

THESIS / THÈSE

MASTER EN SCIENCES MATHÉMATIQUES À FINALITÉ SPÉCIALISÉE EN PERSPECTIVES PROFESSIONNELLES DES MATHÉMATIQUES APPLIQUÉES

Contrôle du trafic routier

GEORGES, Maureen

Award date:
2023

Awarding institution:
Universite de Namur

[Link to publication](#)

General rights

Copyright and moral rights for the publications made accessible in the public portal are retained by the authors and/or other copyright owners and it is a condition of accessing publications that users recognise and abide by the legal requirements associated with these rights.

- Users may download and print one copy of any publication from the public portal for the purpose of private study or research.
- You may not further distribute the material or use it for any profit-making activity or commercial gain
- You may freely distribute the URL identifying the publication in the public portal ?

Take down policy

If you believe that this document breaches copyright please contact us providing details, and we will remove access to the work immediately and investigate your claim.



**UNIVERSITÉ
DE NAMUR**

UNIVERSITÉ DE NAMUR

Faculté des Sciences

Contrôle du trafic routier

Mémoire présenté pour l'obtention du grade académique
de master en sciences mathématiques, à finalité spécialisée en Project Engineering

Maureen GEORGES

Promoteur : Alexandre MAUROY

Juin 2023

Remerciements

Pour commencer, j'aimerais remercier tous les professeurs et assistants de l'université de Namur qui m'ont tant appris durant ces 5 dernières années. Plus particulièrement, je remercie mon promoteur, Alexandre Mauroy, sans qui je n'aurais jamais pu réaliser ce mémoire.

Ensuite, je voudrais remercier ma famille pour leurs encouragements et leur soutien. Je tiens surtout à dire un tout grand merci à mes parents pour leur présence et pour m'avoir supporté lorsque je stressais.

Puis, je souhaiterais remercier mes amis grâce auxquels mes années d'étude resteront inoubliables. Un merci supplémentaire à ma famille du kot et à mes trois piliers de l'université de Namur.

Enfin, je remercie toutes les personnes qui, d'une manière ou d'une autre, m'ont permis d'en arriver là où j'en suis.

Merci encore à vous tous.

Résumé

De nos jours, réussir à contrôler le trafic routier est un véritable enjeu. En effet, au vu du nombre de véhicules sur les routes, les embouteillages sont devenus monnaie courante. Il existe néanmoins des stratégies de contrôle de trafic routier qui ont déjà eu des résultats satisfaisants, comme la stratégie TUC qui est une stratégie de contrôle adaptée à la circulation urbaine (*Traffic-responsive Urban Control* en anglais). Dans ce mémoire, nous présentons une méthode permettant de contrôler le trafic routier basée sur le contrôle prédictif, aussi appelé MPC (*Model Predictive Control* en anglais). Le choix de cette méthode repose sur le fait que MPC prend directement en compte les contraintes du système contrairement à TUC. De plus, nous utilisons la décomposition en modes dynamiques, aussi appelée DMD (*Dynamic Mode Decomposition* en anglais), avec MPC pour identifier un système, ce qui nous permet de contrôler un réseau routier en nous basant uniquement sur des données issues de ce réseau. Les résultats obtenus démontrent, de manière préliminaire, que MPC est une meilleure stratégie de contrôle du trafic routier en comparaison à TUC et que DMD avec MPC identifie correctement un système représentant un réseau routier.

Mots-clés : TUC (*Traffic-responsive Urban Control*), MPC (*Model Predictive Control*), DMD (*Dynamic Mode Decomposition*).

Abstract

Nowadays, control traffic management is a real challenge. In view of the number of vehicles on the roads, congestion has become commonplace. However, there are road traffic control strategies that have already had satisfactory results, such as the Traffic-responsive Urban Control (TUC) strategy. In this Master thesis, we present a method to control road traffic based on Model Predictive Control (MPC). The choice of this method is based on the fact that MPC directly takes into account the constraints of the system, unlike TUC. In addition, we use Dynamic Mode Decomposition (DMD) with MPC to identify a system, which allows us to control a road network based only on data. Preliminary results show that MPC is a better traffic control strategy than TUC and that DMD with MPC correctly identifies the road network system.

Keywords : TUC (*Traffic-responsive Urban Control*), MPC (*Model Predictive Control*), DMD (*Dynamic Mode Decomposition*).

Table des matières

Introduction	3
I Méthodes	5
1 Stratégies de contrôle du trafic routier	7
1.1 Boucle de contrôle	7
1.2 Propriété de base	8
1.3 Notions de base	10
1.4 TUC	13
1.4.1 Méthodes basées sur les modes différés	13
1.4.2 Stratégie TUC	16
2 Nouvelles stratégies de contrôle du trafic routier	23
2.1 MPC	23
2.2 DMD	26
2.2.1 DMD classique	26
2.2.2 DMD avec contrôle	27
II Résultats	31
3 TUC	33
3.1 Modèles	33
3.2 Analyse des résultats	38
3.2.1 Modèle à deux carrefours	38
3.2.2 Modèle à quatre carrefours	49
4 MPC	55
4.1 Analyse des résultats	55
4.2 Comparaison TUC et MPC	65
4.3 DMD avec MPC	72
Conclusion	74
Références	81
A TUC	83
A.1 Graphiques de la 2 ^{ème} simulation du modèle à deux carrefours	83
A.2 Demandes des simulations du modèle à quatre carrefours	85

B MPC	87
B.1 Demandes des simulations du modèle à quatre carrefours	87

Introduction

De nos jours, il est important de contrôler le trafic routier pour le rendre plus fluide. De fait, les embouteillages faisant à présent partis de notre quotidien, il semble primordial de gérer au mieux la circulation pour les éviter autant que possible. Il est à noter qu'il existe deux types de modèles permettant de représenter un réseau routier selon la source [3]. Le premier type est celui des modèles microscopiques qui étudie un réseau routier comme étant un ensemble d'éléments individuels qui représentent notamment les véhicules du réseau. Le second type est celui des modèles macroscopiques qui offre une représentation agrégée du trafic, c'est-à-dire qu'il étudie un réseau routier comme s'il s'agissait d'un flux. Nous tenons à préciser que dans ce mémoire, nous utilisons des modèles macroscopiques.

À l'heure actuelle, de nombreuses stratégies de contrôle du trafic routier existent. D'ailleurs, certaines ont déjà eu des résultats satisfaisants dans des conditions de trafic réelles, comme la stratégie TUC qui est une stratégie de contrôle adaptée à la circulation urbaine (*Traffic-responsive Urban Control* en anglais). Cette stratégie utilise une loi de contrôle LQ (Linéaire Quadratique) pour minimiser un critère quadratique bien défini. Cependant, les contraintes ne sont pas directement prises en compte lors de la minimisation de ce critère dans la stratégie TUC. Nous développons donc une manière de respecter ces contraintes.

Dans ce mémoire, nous présentons une autre approche pour contrôler le trafic routier. Cette méthode se distingue de la stratégie TUC de par son utilisation du contrôle prédictif, aussi appelé MPC (*Model Predictive Control* en anglais). En effet, la méthode MPC prenant directement en compte les contraintes lorsqu'elle minimise le critère quadratique, nous espérons que ses résultats seront meilleurs que ceux de la stratégie TUC. Pour vérifier cela, nous comparerons les deux stratégies avec des modèles différents de réseau routier, et ce dans différentes conditions de circulation. Notons que pour pouvoir effectuer cette comparaison, nous implémentons la méthode MPC avec la modélisation provenant de la stratégie TUC.

Dans ce travail, nous présentons également une méthode permettant d'identifier et contrôler un système représentant un réseau routier en ayant uniquement accès à certaines données issues de ce réseau. Cette méthode est basée sur la décomposition en modes dynamiques, aussi appelée DMD (*Dynamic Mode Decomposition* en anglais), et est combinée avec MPC. Pour vérifier si cette méthode fonctionne, nous comparerons ce qui se passe si nous générons des résultats avec le système issu de la stratégie TUC ou avec le système obtenu avec la méthode DMD avec MPC. Nous tenons à préciser que la principale contribution de ce mémoire est l'implémentation et la validation de cette méthode.

Ce mémoire se divise en deux parties composées chacune de deux chapitres. La première partie présente les méthodes dont nous avons besoin pour générer les résultats obtenus dans la deuxième. Dans le premier chapitre, nous posons les bases des stratégies de contrôle du trafic

routier et nous présentons plus particulièrement la stratégie TUC. Le second chapitre présente le contrôle prédictif (MPC) et la décomposition en modes dynamiques (DMD). Néanmoins, ces méthodes n'ayant pas encore été employées dans le cadre d'un réseau routier contrairement à la stratégie TUC, nous les présentons de manière théorique et sans lien apparent avec le contrôle du trafic routier. Dans le troisième chapitre, nous analysons les résultats que nous avons obtenus en utilisant la stratégie TUC. Nous en profitons également pour présenter les modèles utilisés dans ce mémoire. Dans le dernier chapitre, nous commençons par analyser les résultats obtenus avec la méthode MPC. Nous comparons ensuite la stratégie TUC et la méthode MPC. Nous terminons ce chapitre par une vérification du fonctionnement de la méthode DMD avec MPC pour identifier et contrôler un système représentant un réseau routier.

Première partie

Méthodes

Chapitre 1

Stratégies de contrôle du trafic routier

Dans ce chapitre basé sur les sources [16] et [7], nous poserons les bases des stratégies de contrôle du trafic routier et nous présenterons plus particulièrement la stratégie TUC. Nous commencerons en exposant ce qu'est une boucle de contrôle. Ensuite, nous verrons une propriété de base des stratégies de contrôle de la circulation routière. Puis, nous présenterons certaines notions basiques des stratégies de contrôle du trafic routier. Enfin, nous nous pencherons sur le cas de la stratégie TUC en ayant préalablement expliqué les méthodes basées sur les modes différés dont cette stratégie fait partie.

1.1 Boucle de contrôle

D'après la source [16], lorsque nous appliquons une stratégie de contrôle, nous créons ce que nous appelons une boucle de contrôle sur le système que nous souhaitons contrôler. Les éléments de base d'une boucle de contrôle dans le cas où nous souhaitons contrôler un réseau routier sont illustrés par la Figure 1.1.

Pour commencer, il y a les entrées de contrôle qui vont agir sur le réseau routier via des appareils de contrôle auxquels elles sont directement reliées. Ces entrées doivent être admissibles, c'est-à-dire qu'elles doivent respecter les contraintes auxquelles elles sont soumises. Ces contraintes peuvent notamment être d'ordre physique ou technique. En ce qui concerne les appareils de contrôle, ce sont eux qui vont appliquer les entrées de contrôle sur le réseau. Il peut, entre autres, s'agir de feux de circulation ou de panneaux à messages variables.

Ensuite, il se trouve que le réseau peut être influencé par d'autres éléments extérieurs que les entrées de contrôle. Ces éléments sont appelés perturbations et contrairement aux entrées de contrôle, nous ne pouvons pas manipuler leurs valeurs. En d'autres termes, nous ne sommes pas capables d'appliquer un contrôle sur ces perturbations. Néanmoins, celles-ci peuvent tout de même être mesurées (demande), détectées (accident) ou prédites sur un certain laps de temps.

À ce stade, il est important de remarquer qu'il existe donc deux groupes de facteurs extérieurs au réseau routier qui influencent celui-ci : les entrées de contrôle et les perturbations. Plus précisément, ces facteurs ont un effet sur le comportement du flux de véhicules du réseau.

Quant à la sortie (ou performance) du réseau, celle-ci peut être mesurée au moyen du temps total passé par l'ensemble des véhicules dans le réseau durant une période fixée de temps. Cependant, elle pourrait être mesurée par un autre indicateur comme la vitesse moyenne des véhicules du réseau, du moment que cet indicateur est jugé comme étant approprié. Des capteurs adaptés

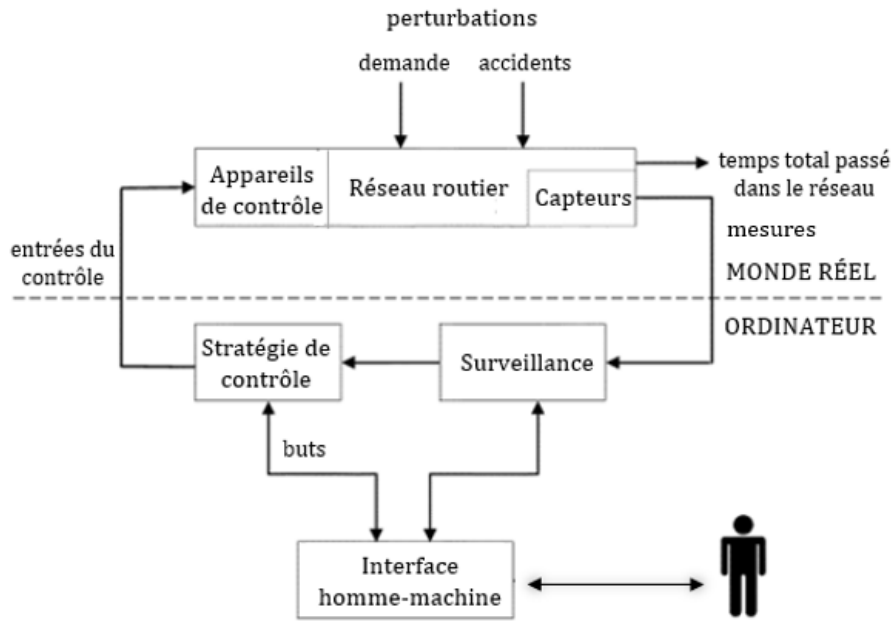


FIGURE 1.1 – Boucle de contrôle (traduite de la source [16]).

vont également fournir des informations sur le réseau. Ces informations seront ensuite améliorées et étendues lors de la tâche de surveillance de manière à convenir aux besoins de la stratégie de contrôle et de l'interface homme-machine.

Enfin, nous avons la partie la plus importante de la boucle de contrôle qui est la stratégie de contrôle. En effet, c'est elle qui va définir les entrées du contrôle en temps réel. Pour cela, elle va se baser sur les différentes mesures, estimations et prédictions disponibles. De plus, elle devra faire en sorte que les entrées du contrôle visent à atteindre les objectifs pré-établis et ce peu importe l'influence des différentes perturbations. Un but courant dans les stratégies de contrôle de réseau routier est notamment de minimiser le temps total passé dans le réseau. De plus, la tâche de la stratégie de contrôle peut être effectuée soit par un humain soit par un algorithme. Dans le premier cas, nous parlerons d'un système de contrôle manuel tandis que dans le second cas, nous parlerons d'un système de contrôle automatique. Il se trouve que l'efficacité du système global de contrôle est déterminée en grande partie par la pertinence et l'efficacité de la stratégie de contrôle. Par conséquent, il est nécessaire de concevoir les stratégies de contrôle avec soin et dans la mesure du possible, via l'application de méthodes efficaces et systématiques d'optimisation et de contrôle automatique.

1.2 Propriété de base

Selon la source [16], une propriété de base des stratégies de contrôle du trafic routier repose sur le fait que plus vite les véhicules seront en mesure de sortir du réseau, moins ils passeront de temps dans le réseau. Cette propriété est exprimée dans la Propriété 1.2.1.

Propriété 1.2.1. Minimiser le temps total passé dans un réseau routier équivaut à maximiser la somme des flux de sortie de ce réseau.

Dans la suite, nous utiliserons une représentation en temps discret des variables de trafic avec comme indice de temps $k = 0, 1, 2, \dots$ et comme intervalle de temps T . Avant de prouver la

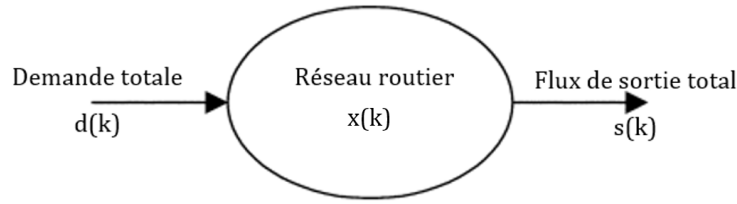


FIGURE 1.2 – Réseau routier (adaptée de la source [16]).

propriété en tant que telle, nous allons définir certaines notions.

