables de A en mauvais gestionnaires ne réalisent que les dépenses nécessaires pour combler la dépréciation du capital lors de la diminution de V_2^a. A l'époque T, la ville dispose d'un capital K_t en infrastructure, personnel... cependant K_t se déprécie mais les responsables urbains n'interviennent que lors d'une baisse de V_2^a et dans le but de ramener constamment le capital urbain à son niveau K_t.

Cas 1.

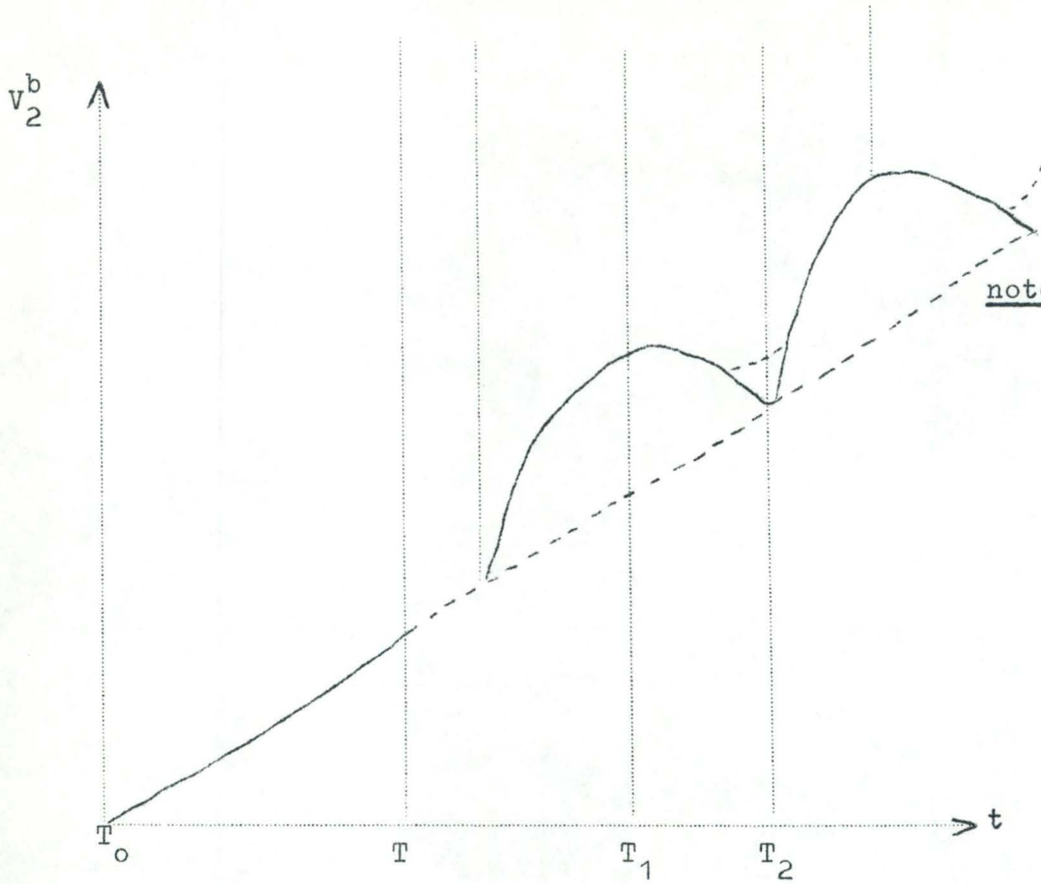
A partir de E, la réaction de la demande va donner à V_2^a une évolution cyclique d'amplitude sinusoïdale constante.

C'est le cas où $u_i = a \pm bi$ avec $\sqrt{a^2 + b^2} = 1$.



Au-delà de T, va avoir lieu un déplacement de la demande entre les deux villes A et B. Un tel déplacement va engendrer une évolution cyclique de V_2^b.