Définition 1.2.1 (Flux de trafic). Un flux de trafic est défini comme le nombre de véhicules traversant un emplacement donné pendant la période de temps $[kT, (k+1)T]$, divisé par T . Il est noté $q(k)$ et il est exprimé en véh/h.

Définition 1.2.2 (Densité de trafic). La densité de trafic correspond au nombre de véhicules inclus dans un segment de route de longueur Δ au temps kT , divisé par Δ . Sa notation est $\rho(k)$ et elle est mesurée en véh/km.

Définition 1.2.3 (Vitesse moyenne). La vitesse moyenne est définie comme étant la somme des vitesses de tous les véhicules inclus dans un segment de route donné au moment kT divisé par le nombre de véhicules de ce segment au moment kT . Elle est notée $v(k)$ et son unité de mesure est le km/h.

Notons que pour calculer un flux de trafic, il suffit de multiplier la densité du trafic et la vitesse moyenne. En effet, $\forall k \in \mathbb{N}$,

$$q(k) = \rho(k)v(k).$$

Nous pouvons à présent passer à la Preuve 1.2.1 qui est la preuve de la Propriété 1.2.1. Nous tenons à préciser que cette preuve est basée sur celle présentée dans la source [16].

Preuve 1.2.1 (Propriété 1.2.1). Pour commencer, nous considérons un réseau routier. Ce réseau est représenté sur la Figure 1.2. À l'indice de temps k , celui-ci reçoit des demandes $d_i(k)$ à ses entrées $i = 1, 2, \dots$ et il possède, à ses sorties $j = 1, 2, \dots$, des flux de sortie $s_j(k)$. Les demandes ainsi que les flux de sortie sont exprimés en véh/h. Nous définissons alors la demande totale et le flux de sortie total à l'instant k de la même manière comme étant respectivement

$$d(k) = d_1(k) + d_2(k) + \dots \text{ et } s(k) = s_1(k) + s_2(k) + \dots .$$

Ensuite, nous supposons que nous n'avons aucune influence sur les demandes totales $d(k)$, où $k = 0, \dots, K$. Celles-ci sont donc indépendantes de toutes mesures de contrôle prises dans le réseau. Notre but est de minimiser le temps total passé dans le réseau T_s pendant un laps de temps K en lui appliquant des mesures de contrôle. Nous savons que

$$T_s = T \sum_{k=0}^K x(k), \quad (1.1)$$

où $x(k)$ est le nombre total de véhicules dans le réseau au temps k . Il est évident que les véhicules présents dans le réseau au temps $k-1$ se trouveront toujours dans le réseau au temps k , avec les

véhicules venant de la demande en plus et les véhicules du flux de sortie en moins. Par conséquent, nous avons que

$$x(k) = x(k-1) + T[d(k) - s(k)].$$

D'où,

$$x(k) = x(0) + T \sum_{n=0}^{k-1} [d(n) - s(n)]. \quad (1.2)$$

En remplaçant l'équation 1.2 dans l'équation 1.1, nous obtenons que

$$T_s = T \sum_{k=0}^K \left[x(0) + T \sum_{n=0}^{k-1} d(n) - T \sum_{n=0}^{k-1} s(n) \right]. \quad (1.3)$$

Nous ne pouvons pas influencer les deux premiers termes de la somme extérieure de l'équation 1.3. En effet, il est évident que le nombre de véhicules de départ dans le réseau $x(0)$ ne peut pas être influencé et par hypothèse, les demandes $d(n)$ sont indépendantes des mesures de contrôle prises dans le réseau. Par contre, nous sommes en mesure d'agir sur les flux de sortie du réseau via les appareils de contrôle. Par conséquent, minimiser le temps total passé dans le réseau T_s est équivalent à maximiser la somme des flux de sortie

$$S = T^2 \sum_{k=0}^K \sum_{n=0}^{k-1} s(n) = T^2 \sum_{k=0}^{K-1} (K-k)s(k).$$

Ainsi, la minimisation du temps total passé dans un réseau de trafic routier équivaut bien à la maximisation de la somme de ses flux de sortie pondérée par un facteur $(K-k)$.

■

1.3 Notions de base

À présent, nous allons voir quelques notions de base des stratégies de contrôle du trafic routier dans les villes qui sont présentées dans la source [16].

Tout d'abord, il faut savoir que les principaux appareils de contrôle utilisés dans les villes sont les feux de circulation placés aux carrefours. En effet, même si à l'origine, les feux de signalisation ont été installés pour permettre aux véhicules et aux piétons de se déplacer en toute sécurité, il a rapidement été mis en évidence que ceux-ci peuvent également permettre d'effectuer des actions sur le réseau. Par conséquent, il est évident qu'il existe une stratégie de contrôle optimale permettant de minimiser le temps total passé par tous les véhicules dans le réseau. De nos jours, nous savons qu'il est relativement simple de modéliser le problème de contrôle optimal pour n'importe quel réseau routier. Cependant, trouver la solution à ce problème en temps réel, et ce dans une boucle de contrôle semblable à celle de la Figure 1.1, est plus compliqué. De fait, il y a des nombreux obstacles qui rendent difficile la résolution en temps réel de ce problème.

- Premièrement, il faut savoir que le problème d'optimisation est combinatoire. Cela est dû au fait que les changements de couleur des feux rendent nécessaire l'utilisation de variables discrètes.
- De plus, pour un réseau entier, la taille du problème est très grande.
- Ensuite, la circulation peut être modifiée par de nombreuses perturbations imprévisibles et difficilement mesurables. Quelques exemples de ce genre de perturbations sont les accidents, les stationnements illégaux et les passages pour piétons.
- Puis, il y a le fait que les conditions de circulation sont principalement mesurées localement. En outre, ces mesures sont affectées par ce qu'on appelle un bruit de mesure ¹.
- Pour finir, en temps réel, il existe des contraintes de temps de réaction. Par exemple, pour les systèmes de contrôle avancés, la prise de décision doit se faire en 2 s.

À cause de l'ensemble de ces complications, il est impossible de trouver la solution d'un problème de contrôle optimal pour plus d'un carrefour. Ainsi, pour contrôler un réseau routier, il est nécessaire d'introduire des simplifications de différents types ou de ne considérer qu'une partie des problèmes de contrôle liés à la circulation. Cependant, le désavantage d'une grande partie de ces simplifications est qu'elles rendent les stratégies de contrôle moins efficaces pour gérer les phénomènes de saturation du trafic.

Ensuite, il est nécessaire de connaître le vocabulaire lié aux stratégies de contrôle du trafic routier via les feux de signalisation aux carrefours.

Définition 1.3.1 (Carrefour). Un ensemble de voies d'accès et une zone de passage sont les éléments qui composent un carrefour.

Définition 1.3.2 (Voie d'accès). Une voie d'accès peut comprendre une ou plusieurs voies. Néanmoins, elle ne peut posséder qu'une seule file d'attente. Le flux de trafic d'une voie d'accès traverse celle-ci.

Définition 1.3.3 (Débit de saturation). Si le flux d'une voie d'accès a la priorité, si la demande ou la file d'attente de cette voie est suffisamment importante et si les voies d'accès qui la suivent ne sont pas bloquées par des files d'attente, alors le débit moyen qui traverse la ligne du stop de cette voie d'accès est appelé débit de saturation.

Définition 1.3.4 (Flux antagonistes et flux compatibles). Deux flux sont dits antagonistes s'il est impossible que ces deux flux traversent le carrefour en même temps de manière sécurisée. Dans le cas contraire, ces deux flux sont dits compatibles.

Définition 1.3.5 (Cycle de signaux). Lorsqu'une série de base de combinaisons de signaux est répétée à un carrefour, cela signifie qu'un cycle de signaux a été créé. La durée de ce cycle est appelée temps de cycle.

Définition 1.3.6 (Phase ou étape). Une phase ou étape est définie comme étant une partie du cycle de signaux durant laquelle un ensemble de flux a la priorité.

Définition 1.3.7 (Temps perdus). Les temps perdus sont des périodes de temps constantes placées entre les phases qui ne durent généralement que quelques secondes. Ils sont nécessaires pour éviter toute interaction entre des flux antagonistes de phases consécutives.

Un exemple de cycle de signaux et de phases se trouve sur la Figure 1.3. De plus, des temps perdus ainsi qu'un temps de cycle sont illustrés sur la Figure 1.4.

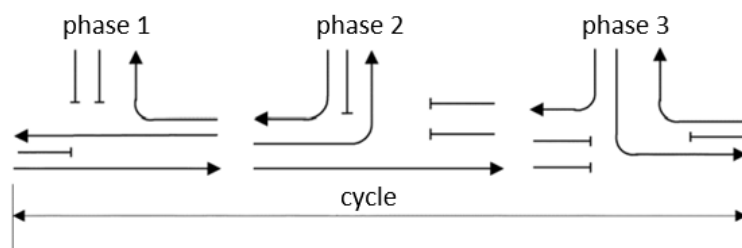


FIGURE 1.3 – Exemple de cycle de signaux et de phases (traduite de la source [16]).

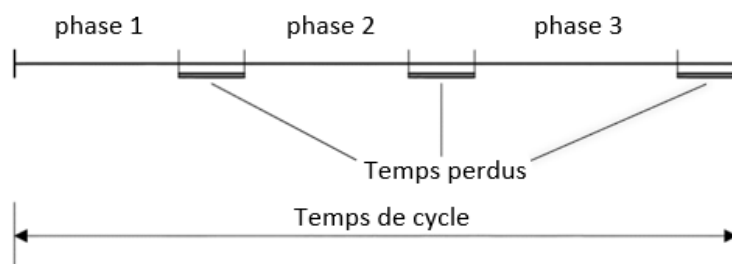


FIGURE 1.4 – Exemple de temps de cycle et de temps perdus (traduite de la source [16]).

Puis, il est important de savoir que nous pouvons influencer les conditions de circulation de quatre manières différentes via des opérations de feux de signalisation.

- Spécification des phases : Lorsque des carrefours sont composés d'un grand nombre de voies d'accès, il est important de spécifier le nombre optimal de phases avec soin et de bien les constituer car cela peut grandement influencer la capacité² et l'efficacité des carrefours.
- Partage : Il se trouve que la durée relative de chaque étape où les feux sont verts doit être optimisée. En effet, cette durée est une partie importante du temps de cycle et son optimisation se fait en fonction de la demande des flux concernés.
- Temps de cycle : Généralement, plus les temps de cycle sont longs, plus la capacité des carrefours augmente. Cela est dû au fait que cette augmentation du temps de cycle mène à une diminution de la proportion des temps perdus constants. Par contre, des temps de cycle plus longs entraînent des temps d'attente plus longs pendant que les feux sont rouges. Par conséquent, il y a une augmentation des retards des véhicules dans les carrefours non saturés.
- Décalage : Le décalage correspond à la différence de phases qu'il y a entre les cycles pour les carrefours successifs. Suivant la manière dont il est défini, il peut arriver qu'un ensemble de feux de signalisation passent au vert de sorte que les véhicules puissent circuler le long d'une artère sans être arrêtés. Cela pourrait être vu comme une onde verte qui se propage dans le réseau laissant passer les véhicules. Dans l'idéal, il est évident que l'existence possible de files d'attente de véhicules devrait être prise en compte lors de la spécification du décalage.

Finalement, il est intéressant de noter qu'il existe trois critères qui permettent de classer les stratégies de contrôle utilisées pour le contrôle de la circulation routière. Le premier critère concerne le moment pendant lequel les stratégies sont calculées. Il permet de faire la différence

1. Selon la source [23], lorsque nous prenons une mesure, l'appareil que nous utilisons pour prendre la mesure va recevoir, pour diverses raisons, le signal de ce qu'on cherche à mesurer mêlé à un ensemble de signaux parasites appelé bruit de mesure.

2. La capacité d'un carrefour correspond au nombre de véhicules capables d'entrer dans ce carrefour.

entre les stratégies dites à temps fixe, qui sont définies dans la Définition 1.3.8, et les stratégies dites adaptées à la circulation (ou adaptées au trafic), qui sont définies dans la Définition 1.3.9.

Définition 1.3.8 (Stratégies à temps fixe). Les stratégies à temps fixe sont calculées pour une période donnée de la journée, comme l'heure de pointe du matin par exemple. Les calculs se font hors ligne avec des codes d'optimisation appropriés. Ces codes se basent sur des données historiques qui sont les demandes constantes et les taux de changement de direction pour chaque flux.

Définition 1.3.9 (Stratégies adaptées à la circulation ou adaptées au trafic). Les stratégies adaptées à la circulation ou adaptées au trafic calculent en temps réel les paramètres appropriés des signaux. Pour cela, elles utilisent des mesures en temps réel.

La deuxième caractéristique est liée à la manière dont les stratégies considèrent les carrefours. Elle nous sert à différencier les stratégies isolées des stratégies coordonnées, qui sont définies dans les Définitions 1.3.10 et 1.3.11 respectivement.

Définition 1.3.10 (Stratégies isolées). Les stratégies isolées ne considèrent qu'un carrefour à la fois.

Définition 1.3.11 (Stratégies coordonnées). Les stratégies coordonnées sont capables de tenir compte d'un ensemble de carrefours, ce qui leur permet d'être appliquées à une partie de réseau, voire à un réseau entier.

Le troisième et dernier critère prend en compte les conditions du trafic du réseau étudié. En effet, d'une part, il y a les stratégies qui ne peuvent être appliquées qu'aux conditions de circulation non saturée. Dans ce cas, les files d'attente des véhicules sont créées uniquement lorsque les feux sont au rouge et sont dissoutes lorsque les feux sont au vert. La majorité des stratégies de contrôle du trafic routier qui existent est de ce type. D'autre part, le reste des stratégies existantes est capable de gérer, en plus des conditions de circulation non saturée, les conditions de circulation saturée où les files d'attente vont généralement jusqu'à bloquer les carrefours précédents.

1.4 TUC

Dans cette section, nous allons présenter la stratégie TUC qui est une stratégie de contrôle adapté à la circulation urbaine (*Traffic-responsive Urban Control* en anglais). Pour cela, nous allons principalement nous baser sur la source [7], mais également sur la source [16]. La stratégie TUC est une méthode reposant sur les modes différés (*store-and-forward* en anglais). C'est pourquoi nous commencerons par parler des méthodes s'appuyant sur les modes différés en général avant de parler spécifiquement de la stratégie TUC. Cette stratégie est une stratégie coordonnée, adaptée au trafic, et développée pour être applicable dans des conditions de circulation non saturée et saturée.

1.4.1 Méthodes basées sur les modes différés

À présent, nous allons présenter les méthodes de contrôle du trafic routier basées sur les modes différés en nous appuyant sur la source [16]. Ces méthodes utilisent les modes différés pour modéliser les réseaux routiers. Si nous utilisons les modèles par modes différés pour le contrôle de la circulation routière, c'est principalement parce que cela nous permet de décrire mathématiquement le processus de circulation sans avoir besoin d'utiliser des variables discrètes, ce qui simplifie le modèle. Cette simplification est importante car elle nous permet d'appliquer des méthodes d'optimisation et de contrôle efficaces avec une complexité polynomiale. Ces méthodes

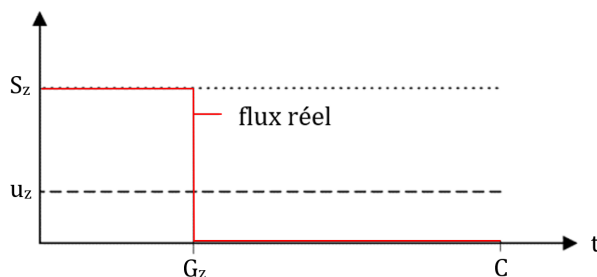


FIGURE 1.5 – Modélisation simplifiée de la sortie u_z de la voie d'accès z (retravaillée de la source [16]).

nous permettent ensuite de contrôler en temps réel et de manière coordonnée de grands réseaux.

C'est au moment où nous modélisons le flux de sortie u_z d'une voie d'accès z que nous introduisons la simplification décisive. En effet, en supposant qu'il y ait une demande suffisante sur la voie d'accès, nous pouvons définir le flux u_z à un moment discret k comme étant

$$u_z(k) = \frac{S_z G_z(k)}{C}, \quad (1.4)$$

où $G_z(k)$ et S_z sont respectivement la durée effective de temps vert et le débit de saturation de la voie z . Ainsi, l'équation 1.4 considère que tant qu'il y a une demande suffisante, la sortie de chaque voie d'accès est continue et est donc ininterrompue. Or, en réalité, aucun véhicule ne sort de la voie d'accès lorsque le feu est rouge et un nombre limité de véhicules peuvent en sortir lorsque le feu est vert. C'est ce qu'on peut observer sur la Figure 1.5. Effectivement, nous pouvons voir que lorsque le temps de contrôle T est égal au temps de cycle C , le flux sortant $u_z(k)$ n'est pas égal au débit de saturation S_z pendant la phase verte, ni égal à zéro pendant la phase rouge, mais il est égal au débit moyen pendant toute la durée du cycle. Considérer le flux sortant $u_z(k)$ de cette manière est donc une hypothèse simplificatrice forte puisque normalement, ce flux dépend de manière non linéaire du nombre de voitures dans la voie. Il se trouve que cette simplification a trois conséquences.

- La première est que lorsque la représentation est en temps discret, le temps d'échantillonnage ne peut pas être plus court que le temps de cycle. Les décisions en temps réel peuvent donc être prises au maximum une fois par cycle.
- Deuxièmement, le modèle ne prend pas en compte le fait que les files d'attente des véhicules dans les voies d'accès sont modifiées à cause des changements vert/rouge des feux de signalisation.
- La troisième conséquence est que le modèle ne peut pas décrire l'effet du décalage pour les carrefours consécutifs.

Malgré cela, lorsque les modèles de modes différés sont utilisés de manière appropriée, les stratégies de contrôle coordonnées qu'ils engendrent peuvent être efficaces pour des grands réseaux. Effectivement, nous obtenons un modèle d'espace d'état linéaire pour divers réseaux routiers notamment en utilisant l'équation 1.4. Par exemple, nous pouvons modéliser des réseaux de taille et ayant des caractéristiques différentes. De nouveau, nous avons cette linéarité car nous ne prenons pas en compte le fait que le flux dans une jonction dépend non linéairement de la densité dans cette jonction. De fait, nous supposons que tous les carrefours sont contrôlés et que ce sont les feux disposés aux carrefours qui déterminent le flux. Le modèle obtenu est de la forme

$$x(k+1) = x(k) + B\Delta g(k) + D\Delta d(k), \quad (1.5)$$

où

- l'état x est le vecteur dont chaque élément représente le nombre de véhicules x_z dans une des voies d'accès z du réseau,
- B et D sont des matrices constantes représentant les caractéristiques du réseau,
- $\Delta g = g(k) - g^N$ et $\Delta d = d(k) - d^N$, avec g et d qui sont respectivement l'entrée de contrôle et le vecteur de perturbation. D'une part, l'entrée de contrôle g reprend les différents temps vert g_i pour chaque étape i dans tous les carrefours du réseau, tandis que le vecteur de perturbation d contient les flux de demande d_i pour chaque étape i dans tous les carrefours du réseau. Dans notre modèle, la demande d peut aussi bien représenter des véhicules qui sortent d'un parking que des véhicules qui viennent d'une rue non contrôlée par des feux de circulation. D'autre part, g^N et d^N comprennent respectivement les temps verts constants nominaux g_i^N et les flux nominaux constants de demande d_i^N pour chaque phase i dans tous les carrefours du réseau. Notons que les valeurs nominales contenues dans g^N et d^N correspondent aux valeurs de demandes et de temps verts menant à un état stationnaire x^N .

Dans la sous-section 1.4.2, nous montrerons en détail comment un modèle semblable au modèle 1.5 est obtenu pour la stratégie TUC. Il est ensuite nécessaire de définir des limites adaptées pour les temps verts minimaux et la capacité de stockage maximale des voies d'accès du réseau.

Ce que nous voulons, c'est minimiser le risque de saturation et de débordement des files d'attente des voies d'accès du réseau. Pour atteindre ce but, nous pouvons essayer de répartir équitablement les véhicules sur les différentes voies d'accès du réseau et tenter de minimiser le nombre de véhicules de chaque voie d'accès. En d'autres termes, notre objectif de contrôle est de minimiser et d'égaliser les occupations relatives $x_z/x_{z,max}$ des différentes voies d'accès, avec $x_{z,max}$ qui est le nombre maximum de véhicules autorisés dans la voie d'accès z . Un autre objectif que nous avons est de rester proche des valeurs nominales de temps verts. La forme générale d'un critère quadratique qui prend en compte ces objectifs est

$$\mathfrak{J} = \frac{1}{2} \sum_{k=0}^K \left(\|x(k)\|_Q^2 + \|\Delta g(k)\|_R^2 \right), \quad (1.6)$$

où Q et R sont des matrices de pondération diagonales définies non négatives et avec le symbole $\|a\|_H^2$ qui représente $a^\top H a$. Les éléments diagonaux de Q valent $1/x_{z,max}$ car c'est le premier terme de l'équation 1.6 qui compte pour la minimisation et l'égalisation des occupations relatives des voies d'accès du réseau. De plus,

$$R = rI,$$

avec I qui est une matrice identité et r qui est un paramètre de pondération. Or, il se trouve que le choix du paramètre de pondération r peut avoir de l'influence sur l'ampleur des réactions du contrôle. En effet, le paramètre r permet de donner de l'importance à la minimisation du second terme, qui prône des temps verts proches des valeurs nominales, par rapport au premier, qui vise à obtenir de faibles nombres de véhicules par voie. Ce paramètre est donc choisi via une

procédure d'essai/erreur afin d'obtenir un comportement de contrôle satisfaisant pour un réseau donné d'applications.

Minimiser l'équation 1.6 est un problème d'optimisation du type programmation quadratique. Ce problème considéré seul, c'est-à-dire considéré sans contraintes, peut être résolu facilement en utilisant des codes existants et disponibles, même pour de grands réseaux. Cependant, pour appliquer l'algorithme correspondant en temps réel, il est nécessaire de l'intégrer dans une procédure d'horizon mobile. Par exemple, si l'horizon de temps est fixé à 10 s, le problème est résolu et appliqué sur le réseau toutes les 10 s.

1.4.2 Stratégie TUC

Nous présentons maintenant la stratégie TUC en nous basant sur la source [7]. Il est important de savoir que la stratégie de contrôle du trafic TUC (*Traffic-responsive Urban Control* en anglais) est une stratégie coordonnée adaptée au trafic. De plus, elle permet de contrôler des réseaux urbains à grande échelle et elle a été développée pour contrôler de tels réseaux en cas de conditions de trafic saturé.

Alors que le temps de cycle et le décalage sont calculés par d'autres algorithmes en parallèle, la stratégie TUC calcule en temps réel le partage du réseau. Autrement dit, le but de cette stratégie est de définir les paramètres des feux de signalisation de sorte qu'ils soient adaptés au trafic et en prenant en compte les conditions de circulation au sein d'un réseau urbain.

Il est possible de représenter un réseau urbain par un digraphe composé des voies d'accès $z \in Z$ et des carrefours $j \in J$. La stratégie TUC se basant sur la modélisation par modes différés, nous supposons que les véhicules se déplacent le long d'une voie d'accès à vitesse constante et sont bloqués à la fin de la voie si le flux entrant dans cette voie est supérieur au flux sortant. La sortie d'une voie d'accès est contrôlée suivant les paramètres des feux de signalisation appliqués.

À présent, nous considérons un carrefour j . Les ensembles I_j et O_j comprennent les voies d'accès qui entrent et sortent respectivement du carrefour j . Nous prenons l'hypothèse que l'ensemble des mouvements admissibles d'une voie d'accès entrante ont la priorité en même temps. Nous supposons également que

- le temps de cycle C_j et le temps total perdu P_j de la jonction j sont fixes,
- le début de l'étape principale de chaque cycle est fixe, ce qui signifie que les décalages sont fixes,
- il y a un nombre fixe de phases pour contrôler le carrefour j , ces phases étant stockées dans l'ensemble F_j et les phases durant lesquelles la voie d'accès z a la priorité étant conservées dans l'ensemble ν_z ,
- nous connaissons les valeurs des flux de saturation $S_z, \forall z \in I_j$,
- nous connaissons les valeurs des taux de direction $t_{z,w}, \forall z \in I_j, \forall w \in O_j$ et ces taux sont fixes.

Pour simplifier le modèle, nous considérons aussi que $C_j = C, \forall j \in J$. Par définition, le carrefour j est donc soumis à la contrainte

$$\sum_{i \in F_j} g_{j,i} + P_j = C, \quad (1.7)$$

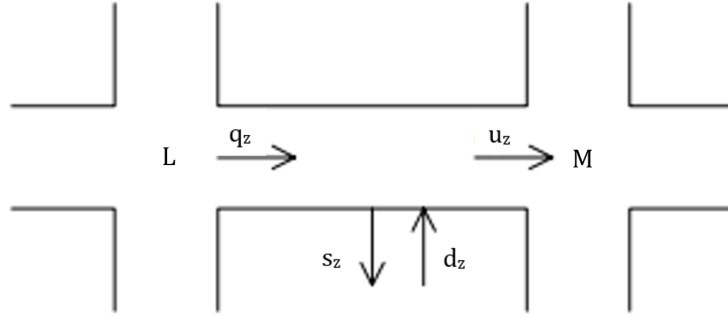


FIGURE 1.6 – Exemple d’une voie d’accès (adaptée de la source [7]).

où $g_{j,i}$ est le temps vert appliqué à la phase i au carrefour j . De plus, pour garantir l’attribution de temps vert à toutes les phases, nous introduisons la contrainte

$$g_{j,i} \geq g_{j,i,min}, \quad \forall i \in F_j, \quad (1.8)$$

où $g_{j,i,min}$ est le temps vert minimum admissible pour la phase i au carrefour j .

Nous considérons maintenant une voie d’accès z reliant deux carrefours L , M telle que $z \in O_L$ et $z \in I_M$, comme illustré sur la Figure 1.6. Nous modélisons la dynamique de la voie z avec le modèle

$$x_z(k+1) = x_z(k) + T[q_z(k) - s_z(k) + d_z(k) - u_z(k)], \quad (1.9)$$

où

- x_z est le nombre de véhicules dans la voie z ,
- q_z et u_z sont respectivement le flux entrant et le flux sortant de la voie z et
- d_z et s_z sont respectivement la demande et le flux de sortie de la voie z .

D’une part, nous appliquons au flux de sortie la formule

$$s_z(k) = t_{z,0} q_z(k), \quad (1.10)$$

où $t_{z,0}$ sont des taux de sortie supposés fixes et connus. Contrairement à ce qui est fait dans la source [7], nous ne supposons pas que le flux de demande est constant. À partir de l’équation 1.9 et en prenant en compte l’équation 1.10, nous obtenons alors que

$$x_z(k+1) = x_z(k) + T[(1 - t_{z,0})q_z(k) + d_z(k) - u_z(k)]. \quad (1.11)$$

D’autre part, le flux entrant de la voie d’accès z est donné par

$$q_z(k) = \sum_{w \in I_L} t_{w,z} u_w(k). \quad (1.12)$$

Ensuite, nous prenons en compte la simplification clé des modèles par modes différés. Pour rappel, normalement, lorsque les voies d'accès qui suivent la voie z ont encore de l'espace disponible et que le nombre de véhicules x_z est suffisamment élevé,

$$u_z = \begin{cases} S_z & \text{si la voie } z \text{ a la priorité,} \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases}$$

Néanmoins, lorsque l'intervalle de contrôle T est choisi comme étant supérieur ou égal à la durée de cycle C , une valeur moyenne pour u_z est obtenue et est exprimée par l'équation 1.4. Nous tenons à préciser que la simplification principale consiste à considérer $u_z = S_z$ durant tout le temps vert et non à considérer une moyenne sur un cycle. D'ailleurs, dans l'équation 1.4, nous avons que

$$G_z(k) = \sum_{i \in \nu_z} g_{M,i}(k). \quad (1.13)$$

Le fait de substituer les équations 1.4, 1.12 et 1.13 dans l'équation 1.11 nous donne que

$$\begin{aligned} x_z(k+1) = x_z(k) + T & \left[(1 - t_{z,0}) \sum_{w \in I_L} t_{w,z} \frac{S_w \sum_{i \in \nu_w} g_{L,i}(k)}{C} \right] \\ & + T \left[d_z(k) - \frac{S_z \sum_{i \in \nu_z} g_{M,i}(k)}{C} \right]. \end{aligned} \quad (1.14)$$

Prenons l'hypothèse que les temps verts nominaux $g_{j,i}^N$ pour chaque étape i de chaque carrefour j composent un temps vert fixe nominal g^N . Supposons maintenant que ce temps vert nominal fixe mène à un état stationnaire $x^N = [x_1^N x_2^N \dots]^T$ sous une demande nominale constante correspondante d^N . Par l'équation 1.14, nous obtenons alors que

$$0 = T \left[(1 - t_{z,0}) \sum_{w \in I_L} t_{w,z} \frac{S_w \sum_{i \in \nu_w} g_{L,i}^N}{C} + d_z^N - \frac{S_z \sum_{i \in \nu_z} g_{M,i}^N}{C} \right]. \quad (1.15)$$

À présent, si nous soustrayons l'équation d'état stable 1.15 à l'équation 1.14, nous parvenons à l'équation d'état

$$\begin{aligned} x_z(k+1) = x_z(k) + T & \left[(1 - t_{z,0}) \sum_{w \in I_L} t_{w,z} \frac{S_w \sum_{i \in \nu_w} \Delta g_{L,i}(k)}{C} \right] \\ & + T \left[\Delta d_z(k) - \frac{S_z \sum_{i \in \nu_z} \Delta g_{M,i}(k)}{C} \right], \end{aligned} \quad (1.16)$$

où $\Delta g = g - g^N$ et $\Delta d = d - d^N$.

Si nous appliquons l'équation 1.16 à un réseau possédant plusieurs carrefours $j \in J$ dotés de feux de signalisation, nous arrivons à décrire l'évolution du système dans le temps grâce à l'équation d'état

$$x(k+1) = Ax(k) + B\Delta g(k) + D\Delta d(k), \quad (1.17)$$

où

- x est le vecteur du nombre de véhicules x_z dans les voies d'accès $z \in Z$,
- Δg est le vecteur de $\Delta g_{j,i} = g_{j,i} - g_{j,i}^N, \forall i \in F_j, \forall j \in J$,
- Δd est le vecteur de $\Delta d_k = d_k - d_k^N, \forall z \in Z$ et
- A, B et D sont les matrices d'état, d'entrée de contrôle et de perturbation, respectivement.

Il est à noter que $A = I$. Nous pouvons ainsi remarquer que l'équation 1.17 est semblable à l'équation 1.5.

La forme générale du critère quadratique à minimiser est de la même forme que l'équation 1.6. L'unique différence est que l'horizon d'optimisation K tend vers l'infini, ce qui nous donne que

$$\mathfrak{J} = \frac{1}{2} \sum_{k=0}^{\infty} \left(\|x(k)\|_Q^2 + \|\Delta g(k)\|_R^2 \right). \quad (1.18)$$

En appliquant la méthode LQ (Linéaire Quadratique) pour minimiser l'équation 1.18, nous obtenons la loi de contrôle LQ

$$g(k) = g^N - Lx(k), \quad (1.19)$$

où L est la matrice de gain de feedback ainsi que la matrice de contrôle. Cette matrice est constante et elle dépend des matrices A et B de l'équation 1.17 et des matrices Q et R de l'équation 1.18. Elle peut être calculée hors ligne comme étant la solution de l'équation de Riccati stationnaire. De plus, cette matrice L est peu sensible aux variations des paramètres du trafic tels que les taux de virage, les débits de saturation, etc. Pour plus d'informations concernant le contrôle optimal LQ, nous recommandons les sources [1], [6] et [21].

Comme la méthode LQ ne tient pas compte de l'existence de contraintes, nous utilisons un algorithme adapté pour appliquer les limites de contrôle extérieurement. Ainsi, les durées de temps verts calculées vont être modifiées de manière à satisfaire les contraintes 1.7 et 1.8. Néanmoins, nous ne les avons pas modifiés de la même manière que dans la source [7].