On suppose que les responsables de B adaptent parfaitement la gestion publique à l'évolution de V_2^b.



note : l'évolution cyclique de V_2^b n'a pas nécessairement la même amplitude que celle de V_2^a ; tout dépend du degré de sensibilité de V_2^b aux variations de la demande.

GR 11.

Comment expliquer le retour de la demande vers A entre T_1 et T_2 ?

* le déplacement de la demande de A vers B engendre un coût.

* l'achat en A engendre des déséconomies.

On le voit, la demande est donc confrontée à des problèmes de coûts imposés par la distance et de déséconomies.

S'il est possible de trouver pour les déséconomies Ds et les coûts CT une commune mesure, on peut écrire la relation suivante pour un consommateur de la ceinture régionale de A.

$Ds^a + CT^{fa} > CT^{fb} \Longrightarrow$ le consommateur va s'adresser à B

avec A et B : deux villes.

CT^{fa} : coûts de transport entre le lieu de résidence F du c consommateur et A.

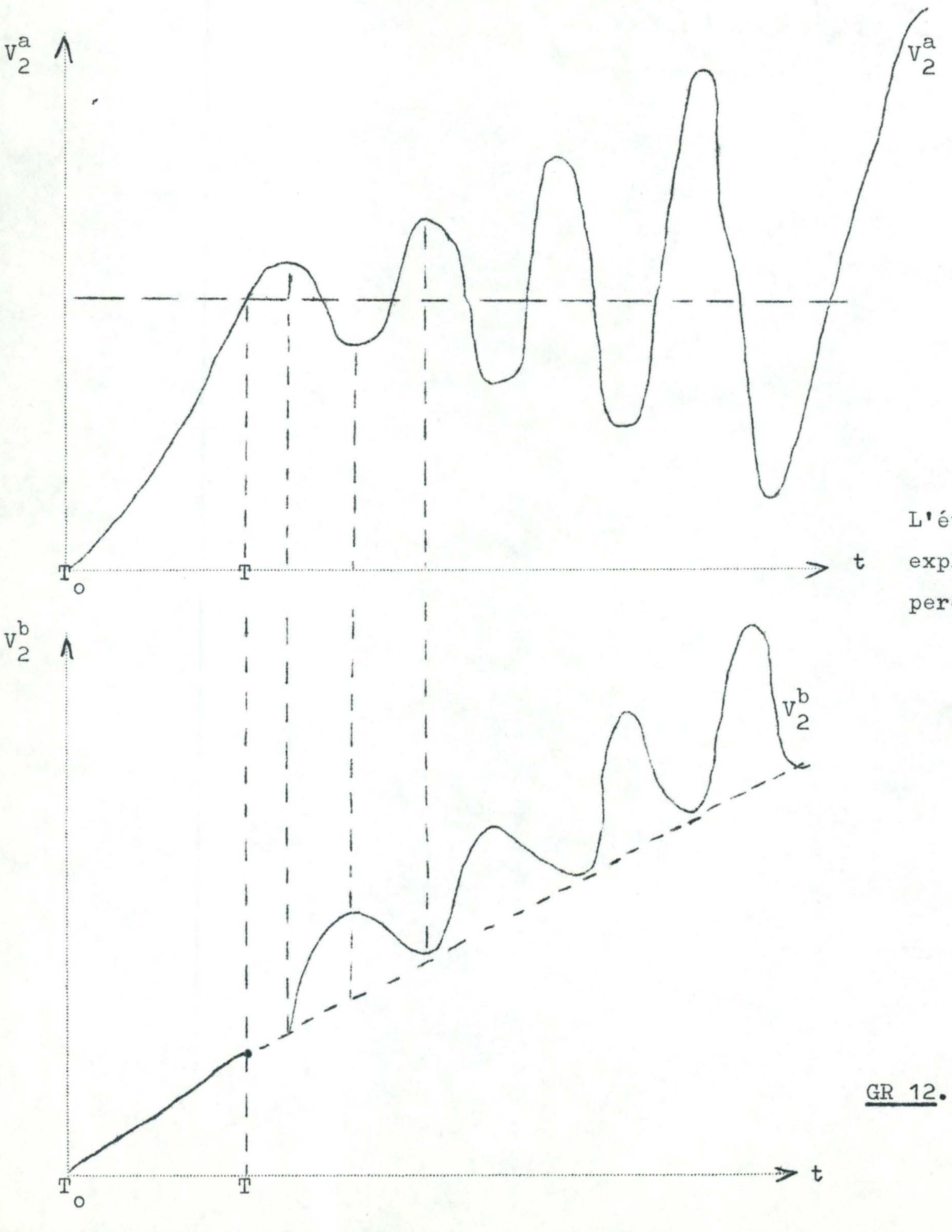
Ds^a : déséconomies pour le consommateur lorsqu'il se rend en A.