Pour la contrainte 1.7, nous avons remarqué que nous pouvons la retravailler de sorte qu'en ayant fixé une phase pour chaque carrefour j , nous obtenons que

$$g_{j,h_j} = C - P_j - \sum_{i \in F_j \setminus \{h_j\}} g_{j,i}, \quad (1.20)$$

où h_j est l'indice de la phase fixée pour le carrefour j . Il est également évident que

$$\sum_{i \in F_j} \Delta g_{j,i} = 0, \quad \forall j \in J.$$

Par conséquent, nous avons que

$$\Delta g_{j,h_j} = - \sum_{i \in F_j \setminus \{h_j\}} \Delta g_{j,i}, \quad \forall j \in J. \quad (1.21)$$

Pour chaque carrefour j , nous pouvons alors choisir une phase h_j et substituer le contrôle associé au temps vert appliqué à cette phase dans l'équation d'état 1.17 en utilisant l'équation 1.21. En appliquant la loi de contrôle 1.19 à la nouvelle équation d'état ainsi obtenue, nous avons pour chaque carrefour j les temps verts appliqués à toutes les phases sauf à la phase h_j . Il nous suffira alors d'utiliser l'équation 1.20 pour obtenir le temps vert appliqué à cette phase.

Ensuite, pour que l'ensemble des temps verts obtenus pour chaque carrefour j respecte la contrainte 1.8, nous avons développé l'Algorithme 1.4.1. Cet algorithme égale chaque temps vert qui est inférieur au temps vert minimum à ce temps minimum et il répartit la différence entre les autres temps verts de sorte que la contrainte 1.7 soit toujours respectée, et ce jusqu'à ce que tous les temps verts soient plus grands ou égaux au temps vert minimum.

Algorithme 1.4.1 (Respect de la contrainte 1.8). Notons que, dans cet algorithme, nous considérons que $g_{j,i,min} = g_{min}, \forall i \in F_j, \forall j \in J$ et que g_j est l'ensemble des temps verts appliqués au carrefour j .

```

1:  $O = F_j$ 
2:  $diff = 0$ 
3: while  $min(g_j) < g_{min}$  do
4:   for  $i \in F_j$  do
5:     if  $g_{j,i} < g_{min}$  then
6:        $diff = diff + (g_{min} - g_{j,i})$ 
7:        $g_{j,i} = g_{min}$ 
8:        $O = O \setminus \{i\}$ 
9:     end
10:  end
11:  for  $o \in O$  do
12:     $g_{j,o} = g_{j,o} - \frac{diff}{length(O)}$ 
13:  end
14:   $diff = 0$ 
15: end

```

De plus, il est également nécessaire que les contraintes sur le nombre de véhicules dans chaque voie d'accès soient respectées. Ces contraintes sont

$$x_z \geq 0, \forall z \in Z$$

et

$$x_z \leq x_{z,max}, \forall z \in Z,$$

avec $x_{z,max}$ qui est le nombre maximum de véhicules admissibles dans la voie d'accès z . Dans le cadre de ce mémoire, le nombre de véhicules dans chaque voie d'accès est donc égalé à zéro s'il est négatif et est égalé au nombre maximum de véhicules admissibles s'il dépasse cette limite.

Puis, il est nécessaire de remarquer que le régulateur calculé de feedback d'état 1.19 a besoin que des mesures de l'ensemble des variables d'état soient disponibles en temps réel. Or, il n'est pas possible de mesurer directement le nombre de véhicules x_z . Dans le cadre de ce mémoire, nous utilisons néanmoins directement les mesures de x . Cependant, des mesures du taux d'occupation³ o_z étant disponibles en temps réel, il est possible de s'en servir pour approximer x_z

3. Selon les sources [2] et [17], le taux d'occupation correspond au temps durant lequel des véhicules sont sur une voie divisé par la période d'observation de cette voie.

en utilisant des fonctions non linéaires appropriées de la forme $x_z = f_z(o_z)$. Pour plus de détails concernant ces fonctions, nous recommandons les sources [13] et [14].

La loi de contrôle 1.19 a également besoin que des valeurs nominales g^N soient disponibles. Cela signifie qu'il est nécessaire de connaître des valeurs de temps verts effectifs qui sont optimales pour une demande historique donnée et qui peuvent être obtenues par des techniques disponibles comme l'optimisation TRANSYT. Si l'accès à ces valeurs n'est pas possible, une solution consiste à soustraire l'équation 1.19 pour la période $k - 1$ de l'équation 1.19 pour la période k et obtenir ainsi la nouvelle loi de contrôle

$$g(k) = g(k - 1) - L[x(k) - x(k - 1)].$$

Il existe une autre loi de contrôle qui élimine le besoin de valeurs nominales g^N . Cette loi est obtenue en considérant le problème de contrôle du trafic urbain comme un problème de contrôle optimal LQI (Linéaire Quadratique Intégrale). Ce problème LQI est appliqué avec les mêmes hypothèses et basé sur la même méthode de modélisation que celui de départ. Il est aussi utilisé pour atteindre un objectif de contrôle similaire à celui du problème de départ. En employant la méthode LQI, le régulateur multivariable

$$g(k) = g(k - 1) - L_1x(k) - L_2x(k - 1),$$

où L_1 et L_2 sont les matrices de gain de contrôle, est obtenu. Pour plus d'informations concernant le problème LQI, nous recommandons la source [15]. Dans le cadre de ce mémoire, nous considérons que nous avons accès aux valeurs nominales g^N . En effet, vu que les modèles que nous utilisons sont uniquement des modèles théoriques, nous fixons des valeurs nominales qui semblent vraisemblables.

La stratégie TUC a d'ores et déjà été testée dans des conditions de trafic simulées et réelles où elle a prouvé son efficacité. En effet, à l'heure actuelle, la stratégie TUC est notamment utilisée avec succès pour contrôler une partie des réseaux de Glasgow, au Royaume-Uni et de La Canée, en Grèce.

Chapitre 2

Nouvelles stratégies de contrôle du trafic routier

Dans ce chapitre, nous allons parler du contrôle prédictif aussi appelé MPC (*Model Predictive Control* en anglais) et de la décomposition en modes dynamiques aussi appelée DMD (*Dynamic Mode Decomposition* en anglais). Le contrôle prédictif et la décomposition en modes dynamiques n'ayant pas encore été employés dans le cadre d'un réseau routier contrairement à la stratégie TUC, nous allons les présenter de manière théorique et sans lien apparent avec le contrôle du trafic routier. Pour commencer, nous décrirons ce qu'est le contrôle prédictif. Pour finir, nous verrons la décomposition en modes dynamiques sous sa forme classique et sous sa forme avec contrôle. Ce chapitre est basé sur les sources [8] et [11] pour MPC et sur la source [18] pour DMD.

2.1 MPC

Dans cette section basée sur les sources [8] et [11], nous allons présenter ce qu'est le contrôle prédictif (MPC). Pour ce faire, nous parlerons d'abord de MPC en général. Puis, nous décrirons le problème MPC. Enfin, nous allons montrer que le problème MPC peut s'exprimer sous une autre forme dite dense.

Tout d'abord, lorsque nous appliquons un contrôle prédictif, nous définissons premièrement une fonction de coût qui exprime notre objectif de contrôle. Puis, cette fonction est minimisée sur un horizon de temps de prédiction fini. Cette optimisation de la fonction de coût est effectuée sous réserve de contraintes sur les entrées de contrôle et les états du système. Ces contraintes expriment notamment les limites physiques de la configuration de contrôle. Ce sont les entrées de contrôle prédites le long de l'horizon de prédiction qui sont les variables de décision dans les problèmes d'optimisation. Après avoir résolu le problème d'optimisation, nous appliquons uniquement la première entrée de contrôle calculée au système. L'ensemble de la procédure est ensuite répété de manière récursive à chaque étape de temps de l'opération en boucle fermée ce qui nous mène à une implémentation dite de l'horizon de recul. En général, dans le cas où le système dynamique étudié est non linéaire, le problème d'optimisation résolu à chaque étape de temps est non convexe. Trouver la solution au problème est alors extrêmement coûteux sur le plan informatique. Par conséquent, nous utilisons généralement des méthodes d'optimisation locales. D'un autre côté, lorsque nous utilisons MPC avec une dynamique linéaire, le problème d'optimisation obtenu est un programme quadratique (QP) convexe pour lequel il existe des méthodes de résolution sur mesure extrêmement efficaces. Les coûts de calcul sont alors considérablement réduits. De plus, cela rend possible l'utilisation de MPC dans le monde réel. De fait,

en temps réel, les taux d'échantillonnage doivent être effectués extrêmement rapidement.

À présent, nous allons décrire le problème MPC. D'abord, nous considérons que le réseau routier que nous voulons contrôler est modélisé par un système dynamique linéaire contrôlé similaire à celui présenté dans la sous-section 1.4.2, contrairement aux sources [8] et [11] qui ont considéré un système non linéaire. Ce système est de la forme

$$x_{k+1} = Ax_k + Bu_k + p_k, \quad (2.1)$$

où $x \in \mathbb{R}^n$ est l'état du système, $u \in \mathbb{R}^m$ est l'entrée de contrôle, $p \in \mathbb{R}^n$ est la perturbation et $A = I$. À chaque étape de temps k de l'opération en boucle fermée, MPC résout le problème d'optimisation

$$\begin{aligned} & \underset{u_i, x_i}{\text{minimiser}} J \left((u_i)_{i=0}^{N_p}, (x_i)_{i=0}^{N_p} \right) \\ & \text{sous les contraintes } x_{i+1} = Ax_i + Bu_i + p, \quad i = 0, \dots, N_p \\ & \quad u_{min} \leq u_i \leq u_{max}, \quad i = 0, \dots, N_p \\ & \quad x_{min} \leq x_{i+1} \leq x_{max}, \quad i = 0, \dots, N_p \\ & \text{avec la condition initiale } x_0 = x_k, \end{aligned} \quad (2.2)$$

où N_p est l'horizon de prédiction et la fonction de coût quadratique J est donnée par

$$J \left((u_i)_{i=0}^{N_p}, (x_i)_{i=0}^{N_p} \right) = \frac{1}{2} \sum_{i=0}^{N_p} \left(x_i^\top Q_i x_i + u_i^\top R_i u_i \right)$$

avec $Q_i \in \mathbb{R}^{n \times n}$ et $R_i \in \mathbb{R}^{m \times m}$ qui sont des matrices semi-définies positives. Notons que les inégalités entre des vecteurs dans le problème MPC 2.2 sont des inégalités composante par composante. De plus, c'est l'état actuel du système dynamique linéaire x_k qui permet d'initialiser le problème d'optimisation 2.2. En outre, ce problème est un QP convexe. Nous tenons à préciser que la perturbation p est considérée comme étant constante pour MPC.

Maintenant, nous allons montrer que le problème MPC 2.2 peut s'exprimer sous une autre forme. Pour cela, nous partons du problème MPC 2.2 transformé sous cette autre forme dite dense

$$\begin{aligned} & \underset{\mathbf{u} \in \mathbb{R}^{m(N_p+1)}}{\text{minimiser}} \mathbf{u}^\top H \mathbf{u}^\top + X_0^\top G \mathbf{u} \\ & \text{sous les contraintes } \mathbf{u}_{min} \leq \mathbf{u} \leq \mathbf{u}_{max} \\ & \quad \mathbf{x}_{min} \leq E \mathbf{u} + F X_0 \leq \mathbf{x}_{max}, \\ & \text{avec la condition initiale } X_0 = \begin{bmatrix} x_k \\ p \end{bmatrix}, \end{aligned} \quad (2.3)$$

où $H \in \mathbb{R}^{m(N_p+1) \times m(N_p+1)}$ est une matrice semi-définie positive et avec les matrices $G \in \mathbb{R}^{2n \times m(N_p+1)}$, $E \in \mathbb{R}^{n(N_p+1) \times m(N_p+1)}$ et $F \in \mathbb{R}^{n(N_p+1) \times 2n}$. Le problème d'optimisation 2.3 est un QP convexe comme 2.2. D'ailleurs, l'optimisation se fait sur le vecteur des entrées de contrôle prédites

$$\mathbf{u} = [u_0^\top, u_1^\top, \dots, u_{N_p}^\top]^\top$$

et les bornes des contraintes de ce problème sont

$$\mathbf{u}_{min} = [u_{min}^\top, \dots, u_{min}^\top]^\top \in \mathbb{R}^{m(N_p+1)} \text{ et } \mathbf{u}_{max} = [u_{max}^\top, \dots, u_{max}^\top]^\top \in \mathbb{R}^{m(N_p+1)}$$

pour les entrées de contrôle et

$$\mathbf{x}_{min} = [x_{min}^\top, \dots, x_{min}^\top]^\top \in \mathbb{R}^{n(N_p+1)} \text{ et } \mathbf{x}_{max} = [x_{max}^\top, \dots, x_{max}^\top]^\top \in \mathbb{R}^{n(N_p+1)}$$

pour l'état du système.

Nous pouvons calculer le problème d'optimisation MPC sous sa forme dense 2.3 facilement à partir de sa forme clairsemée 2.2. En effet, pour cela, il nous suffit de résoudre explicitement le problème 2.2 pour les états x_i et de mettre bout à bout les coûts et les contraintes de l'état actuel. Les matrices du problème MPC dense sont ainsi données par

$$H = \mathbf{R} + \mathbf{B}^\top \mathbf{Q} \mathbf{B}, \quad G = 2\mathbf{A}^\top \mathbf{Q} \mathbf{B}, \quad E = \mathbf{B} \text{ et } F = \mathbf{A},$$

où

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} I & 0 \\ A & I \\ A^2 & A+I \\ \vdots & \vdots \\ A^{N_p} & A^{N_p-1} + \dots + A + I \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ B & 0 & \dots & 0 & 0 \\ AB & B & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots & \\ A^{N_p-1}B & \dots & AB & B & 0 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{Q} = \text{diag}(Q_0, \dots, Q_{N_p}) \text{ et } \mathbf{R} = \text{diag}(R_0, \dots, R_{N_p}),$$

avec $\text{diag}(\cdot, \dots, \cdot)$ qui désigne une matrice bloc-diagonale.

L'Algorithme 2.1.1 résume MPC en boucle fermée. Nous y retrouvons

$$\mathbf{u}^* = [u_0^{*\top}, u_1^{*\top}, \dots, u_{N_p}^{*\top}]^\top$$

qui désigne la solution optimale du problème 2.3.

Algorithme 2.1.1 (MPC – opération en boucle fermée). Cet algorithme a été adapté à partir de celui présenté dans les sources [8] et [11].

- 1: **for** $k = 0, 1, \dots$ **do**
- 2: Calculer $X_0 = [x_k^\top, p^\top]^\top$
- 3: Résoudre le problème 2.3 pour obtenir une solution optimale \mathbf{u}^*
- 4: Définir $u_k = u_0^*$
- 5: $x_{k+1} = Ax_k + Bu_k + p_k$ [= appliquer u_k au système 2.1]
- 6: **end**

2.2 DMD

Dans cette section basée sur la source [18], nous allons présenter la décomposition en modes dynamiques (DMD), qui est une méthode axée sur les données permettant d'analyser des systèmes complexes. Nous commencerons par introduire cette décomposition sous sa forme classique pour finir par sa forme avec contrôle.

2.2.1 DMD classique

De manière générale, DMD se base sur des données obtenues par simulations numériques ou via des expérimentations pour pouvoir extraire les caractéristiques modales importantes d'une dynamique. Ainsi, DMD est une méthode dite axée sur les données.

Dans les faits, DMD analyse la relation entre des paires de mesures venant d'un système dynamique. Plus particulièrement, il est fait l'hypothèse qu'un opérateur linéaire A approxime la relation entre ces mesures notées x_k et x_{k+1} , où k indice l'itération temporelle d'un système dynamique discret. Nous avons alors l'approximation

$$x_{k+1} \approx Ax_k, \quad (2.4)$$

avec $x \in \mathbb{R}^n$ et $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$, que nous supposons vraie pour toutes les paires de mesures. L'enjeu de DMD va alors être de trouver la meilleure estimation de l'opérateur A pour toutes les paires de données. Nous tenons à noter que la relation 2.4 n'a pas besoin d'être exacte. En effet, il se trouve que l'utilisation de cet opérateur approximé grâce à des données générées par des systèmes dynamiques non linéaires a été théoriquement justifiée dans la source [22].

En général, le processus qui se cache derrière les données venant d'un modèle numérique ou d'une expérimentation est continu. Dès lors, les mesures $x(t)$ sont collectées à intervalles réguliers Δt et désignées de sorte que $x_k = x(k\Delta t)$. Chaque mesure x_k dans le temps est alors considérée comme un instantané¹. Dans le cas le plus général, c'est-à-dire dans le cas où les mesures d'un système sont historiques, numériques ou expérimentales, ces mesures sont utilisées pour construire la matrice des données. La séquence d'instantanés récoltés est alors désignée par

$$X = [x_1, \dots, x_{K-1}] \quad (2.5)$$

et

$$Y = [x_2, \dots, x_K], \quad (2.6)$$

où K est le total du nombre d'instantanés et Y est la matrice d'instantanés décalés dans le temps de X . En d'autres termes, $Y = AX$. Comme dit précédemment, les données sont habituellement collectées à intervalles réguliers Δt pour DMD. Il se trouve que le nombre d'instantanés requis pour DMD varie selon l'application. Néanmoins, il est possible de trouver ce nombre pour un niveau d'erreur fixé. En effet, il y a un exemple numérique dans la source [20] qui montre que le niveau d'erreur diminue lorsque le nombre d'instantanés augmente. En représentant l'évolution du niveau d'erreur en fonction du nombre d'instantanés, il est donc possible de trouver le nombre d'instantanés nécessaire pour un niveau d'erreur fixé.

1. Selon les sources [9] et [10], un instantané est généralement une sorte de photographie de données à un instant précis. Cependant, un instantané n'est techniquement pas un clone du système original, mais une collection de pointeurs et de marqueurs permettant de suivre les modifications apportées aux données depuis le dernier instantané.

De plus, il est possible d'exprimer la relation entre les paires de mesures de l'équation 2.4 et les instantanés de données 2.5 et 2.6 de manière plus compacte en utilisant la forme matricielle

$$Y \approx AX.$$

Le principal objectif de DMD est donc de trouver une approximation de la matrice A pour la paire de matrices de mesures X et Y .

Enfin, il se trouve que la décomposition en valeurs propres de la matrice A correspond à la décomposition en modes dynamiques de la paire de matrices de mesures X et Y . Par conséquent, l'opérateur A est défini comme

$$A = YX^\dagger,$$

où \dagger est le symbole utilisé pour représenter la pseudo-inverse de Moore–Penrose d'une matrice. Une solution A dans le sens des moindres carrés au problème $Y = AX$ peut donc être trouvée en minimisant la norme de Frobenius de $Y - AX$. De plus, la méthode DMD utilise la décomposition spectrale qui donne justement les modes et les valeurs propres. Néanmoins, cette décomposition n'est pas utilisée dans le cadre de ce mémoire. Pour plus d'informations, nous recommandons la source [22]. Comme mentionné précédemment, la relation n'a pas besoin d'être exacte.

2.2.2 DMD avec contrôle

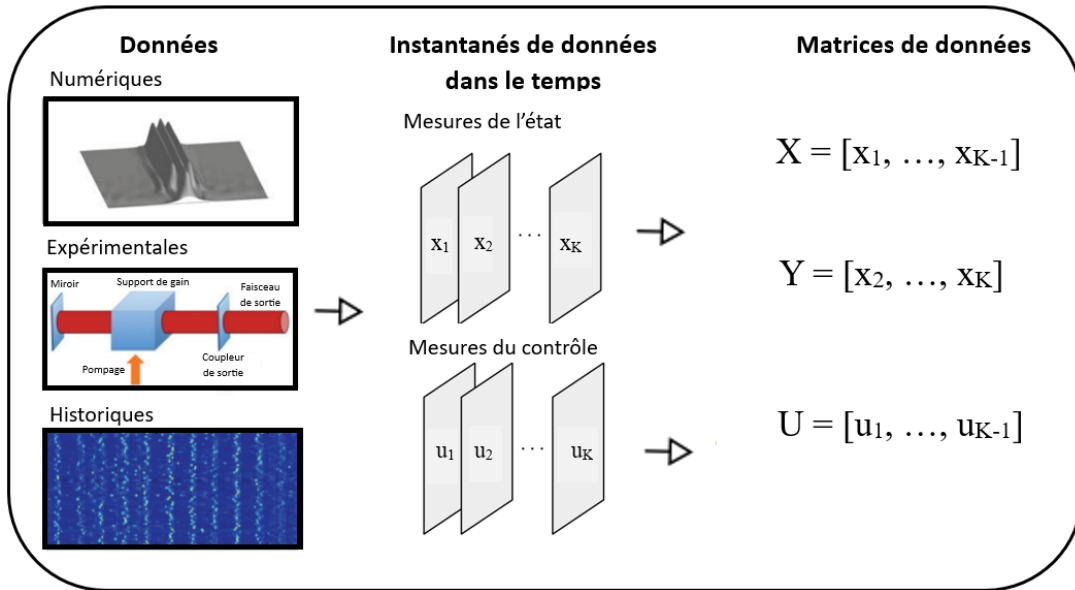
À présent, nous allons présenter DMD avec contrôle, aussi appelé DMDc pour *Dynamic Mode Decomposition with control* en anglais. Il est évident que pour pouvoir concevoir et placer un contrôle correctement, il est indispensable de comprendre les caractéristiques dynamiques des systèmes complexes qui ont une dynamique interne et un contrôle externe qui leur sont appliqués. Or, la méthode DMDc permet de découvrir cette dynamique interne sans l'effet du contrôle externe. En outre, il est également possible de quantifier les effets des entrées de contrôle sur les mesures du système grâce à DMDc. Sur la Figure 2.1, les trois principales composantes de l'application de DMDc sont illustrées. D'abord, une description de la collecte de données numériques, expérimentales ou historiques et de la répartition des données dans des matrices pour les méthodes se trouve en haut de la figure. Ensuite, au milieu, nous retrouvons une comparaison de DMD et DMDc. Enfin, deux applications pratiques de DMDc sont présentées en bas de la figure. Nous tenons à préciser que dans le cadre de ce mémoire, c'est l'application qui consiste à identifier un système qui va nous intéresser.

Premièrement, l'hypothèse de base faite pour DMD est modifiée pour DMDc. En effet, à partir de maintenant, c'est un triplet de mesures qui sont supposées être connectées et plus une paire. Le but de DMDc est donc d'analyser la relation qui associe une future mesure du système x_{k+1} avec la mesure actuelle x_k et le contrôle actuel u_k . Par conséquent, ce n'est plus un mais deux opérateurs linéaires qui vont permettre d'approximer cette relation pour chaque triplet de mesures de données. De fait, cette paire d'opérateurs linéaires nous fournit l'approximation

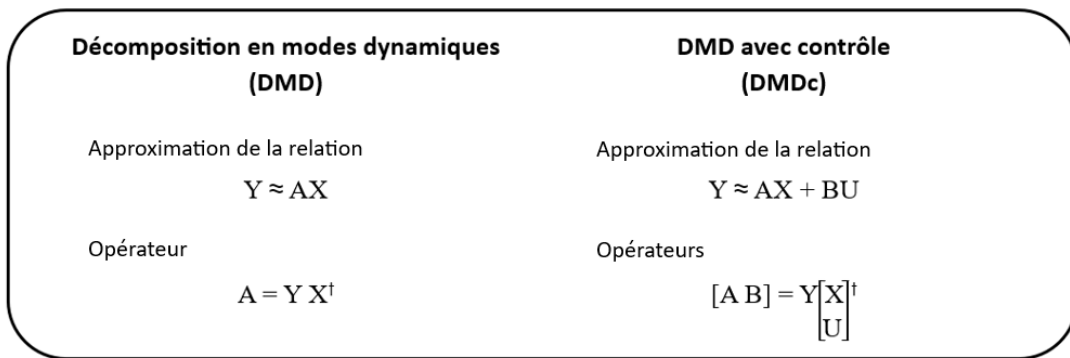
$$x_{k+1} \approx Ax_k + Bu_k, \tag{2.7}$$

où $x \in \mathbb{R}^n$, $u \in \mathbb{R}^m$, $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ et $B \in \mathbb{R}^{n \times m}$. D'ailleurs, les matrices A et B sont les solutions qui correspondent le mieux pour tous les triplets de données. Notons que comme pour DMD, la relation 2.7 ne doit pas nécessairement être exacte. De nouveau, il est possible de construire des matrices de données avec des instantanés des mesures du système et des entrées de contrôle pris à intervalles réguliers dans le temps. En ce qui concerne les matrices des instantanés de mesures

Récolte de données



Méthodes



Applications

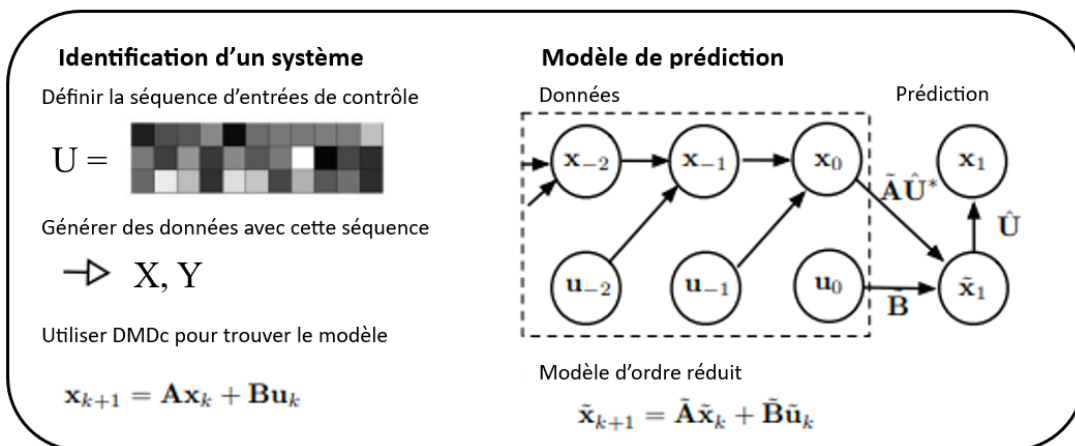


FIGURE 2.1 – Visualisation des trois composantes principales de DMDc (retravaillée de la source [18]).

X et Y , elles sont récoltées de la même manière que pour DMD, c'est-à-dire comme 2.5 et 2.6. Cependant, nous avons une nouvelle séquence d'instantanés pour DMDc. Cette séquence est celle des entrées de contrôle et elle est collectée de sorte que

$$U = [u_1, \dots, u_{K-1}].$$

À nouveau, il est possible d'exprimer l'équation 2.7 sous la forme matricielle

$$Y \approx AX + BU \tag{2.8}$$

qui inclut les nouvelles matrices de données. L'objectif de DMDc est donc de trouver les meilleures approximations des matrices A et B en utilisant les trois matrices de données.

Dans la source [18], la méthode DMDc est présentée

- lorsque la matrice B est connue ou bien estimée et qu'il faut uniquement approximer la matrice A à partir des matrices de données et
- lorsque la matrice B est inconnue et qu'il faut donc approximer les matrices A et B à partir des matrices de données.

Or, seul le cas où la matrice B est inconnue nous intéresse dans le cadre de ce mémoire. En effet, l'hypothèse que la matrice B est connue suppose une grande connaissance sur la manière dont les entrées de contrôle affectent le système. Cependant, une telle connaissance n'est pas toujours possible. Il nous a donc semblé plus intéressant de nous pencher sur le cas où nous en savons le moins possible sur le système que nous voulons étudier. Par conséquent, seul le cas où la matrice B est inconnue est présenté dans la suite.

Lorsque la matrice B est inconnue, DMDc a pour but de trouver les approximations des matrices A et B à partir des instantanés de mesures du système et d'entrées de contrôle. En outre, il est bien plus intéressant pour un analyste que seuls les instantanés d'entrées de contrôle et des mesures de sortie soient nécessaires pour trouver les propriétés du processus sous-jacent A et pour trouver comment ce processus est affecté par les entrées de contrôle données par l'opérateur B . Il se trouve que l'approximation 2.8 de la relation entre les matrices de données X , Y et U peut être réécrite sous la forme

$$Y \approx G\Omega,$$

où $G = [A \ B]$ et $\Omega = \begin{bmatrix} X \\ U \end{bmatrix}$. Ainsi, la matrice Ω contient les informations des instantanés de mesure et de contrôle tandis que la matrice G contient le processus dynamique A et la matrice d'entrées B . Nous avons donc que la définition de DMDc est similaire à celle de DMD. En effet, grâce à DMDc du triplet de mesures X , Y et U , nous obtenons que l'opérateur A est défini par

$$G = Y\Omega^\dagger,$$

c'est-à-dire par

$$[A \ B] = Y \begin{bmatrix} X \\ U \end{bmatrix}^\dagger.$$

À nouveau, nous cherchons la meilleure approximation de l'opérateur G . Une fois de plus, une solution G dans le sens des moindres carrés au problème $Y = G\Omega$ est trouvée en minimisant la norme de Frobenius de $Y - G\Omega$. Comme pour DMD, l'égalité ne doit pas nécessairement être

parfaitement respectée.

Maintenant, nous allons adapter l'algorithme DMDC pour un système dynamique similaire à celui présenté dans la sous-section 1.4.2 et dans la section 2.1, ce qui revient à expliquer l'algorithme DMDC avec perturbations. Nous tenons à préciser que cette version de DMDC n'est pas présentée dans la source [18] et que nous nous sommes basés sur les sources [8], [11] et [18] pour présenter DMDC avec perturbations. Notons également que cette version de DMDC est considérée comme étant utilisée avec MPC. Pour commencer, nous supposons que nous disposons de l'ensemble de données

$$X = [x_1, \dots, x_{K-1}], Y = [x_2, \dots, x_K], U = [u_1, \dots, u_{K-1}] \text{ et } P = [p_1, \dots, p_{K-1}] \quad (2.9)$$

qui satisfait la relation $x_{k+1} = Ax_k + Bu_k + p_k$. Notons que ces données ne sont pas nécessairement situées sur une même trajectoire du système 2.1.

En prenant en compte les matrices de données X , Y , U et P de l'ensemble 2.9, nous obtenons les matrices $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ et $B \in \mathbb{R}^{n \times m}$ du problème 2.2 en trouvant la meilleure approximation linéaire à une étape dans le sens des moindres carrés. Nous devons donc résoudre le problème de minimisation

$$\min_{A,B} \|Y - AX - BU - P\|_F, \quad (2.10)$$

où nous utilisons le symbole $\|\cdot\|_F$ pour désigner la norme de Frobenius d'une matrice. La solution analytique de 2.10 est alors

$$[A \ B] = (Y - P) \begin{bmatrix} X \\ U \end{bmatrix}^\dagger,$$

c'est-à-dire

$$G = \Upsilon \Omega^\dagger,$$

avec $G = [A \ B]$, $\Upsilon = Y - P$ et $\Omega = \begin{bmatrix} X \\ U \end{bmatrix}$.

Pour pouvoir identifier un système dynamique contrôlé et soumis à des perturbations via DMDC avec perturbations, il faut donc suivre l'Algorithme 2.2.1.

Algorithme 2.2.1 (Identification de système avec DMDC avec perturbations). Cet algorithme a été adapté à partir de celui présenté dans la source [18].

- 1: Construire les matrices d'instantanés X , Y , U et P pour obtenir un ensemble de données défini comme l'ensemble 2.9
- 2: Construire les matrices $\Upsilon = Y - P$ et $\Omega = \begin{bmatrix} X \\ U \end{bmatrix}$
- 3: Construire la matrice $G = \Upsilon \Omega^\dagger$
- 4: Définir les matrices A et B à partir de la matrice $G = [A \ B]$

Deuxième partie

Résultats

Chapitre 3

TUC

Dans ce chapitre, nous allons nous pencher sur les résultats que nous avons obtenus en utilisant la stratégie TUC. Avant de nous occuper des résultats en tant que tels, nous commencerons par présenter les modèles utilisés pour les obtenir. Enfin, nous analyserons les résultats obtenus avec la stratégie TUC pour les modèles présentés.