CT^{fb} : coûts de transport entre F et B.

Si $Ds^a + CT^{fa} < CT^{fb}$, la demande va s'exercer en A.

<u>Cas 2</u>.

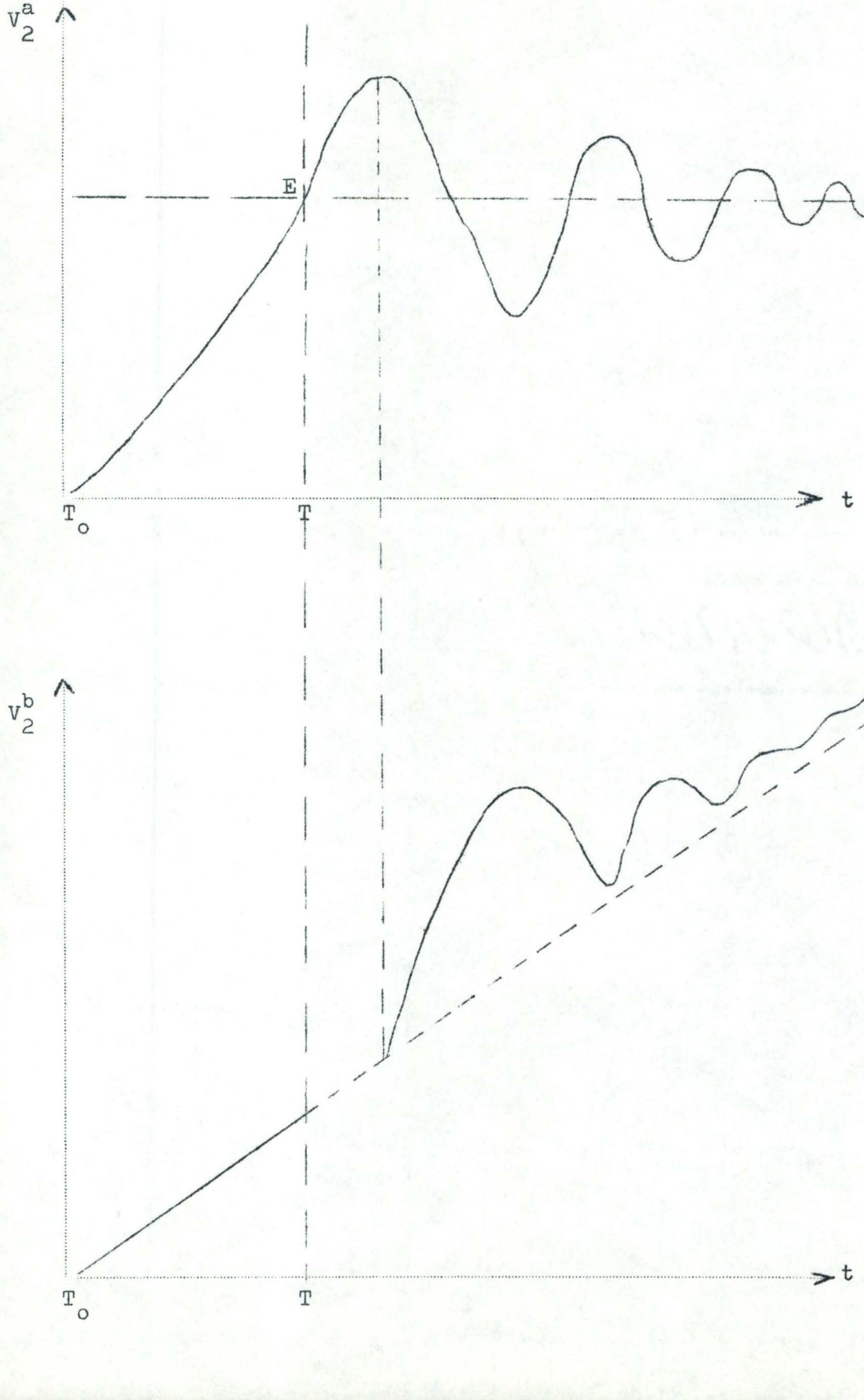
A partir de E, la réaction de la demande va donner à V_2^a une évolution sinusoïdale explosive.