3.1 Modèles

Dans le cadre de ce mémoire, nous décidons de nous intéresser à deux modèles. Le premier est celui d'un réseau routier composé de deux carrefours, comme illustré sur la Figure 3.1, alors que le second est celui d'un réseau routier à quatre carrefours, comme représenté sur la Figure 3.2. Pour plus de lisibilité, les voies d'accès qui entrent dans un même carrefour sont de la même couleur que ce carrefour sur la Figure 3.2. Nous tenons à préciser que l'intérêt du modèle à quatre carrefours par rapport à celui à deux carrefours est qu'il y a un couplage entre les différentes routes puisque vider une route revient à en remplir une autre.

Dans les deux modèles, nous considérons que la longueur de chaque voie d'accès est de 100 m et que chaque voie est limitée à 50 km/h. Or, selon les sources [5] et [12], la longueur moyenne d'une voiture est de 4,6 m. Comme les voitures ne sont jamais collées les unes aux autres quand elles sont dans une voie d'accès, nous décidons d'ajouter 20 cm à cette valeur ce qui nous donne 4,8 m. Par conséquent, le nombre maximum de véhicules admissibles $x_{z,max}$ dans chaque voie d'accès z des deux modèles est de

$$x_{z,max} = \frac{100}{4,8} \approx 20,833 \text{ véhicules.}$$

De plus, le flux de saturation S_z de chaque voie d'accès z des deux modèles vaut

$$S_z = \frac{50000}{4,8} \approx 10416,7 \text{ véh/h.}$$

En outre, les taux de sortie $t_{z,0}$ de chaque voie d'accès z des deux modèles sont fixés à 5%. En d'autres termes, pour chaque voie d'accès z , il y a toujours 5% du flux entrant dans cette voie qui quitte cette voie. Puis, nous prenons la décision de fixer à 4 le nombre de phases pour contrôler tous les carrefours j de nos deux modèles. Ces 4 phases sont illustrées sur la Figure 3.3. Enfin, d'après la source [4], le cycle vert ou rouge des feux de signalisation dure en moyenne entre 30 et 40 secondes tandis que le feu orange ne dure que de 3 à 5 secondes avant de passer au rouge. Pour nos deux modèles, nous décidons alors de considérer un temps perdu égal à 4 secondes pour chaque transition de phase, et donc de fixer le temps total perdu P_j de chaque carrefour j à 16

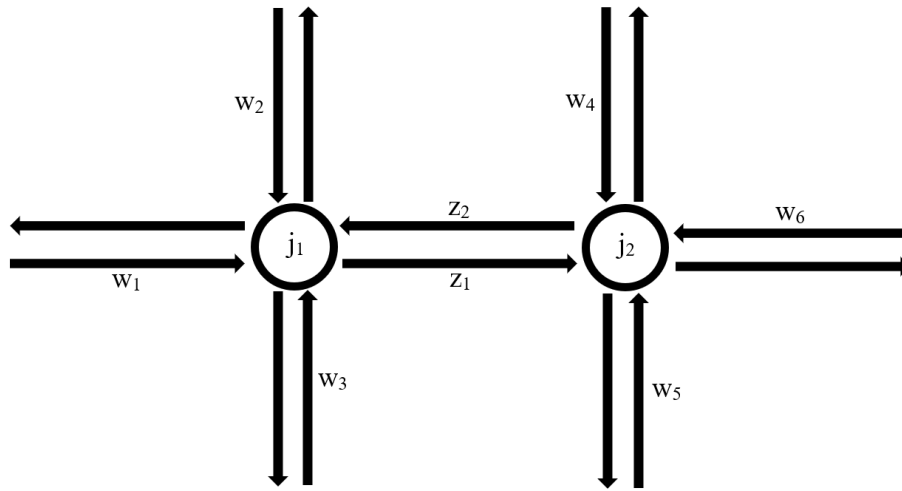
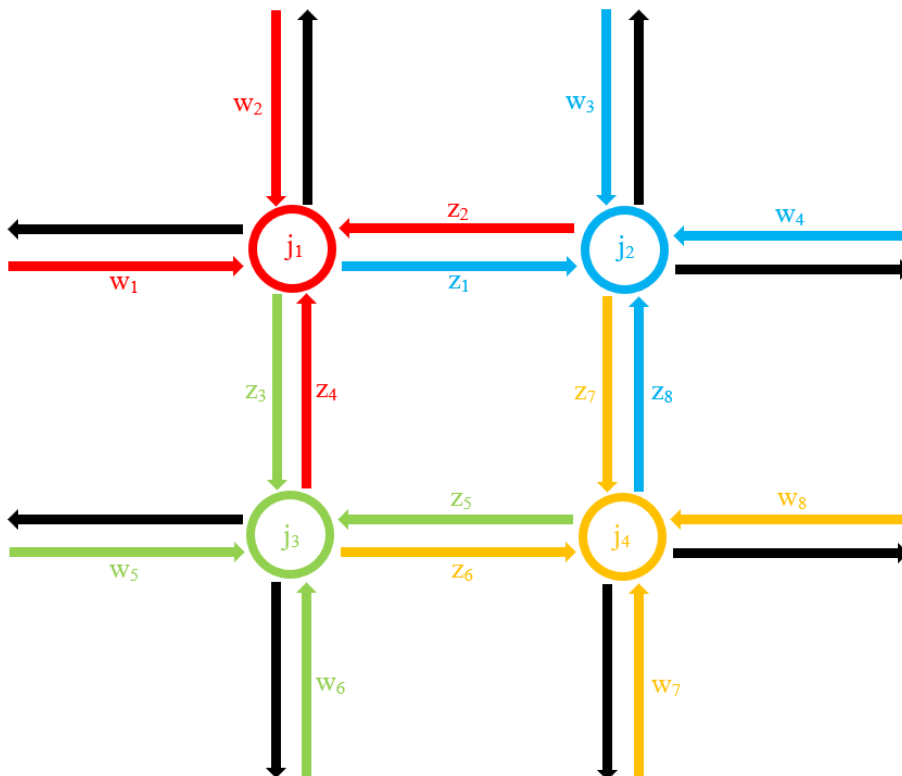


FIGURE 3.1 – Schéma d'un réseau routier avec deux carrefours.

FIGURE 3.2 – Schéma d'un réseau routier avec quatre carrefours où l'ensemble I_{j_1} et le carrefour j_1 sont en rouge, l'ensemble I_{j_2} et le carrefour j_2 sont en bleu, l'ensemble I_{j_3} et le carrefour j_3 sont en vert et l'ensemble I_{j_4} et le carrefour j_4 sont en orange.

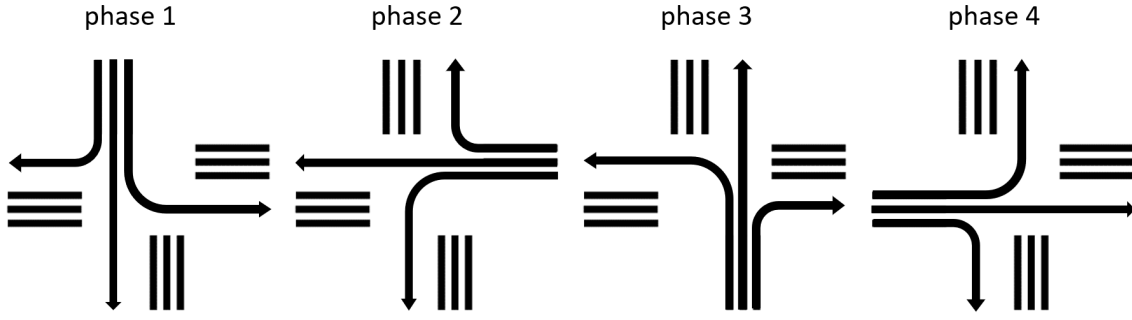


FIGURE 3.3 – Phases des modèles.

secondes. En considérant une durée moyenne de phase de 35 secondes, nous obtenons un temps de cycle

$$C = 4 \frac{30 + 40}{2} + 16 = 156 \text{ secondes,}$$

ce qui fait 2 min et 36 secondes. D'ailleurs, nous fixons l'intervalle de temps T égal au temps de cycle C pour nos deux modèles, c'est-à-dire $T = C = 156$ secondes. Pour finir, dans les deux modèles, nous décidons de fixer 10 secondes comme temps vert minimum admissible $g_{j,i,min}$ pour chaque phase i de chaque carrefour j .

En ce qui concerne le modèle avec deux carrefours, nous prenons l'hypothèse que les voies d'accès à l'horizontale sur la Figure 3.1, en particulier z_1 , z_2 , w_1 et w_6 , sont plus fréquentées que les voies d'accès à la verticale sur la Figure 3.1 comme w_2 , w_3 , w_4 et w_5 . Par exemple, les voies à l'horizontale pourraient faire partie d'un boulevard tandis que celles à la verticale seraient de simples rues. Nous faisons également l'hypothèse qu'aucun véhicule ne fait demi-tour. Ainsi, nous fixons les taux de direction des voies d'accès du modèle avec deux carrefours de sorte que

- $t_{w_1,z_1} = t_{w_6,z_2} = 0,8$,
- $t_{w_2,z_1} = t_{w_3,z_1} = t_{w_4,z_2} = t_{w_5,z_2} = 0,45$ et
- $t_{z_2,z_1} = t_{z_1,z_2} = 0$.

De plus, nous choisissons la phase 1 pour chaque carrefour j du modèle avec deux carrefours pour pouvoir respecter la contrainte 1.7, ce qui signifie que la phase 1 n'est pas optimisée et est calculée en fonction des 3 autres phases. Tous les paramètres nécessaires ayant été fixés, nous obtenons le modèle

$$x(k+1) = Ax(k) + Bu(k) + p(k), \forall k = 0, \dots, K, \quad (3.1)$$

avec les vecteurs

$$x = \begin{bmatrix} x_{z_1} \\ x_{z_2} \end{bmatrix}, \quad u = \Delta g = \begin{bmatrix} \Delta g_{j_1,2} \\ \Delta g_{j_1,3} \\ \Delta g_{j_1,4} \\ \Delta g_{j_2,2} \\ \Delta g_{j_2,3} \\ \Delta g_{j_2,4} \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad p = T\Delta d = \begin{bmatrix} T\Delta d_{z_1} \\ T\Delta d_{z_2} \end{bmatrix}$$

et les matrices

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad B \approx \begin{bmatrix} -1,2370 & 0 & 0,9621 & 0 & 0 & -2,8935 \\ -2,8935 & 0 & 0 & 0,9621 & 0 & -1,2370 \end{bmatrix}.$$

En ce qui concerne le modèle avec quatre carrefours, nous considérons deux cas. Dans le premier cas, nous faisons l'hypothèse qu'aucune voie d'accès n'est plus fréquentée qu'une autre tandis que dans le second cas, nous supposons que le réseau routier est fermé à l'extérieur. En d'autres termes, nous ne prenons en compte que les voies d'accès $z_1, z_2, z_3, z_4, z_5, z_6, z_7$ et z_8 dans le deuxième cas. Dans la suite, le premier cas est appelé le cas ouvert alors que le second cas est appelé le cas fermé. Pour respecter la contrainte 1.7, nous choisissons dans les deux cas la phase 4 pour les carrefours j_1 et j_3 , la phase 1 pour le carrefour j_2 et la phase 3 pour le carrefour j_4 . De nouveau, cela signifie que ces phases ne sont pas optimisées et sont calculées en fonction des 3 autres phases de leurs carrefours. Dans les deux cas, nous considérons également qu'aucun véhicule ne fait demi-tour. Dès lors, nous fixons les taux de direction des voies d'accès du modèle avec quatre carrefours tels que

- $t_{z,z_1} = \frac{1}{3}, \forall z \in I_{j_1} \setminus \{z_2\},$
- $t_{z,z_2} = \frac{1}{3}, \forall z \in I_{j_2} \setminus \{z_1\},$
- $t_{z,z_3} = \frac{1}{3}, \forall z \in I_{j_1} \setminus \{z_4\},$
- $t_{z,z_4} = \frac{1}{3}, \forall z \in I_{j_3} \setminus \{z_3\},$
- $t_{z,z_5} = \frac{1}{3}, \forall z \in I_{j_4} \setminus \{z_6\},$
- $t_{z,z_6} = \frac{1}{3}, \forall z \in I_{j_3} \setminus \{z_5\},$
- $t_{z,z_7} = \frac{1}{3}, \forall z \in I_{j_2} \setminus \{z_8\},$
- $t_{z,z_8} = \frac{1}{3}, \forall z \in I_{j_4} \setminus \{z_7\}$ et
- $t_{z_2,z_1} = t_{z_1,z_2} = t_{z_4,z_3} = t_{z_3,z_4} = t_{z_6,z_5} = t_{z_5,z_6} = t_{z_8,z_7} = t_{z_7,z_8} = 0$

pour le cas ouvert et

- $t_{z,z_1} = 0, \forall z \in I_{j_1} \setminus \{z_4\},$
- $t_{z,z_2} = 0, \forall z \in I_{j_2} \setminus \{z_8\},$
- $t_{z,z_3} = 0, \forall z \in I_{j_1} \setminus \{z_2\},$
- $t_{z,z_4} = 0, \forall z \in I_{j_3} \setminus \{z_5\},$
- $t_{z,z_5} = 0, \forall z \in I_{j_4} \setminus \{z_7\},$
- $t_{z,z_6} = 0, \forall z \in I_{j_3} \setminus \{z_3\},$
- $t_{z,z_7} = 0, \forall z \in I_{j_2} \setminus \{z_1\},$
- $t_{z,z_8} = 0, \forall z \in I_{j_4} \setminus \{z_6\}$ et
- $t_{z_4,z_1} = t_{z_8,z_2} = t_{z_2,z_3} = t_{z_5,z_4} = t_{z_7,z_5} = t_{z_3,z_6} = t_{z_1,z_7} = t_{z_6,z_8} = 1$

pour le cas fermé. Maintenant que tous les paramètres nécessaires ont été fixés, nous obtenons le modèle

$$x(k+1) = Ax(k) + Bu(k) + p(k), \forall k = 0, \dots, K, \quad (3.2)$$

avec

$$x = \begin{bmatrix} x_{z_1} \\ x_{z_2} \\ x_{z_3} \\ x_{z_4} \\ x_{z_5} \\ x_{z_6} \\ x_{z_7} \\ x_{z_8} \end{bmatrix}, \quad u = \Delta g = \begin{bmatrix} \Delta g_{j_1,1} \\ \Delta g_{j_1,2} \\ \Delta g_{j_1,3} \\ \Delta g_{j_2,2} \\ \Delta g_{j_2,3} \\ \Delta g_{j_2,4} \\ \Delta g_{j_3,1} \\ \Delta g_{j_3,2} \\ \Delta g_{j_3,3} \\ \Delta g_{j_4,1} \\ \Delta g_{j_4,2} \\ \Delta g_{j_4,4} \end{bmatrix}, \quad p = T\Delta d = \begin{bmatrix} T\Delta d_{z_1} \\ T\Delta d_{z_2} \\ T\Delta d_{z_3} \\ T\Delta d_{z_4} \\ T\Delta d_{z_5} \\ T\Delta d_{z_6} \\ T\Delta d_{z_7} \\ T\Delta d_{z_8} \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

et où

$$B \approx \begin{bmatrix} 0 & -0,9163 & 0 & 0 & 0 & -2,8935 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -2,8935 & 0 & 0 & 0 & -0,9163 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -0,9163 & 0 & 0 & 0 & -2,8935 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -2,8935 & 0 & 0 & 0 & -0,9163 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -2,8935 & 0 & 0 & 0 & -0,9163 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0,9163 & 0 & 0 & 0 & -2,8935 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -0,9163 & 0 & 0 & 0 & 0 & -2,8935 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -2,8935 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0,9163 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

pour le cas ouvert et

$$B \approx \begin{bmatrix} 0 & 0 & 2,7489 & 0 & 0 & -2,8935 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -2,8935 & 0 & 0 & 2,7489 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2,7489 & 0 & 0 & 0 & 0 & -2,8935 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -2,8935 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2,7489 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -2,8935 & 0 & 2,7489 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2,7489 & 0 & 0 & 0 & 0 & -2,8935 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2,7489 & 0 & 0 & 0 & -2,8935 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -2,8935 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2,7489 \end{bmatrix}$$

pour le cas fermé.

Concernant les valeurs nominales, nous considérons que

$$g^N = \begin{bmatrix} g_{j_1,1}^N \\ g_{j_1,2}^N \\ g_{j_1,3}^N \\ g_{j_1,4}^N \\ g_{j_2,1}^N \\ g_{j_2,2}^N \\ g_{j_2,3}^N \\ g_{j_2,4}^N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 30 \\ 50 \\ 30 \\ 30 \\ 30 \\ 30 \\ 30 \\ 50 \end{bmatrix} \quad \text{secondes et} \quad d^N = \begin{bmatrix} d_{z_1}^N \\ d_{z_2}^N \end{bmatrix} \approx \begin{bmatrix} 0,0287 \\ 0,0287 \end{bmatrix} \quad \text{véh/s}$$

pour le modèle à deux carrefours. Pour le modèle à quatre carrefours, nous avons que

$$g^N = \begin{bmatrix} g_{j_1,1}^N \\ g_{j_1,2}^N \\ g_{j_1,3}^N \\ g_{j_1,4}^N \\ g_{j_2,1}^N \\ g_{j_2,2}^N \\ g_{j_2,3}^N \\ g_{j_2,4}^N \\ g_{j_3,1}^N \\ g_{j_3,2}^N \\ g_{j_3,3}^N \\ g_{j_3,4}^N \\ g_{j_4,1}^N \\ g_{j_4,2}^N \\ g_{j_4,3}^N \\ g_{j_4,4}^N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 35 \\ 35 \\ 35 \\ 35 \\ 35 \\ 35 \\ 35 \\ 55 \\ 35 \\ 55 \\ 35 \\ 35 \\ 35 \\ 35 \\ 35 \\ 35 \end{bmatrix} \text{ secondes et } d^N = \begin{bmatrix} d_{z_1}^N \\ d_{z_2}^N \\ d_{z_3}^N \\ d_{z_4}^N \\ d_{z_5}^N \\ d_{z_6}^N \\ d_{z_7}^N \\ d_{z_8}^N \end{bmatrix} \approx \begin{bmatrix} 0,0325 \\ 0,0325 \\ 0,0325 \\ 0,0325 \\ 0,0325 \\ 0,0325 \\ 0,0325 \\ 0,0325 \end{bmatrix} \text{ véh/s}$$

pour le cas ouvert et pour le cas fermé.

3.2 Analyse des résultats

Dans cette section, nous allons analyser les résultats obtenus avec la stratégie TUC. Pour commencer, nous considérerons ceux obtenus pour le modèle à deux carrefours. Enfin, nous discuterons de ceux obtenus pour le modèle à quatre carrefours dans le cas ouvert et dans le cas fermé.

3.2.1 Modèle à deux carrefours

Pour la première simulation réalisée avec $K = 8$, la condition initiale¹ est telle que

$$x(0) \approx \begin{bmatrix} 16,9734 \\ 18,8707 \end{bmatrix} \text{ véhicules}$$

et les demandes sont telles que

$$d(0) \approx \begin{bmatrix} 0,0306 \\ 0,0419 \end{bmatrix} \text{ véh/s, } d(1) \approx \begin{bmatrix} 0,0378 \\ 0,0302 \end{bmatrix} \text{ véh/s, } d(2) \approx \begin{bmatrix} 0,0328 \\ 0,0366 \end{bmatrix} \text{ véh/s,}$$

$$d(3) \approx \begin{bmatrix} 0,0425 \\ 0,0426 \end{bmatrix} \text{ véh/s, } d(4) \approx \begin{bmatrix} 0,0310 \\ 0,0427 \end{bmatrix} \text{ véh/s, } d(5) \approx \begin{bmatrix} 0,0425 \\ 0,0357 \end{bmatrix} \text{ véh/s,}$$

$$d(6) \approx \begin{bmatrix} 0,0403 \\ 0,0308 \end{bmatrix} \text{ véh/s, } d(7) \approx \begin{bmatrix} 0,0348 \\ 0,0419 \end{bmatrix} \text{ véh/s et } d(8) \approx \begin{bmatrix} 0,0401 \\ 0,0425 \end{bmatrix} \text{ véh/s.}$$

1. Dans nos modèles, le nombre de véhicules x peut prendre des valeurs non entières.

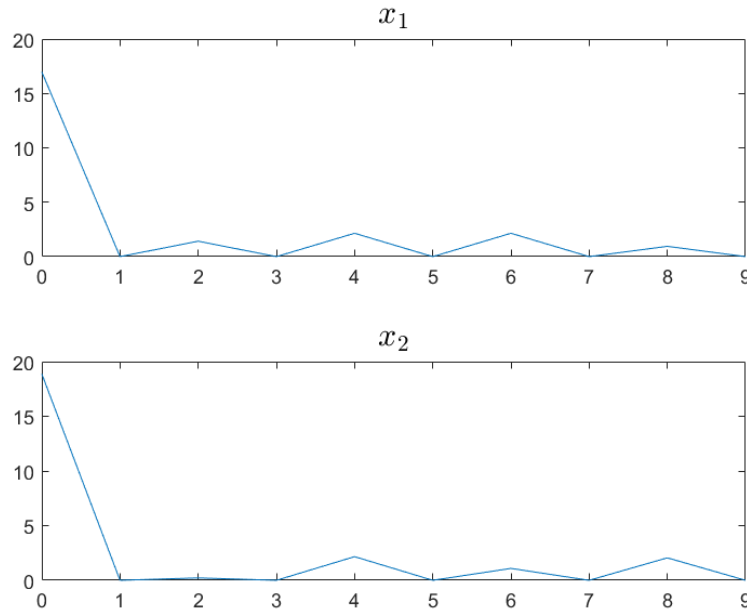


FIGURE 3.4 – Évolution du nombre de véhicules x dans les voies z_1 et z_2 du modèle à deux carrefours en utilisant la stratégie TUC.

Nous pouvons remarquer sur la Figure 3.4 que la stratégie TUC minimise bien le nombre de véhicules dans les voies d'accès z_1 et z_2 . En effet, il y a environ 17 et 19 véhicules sur ces voies au départ et dès que la stratégie TUC est appliquée, il y a moins de 5 véhicules par voie. En ce qui concerne les temps verts, nous observons sur la Figure 3.5 que la stratégie TUC met des temps verts plus élevés à la phase 2 du carrefour j_1 et à la phase 4 du carrefour j_2 . D'ailleurs, ces temps sont encore plus élevés au départ. Cela s'explique par le fait que ces phases sont celles qui permettent de vider les voies d'accès z_1 et z_2 et que ces voies sont presque pleines au départ. Nous remarquons également que les temps verts aux phases 3 des deux carrefours sont constants et égaux à leurs valeurs nominales. Il semble donc que la stratégie TUC n'a pas besoin de contrôler ces temps verts pour minimiser le nombre de véhicules dans les voies d'accès z_1 et z_2 . Nous supposons que cela vient du fait que les taux de direction des voies qui entrent dans les voies d'accès z_1 et z_2 lors de la phase 3 sont faibles. C'est également le cas pour les taux de direction des voies qui entrent dans les voies d'accès z_1 et z_2 lors de la phase 1. Cependant, la stratégie TUC n'y a pas accès vu que c'est la phase choisie pour respecter la condition 1.7. Sur la Figure 3.6, nous pouvons voir que le critère quadratique J ainsi que ses parties associées aux états x et aux entrées de contrôle Δg augmentent légèrement au fur et à mesure que le temps passe. Cela est normal vu que nous leur ajoutons des normes positives à chaque pas. Néanmoins, le fait que cette augmentation soit légère est une preuve que la stratégie TUC tente de minimiser autant que possible le critère quadratique. En regardant les normes des états x et des entrées de contrôle Δg sur la Figure 3.7, nous remarquons que ces normes sont élevées au départ et plus faibles ensuite. Cette observation est en accord avec ce que nous avons vu sur les Figures 3.4 et 3.5. De plus, nous observons que lorsque la norme de x est plus élevée, la norme de Δg l'est également, ce qui est logique vu qu'il faut appliquer un plus grand contrôle pour minimiser un plus grand nombre de véhicules dans les voies d'accès.

Comme deuxième simulation, nous décidons de vérifier notre hypothèse selon laquelle la stratégie

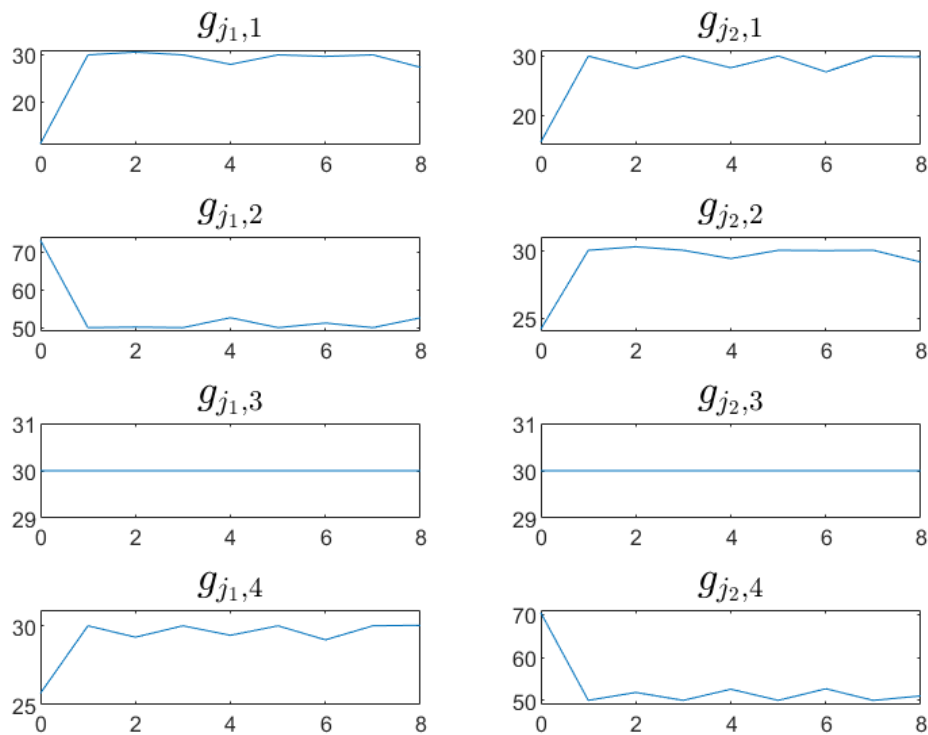


FIGURE 3.5 – Évolution des temps verts g dans les carrefours j_1 et j_2 du modèle à deux carrefours en utilisant la stratégie TUC.

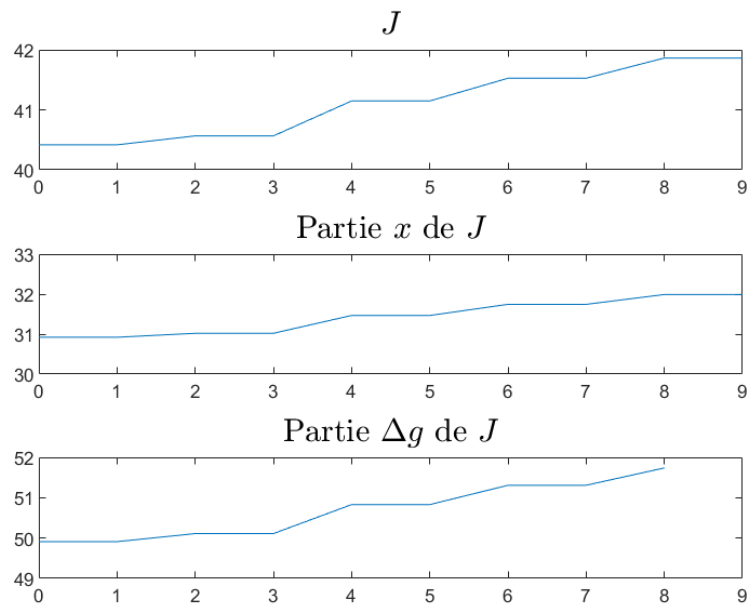


FIGURE 3.6 – Évolution du critère quadratique J et de ses parties x et Δg pour le modèle à deux carrefours en utilisant la stratégie TUC (avec $r=0,05$).

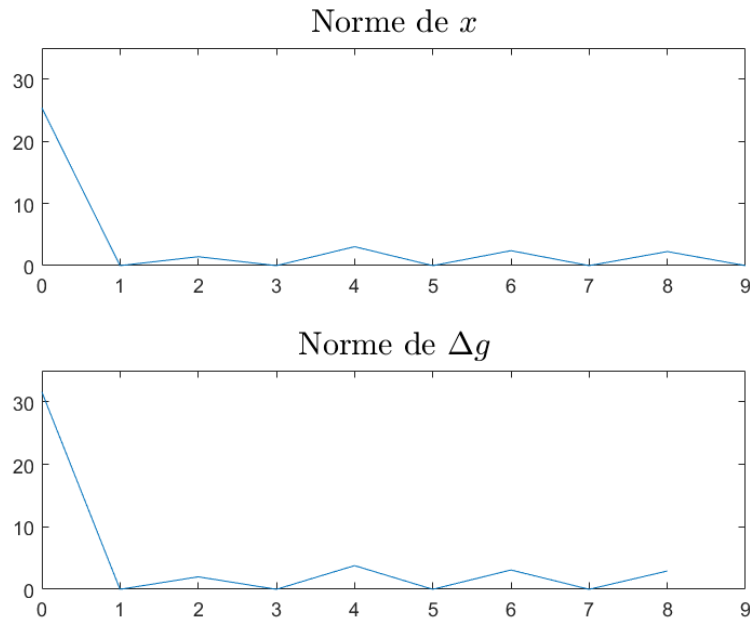


FIGURE 3.7 – Évolution des normes de x et Δg pour le modèle à deux carrefours en utilisant la stratégie TUC.

TUC ne contrôle pas les temps verts aux phases 3 des deux carrefours à cause des valeurs des taux de direction qui entrent dans les voies d'accès z_1 et z_2 lors de cette phase. Dès lors, nous changeons les valeurs des taux de direction du modèle 3.1 de sorte que

- $t_{w_1, z_1} = t_{w_6, z_2} = t_{w_2, z_1} = t_{w_3, z_1} = t_{w_4, z_2} = t_{w_5, z_2} = \frac{1}{3}$ et
- $t_{z_2, z_1} = t_{z_1, z_2} = 0$.