L'évolution cyclique explosive de V_2^a se ré percute sur V_2^b .

<u>GR 12</u>.

<u>Cas 3</u>. A partir de E, la réaction de la demande va donner à V_2^a une évolution sinusoïdale convergente.



<u>GR 13</u>.

REMARQUE : dans les trois cas, les creux cycliques de V_2^b ne doivent pas nécessairement rejoindre le sentier d'expansion uniforme. Il est très possible qu'une partie de la demande qui devait normalement s'adresser à A se dirige vers B et y reste.

C4. CONCLUSIONS.

C4.1 S'il est vrai qu'à un certain niveau d'attractivité économique, une gestion publique inadaptée peut engendrer des déséconomies, alors, la demande urbaine se déplacera vers d'autres villes concurrentes.

C4.2 Si C4.1 est vérifié, les cycles interurbains seront complémentaires dans le cas d'un "monde" à deux villes et pas nécessairement identiques.

Corollaire : Si les autorités publiques d'une ville relâchent leurs efforts financiers lorsque V_2 croît ou lorsque V_2 a atteint un certain niveau; alors, ce relâchement profitera à d'autres villes.

On remarquera que les différents graphiques présentés ci-dessus exposent des cas extrêmes ; ceci, dans un but de recherche purement théorique permettant de mieux dégager les conséquences économiques.

Dans le monde concret où n $(n>2)$ villes sont en concurrence, le phénomène étudié est plus complexe. A chaque époque il faut étudier les nV_2, n $SERVU^d$, nDEPCOMU et estimer l'ampleur de chacun des déplacements interurbains.

Que penser de ces conclusions? D'abord, on dira qu'on ne les considère pas comme des découvertes. En effet, il n'aurait servi à rien de réaliser tout ce travail pour "découvrir" des propositions déjà connues à partir de raisonnements faits en dehors du modèle. En fait, ce ne sont pas les conclusions formulées par le modèle qui nous paraissent essentielles mais bien la correspondance entre les conclusions issues du modèle et celles qui sont proposées par le raisonnement.

On peut donc dire que l'effort de modélisation qui a été entrepris dans ce travail n'est pas vain; il vérifie pour certaines valeurs des paramètres les conclusions communément admises et rend ainsi compte de manière systématique des réalités énoncées.

D. Problèmes d'estimation.

Dans le modèle urbain, E12 et E13 sont les équations de définition des indices d'attractivité démographique et économique. On le perçoit clairement, la construction d'indices d'attractivité est une affaire de définitions. Chacun peut prendre une définition différente mais plausible et s'il peut défendre son choix, on ne peut lui donner tort. Un indice d'attractivité n'est pas observable dans le concret ; E12 et E13 ne peuvent donc être estimés à partir de données statistiques. Pour les mêmes raisons, les équations E2, E5, E10 peuvent être discutées mais non testées. On peut imaginer la possibilité de contourner ces difficultés par la réalisation d'une enquête parmi les populations de la ville et de la ceinture régionale; cette enquête viserait surtout à quantifier les définitions E12 et E13 et de ce fait les équations E2, E5 et E10 du modèle urbain. Cependant, cette démarche ne sera considérée comme valable que si l'enquête est répétée dans le temps. Aussi, on pense que le modèle ne pourra être estimé valablement que dans quelques années.

On notera par ailleurs le danger d'une interprétation biaisée de V_1^u et V_2^u lorsque les estimations ne portent que sur une ville isolée. Il importe surtout d'être intéressé par l'évolution en net des indices d'attractivité d'une ville. évolution en net de V^u = évolution de V^u comparée à l'évolution de V^i.

$i = i^{\text{ème}}$ ville concurrente.

$i = 1 \ldots j$ dans le cas où j villes concurrentes.

On le voit, dans le cas de j + 1 villes directement en concurrence, il faudra comparer j évolutions de V^i à l'évolution de V^{j+1}.

La comparaison sera d'autant plus complexe que les j + 1 villes sont placées dans les contextes structurels différents.

****

CONCLUSIONS GENERALES.

1. Le modèle global a permis de lier l'évolution de la ville à celle de sa région. Ainsi, on a posé le problème de la croissance simultanée du pôle et de la région polarisée.

2. On a constitué et testé le comportement évolutif du modèle en montrant les possibilités de croissance régulière, continue et cyclique.

3. On soulignera la nécessité d'aboutir dans un avenir rapproché à l'élaboration d'un modèle interurbain ; les indices d'attractivité V_1^u et V_2^u présentés pour une ville isolée n'auront donc signification complète que si on les confronte à ceux d'autres villes.

4. L'analyse de l'évolution cyclique du modèle a mis en évidence la possibilité de cycles interurbains momentanés ou permanents. Une telle étude théorique approfondie devrait permettre de déterminer les conditions d'arrivée de tels cycles et leur durée.

5. Le modèle présente des variables endogènes agrégées afin de permettre dans un délai assez bref son estimation et ainsi rendre possible le passage de la simulation théorique à une simulation réelle voire à une prévision.

6. Le modèle global n'a pas seulement une finalité théorique; il peut s'appliquer à de nombreuses villes concrètes moyennant quelques transformations marginales. C'est pourquoi on peut dire qu'il synthétise les mécanismes de vie de villes telles que NAMUR, ARLON, CHARLEROI (si pour cette ville et sa région on insiste davantage sur l'importance du secteur industriel.)

****

BIBLIOGRAPHIE.

(1) J.BLOKLAND, A.J.HENDRIKS and J.H.P PAELINCK :

" Elements for the construction of a simple model for a stagnating town."

Netherlands Economic Institute (division of regional economie research)
paper presented for the Urban Economics Conference -6, 9 july 71.
the Harvthorns, the university of Keele.

(2) J.W. FORRESTER : " Urban Dynamics"
Cambridge, London, MIT press (1969)

(3) C.JAUMOTTE et J.H.P. PAELINCK : " Un modèle de simulation dynamique pour une région urbaine".
Recherches Economiques de Louvain, N° 5, décembre 1969.

(4) J.H.P. PAELINCK : " Some Dynamic Urban Growth Models "
R.S.A European meeting. Copenhagen 26 - 29 August 69.

" Modèles de développement urbain".
L'actualité économique, Institut d'économie appliquée. Montréal N° 2 juillet-septembre 69, pp 207-217.

(5) J.PAELINCK , FLEISHER , NEKRASOV : " Regional and Urban Economics"
North-Holland 1971, 1972.

(6) J.REMY : " La ville : phénomène économique "

La Vie Ouvrière, 1966.

(7) UNIVERSITY OF GLASGOW : " Urban Studies "
Longman Group 1964 - 1971.

****

PLAN GENERAL.