Nous obtenons alors le même modèle que le modèle 3.1, mais avec la matrice

$$B \approx \begin{bmatrix} -0,9163 & 0 & 0 & 0 & 0 & -2,8935 \\ -2,8935 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0,9163 \end{bmatrix}.$$

Pour cette simulation, nous avons que

$$K = 8, \quad x(0) \approx \begin{bmatrix} 9,3080 \\ 6,3823 \end{bmatrix} \text{ véhicules,}$$

$$d(0) \approx \begin{bmatrix} 0,0407 \\ 0,0407 \end{bmatrix} \text{ véh/s, } d(1) \approx \begin{bmatrix} 0,0457 \\ 0,0454 \end{bmatrix} \text{ véh/s, } d(2) \approx \begin{bmatrix} 0,0429 \\ 0,0386 \end{bmatrix} \text{ véh/s,}$$

$$d(3) \approx \begin{bmatrix} 0,0456 \\ 0,0411 \end{bmatrix} \text{ véh/s, } d(4) \approx \begin{bmatrix} 0,0382 \\ 0,0477 \end{bmatrix} \text{ véh/s, } d(5) \approx \begin{bmatrix} 0,0467 \\ 0,0414 \end{bmatrix} \text{ véh/s,}$$

$$d(6) \approx \begin{bmatrix} 0,0426 \\ 0,0420 \end{bmatrix} \text{ véh/s, } d(7) \approx \begin{bmatrix} 0,0358 \\ 0,0373 \end{bmatrix} \text{ véh/s et } d(8) \approx \begin{bmatrix} 0,0401 \\ 0,0362 \end{bmatrix} \text{ véh/s.}$$

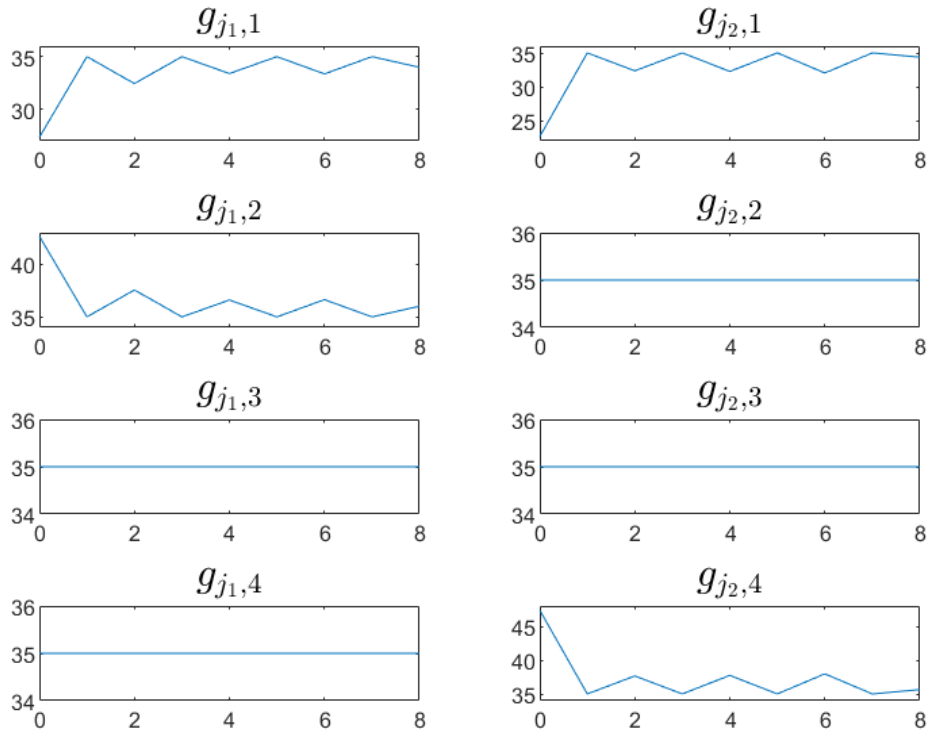


FIGURE 3.8 – Évolution des temps verts g dans les carrefours j_1 et j_2 du modèle à deux carrefours permettant de vérifier notre hypothèse en utilisant la stratégie TUC.

De plus, nous changeons les valeurs nominales du modèle 3.1 de sorte que

$$g^N = \begin{bmatrix} 35 \\ 35 \\ 35 \\ 35 \\ 35 \\ 35 \\ 35 \\ 35 \end{bmatrix} \text{ secondes et } d^N \approx \begin{bmatrix} 0,0325 \\ 0,0325 \end{bmatrix} \text{ véh/s.}$$

Sur la Figure 3.8, nous remarquons que, cette fois-ci, non seulement les temps verts aux phases 3 des deux carrefours sont constants et égaux à leurs valeurs nominales, mais le temps vert à la phase 4 du carrefour j_1 et celui à la phase 2 du carrefour j_2 le sont aussi. Ce changement s'explique par le fait que les taux de direction des voies associées aux temps verts de la phase 4 du carrefour j_1 et de la phase 2 du carrefour j_2 sont plus faibles que pour la première simulation. Il semble donc que, dans ce cas, la stratégie TUC n'a besoin de contrôler que les temps verts à la phase 2 du carrefour j_1 et à la phase 4 du carrefour j_2 , c'est-à-dire les temps aux phases qui permettent de vider les voies d'accès z_1 et z_2 . Les observations principales effectuées pour la première simulation restent valables ici et ne sont pas répétées. Les figures associées se trouvent dans la section A.1 de l'annexe A. Le cas que nous considérons étant assez simple, nous supposons qu'il est normal que la stratégie TUC réussisse facilement à rester proche des valeurs nominales

de temps verts et à minimiser le nombre de véhicules dans les voies d'accès du réseau.

Ensuite, nous voulons voir la différence lorsque les demandes d sont proches de la demande nominale d^N et lorsque celles-ci sont plus grandes ou égales à la demande nominale d^N . Autrement dit, nous voulons voir comment la stratégie TUC réagit en conditions de demandes normales et en conditions de demandes plus élevées que d'habitude. Pour cette troisième simulation, nous avons que

$$K = 8, x(0) \approx \begin{bmatrix} 11, 2155 \\ 20, 7528 \end{bmatrix} \text{ véhicules,}$$

$$d(0) \approx \begin{bmatrix} 0, 0166 \\ 0, 0174 \end{bmatrix} \text{ véh/s, } d(1) \approx \begin{bmatrix} 0, 0145 \\ 0, 0379 \end{bmatrix} \text{ véh/s, } d(2) \approx \begin{bmatrix} 0, 0168 \\ 0, 0218 \end{bmatrix} \text{ véh/s,}$$

$$d(3) \approx \begin{bmatrix} 0, 0268 \\ 0, 0196 \end{bmatrix} \text{ véh/s, } d(4) \approx \begin{bmatrix} 0, 0186 \\ 0, 0394 \end{bmatrix} \text{ véh/s, } d(5) \approx \begin{bmatrix} 0, 0302 \\ 0, 0389 \end{bmatrix} \text{ véh/s,}$$

$$d(6) \approx \begin{bmatrix} 0, 0245 \\ 0, 0259 \end{bmatrix} \text{ véh/s, } d(7) \approx \begin{bmatrix} 0, 0213 \\ 0, 0197 \end{bmatrix} \text{ véh/s et } d(8) \approx \begin{bmatrix} 0, 0264 \\ 0, 0403 \end{bmatrix} \text{ véh/s}$$

pour le cas où $d \approx d^N$ et

$$d(0) \approx \begin{bmatrix} 0, 0351 \\ 0, 0426 \end{bmatrix} \text{ véh/s, } d(1) \approx \begin{bmatrix} 0, 0399 \\ 0, 0412 \end{bmatrix} \text{ véh/s, } d(2) \approx \begin{bmatrix} 0, 0345 \\ 0, 0403 \end{bmatrix} \text{ véh/s,}$$

$$d(3) \approx \begin{bmatrix} 0, 0418 \\ 0, 0325 \end{bmatrix} \text{ véh/s, } d(4) \approx \begin{bmatrix} 0, 0307 \\ 0, 0371 \end{bmatrix} \text{ véh/s, } d(5) \approx \begin{bmatrix} 0, 0308 \\ 0, 0377 \end{bmatrix} \text{ véh/s,}$$

$$d(6) \approx \begin{bmatrix} 0, 0361 \\ 0, 0298 \end{bmatrix} \text{ véh/s, } d(7) \approx \begin{bmatrix} 0, 0305 \\ 0, 0322 \end{bmatrix} \text{ véh/s et } d(8) \approx \begin{bmatrix} 0, 0295 \\ 0, 0423 \end{bmatrix} \text{ véh/s}$$

pour le cas où $d \geq d^N$. Sur la Figure 3.9, nous observons que le nombre de véhicules dans les voies d'accès z_1 et z_2 est globalement plus faible lorsque $d \approx d^N$ que lorsque $d \geq d^N$. De plus, nous remarquons sur la Figure 3.10 que les temps verts aux carrefours j_1 et j_2 ont tendance à être plus proches de leurs valeurs nominales si $d \approx d^N$ que si $d \geq d^N$. Sur la Figure 3.11, les normes des états x et des entrées de contrôle Δg sont aussi généralement plus petites dans le cas où $d \approx d^N$ que dans le cas où $d \geq d^N$. Cela est confirmé quand nous regardons la Figure 3.12. En effet, le critère quadratique J ainsi que ses parties associées aux états x et aux entrées de contrôle Δg ont des valeurs plus élevées lorsque $d \geq d^N$ que lorsque $d \approx d^N$. Cela signifie donc bien que la stratégie TUC a plus de mal à minimiser le nombre de véhicules dans les voies et à rester proches des valeurs nominales de temps verts quand $d \geq d^N$ que quand $d \approx d^N$, ce qui semble tout à fait logique. De fait, il est évident qu'il est plus difficile de contrôler un réseau routier avec plus de demandes qu'avec moins de demandes. De nouveau, les commentaires que nous avons faits pour la première simulation sont valables pour cette simulation, que ce soit pour le nombre de véhicules x dans les voies z_1 et z_2 , les temps verts g dans les carrefours j_1 et j_2 , le critère quadratique J ainsi que les normes des états x et des entrées de contrôle Δg . La seule différence est que le temps vert de la phase 3 du carrefour j_1 n'est pas égal à sa valeur nominale

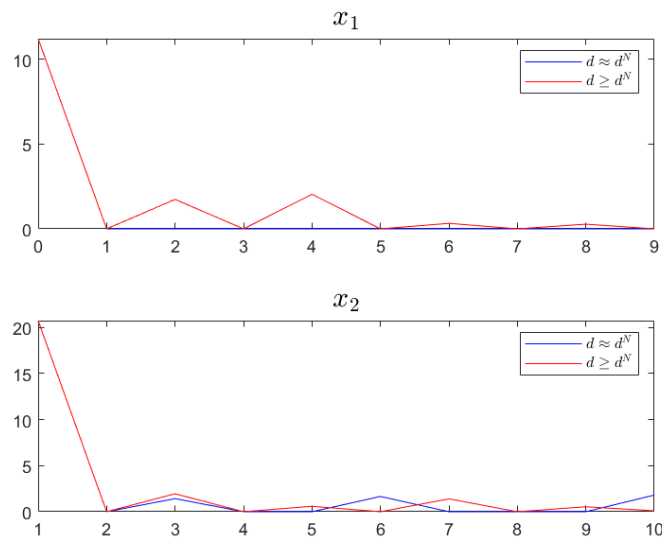


FIGURE 3.9 – Évolution du nombre de véhicules x dans les voies z_1 et z_2 du modèle à deux carrefours en utilisant la stratégie TUC lorsque $d \approx d^N$ et lorsque $d \geq d^N$.

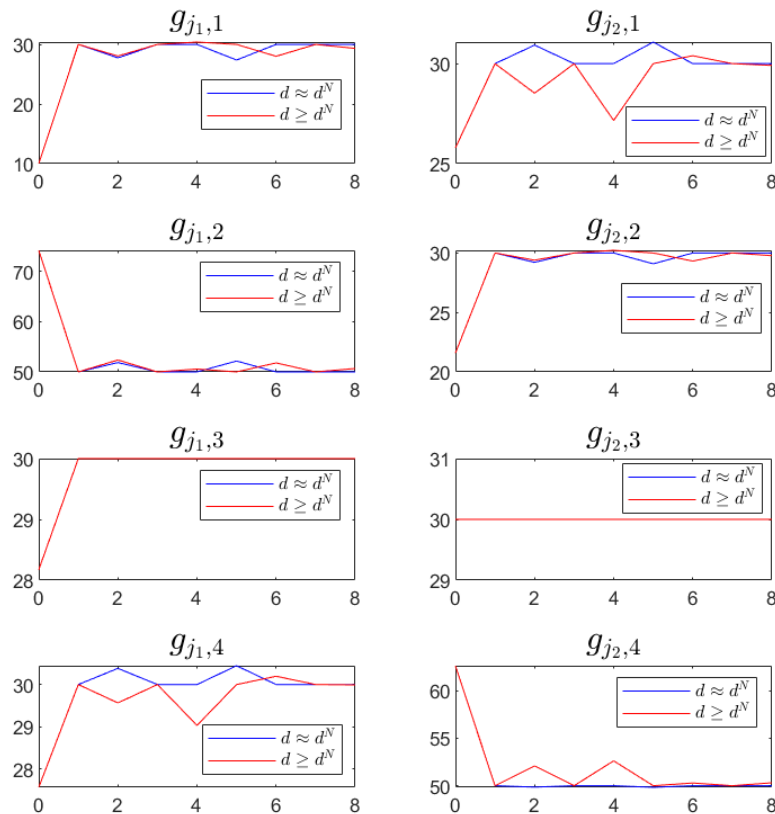


FIGURE 3.10 – Évolution des temps verts g dans les carrefours j_1 et j_2 du modèle à deux carrefours en utilisant la stratégie TUC lorsque $d \approx d^N$ et lorsque $d \geq d^N$.

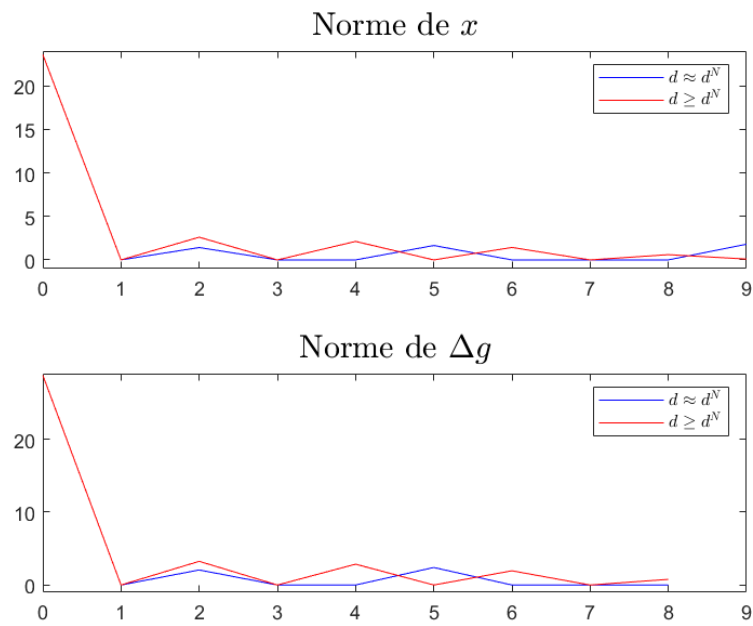


FIGURE 3.11 – Évolution des normes de x et Δg pour le modèle à deux carrefours en utilisant la stratégie TUC lorsque $d \approx d^N$ et lorsque $d \geq d^N$.

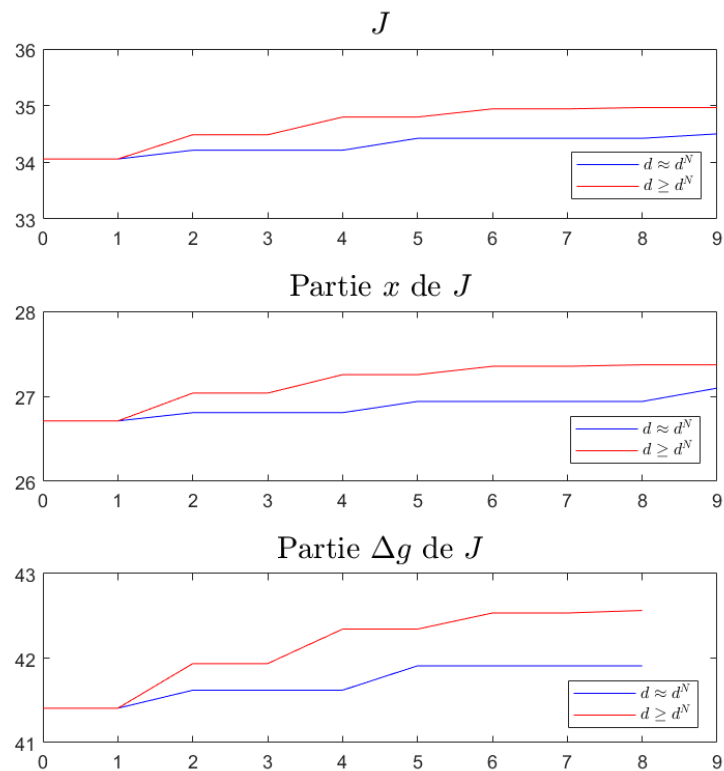


FIGURE 3.12 – Évolution du critère quadratique J et de ses parties x et Δg pour le modèle à deux carrefours en utilisant la stratégie TUC lorsque $d \approx d^N$ et lorsque $d \geq d^N$ (avec $r=0,05$).

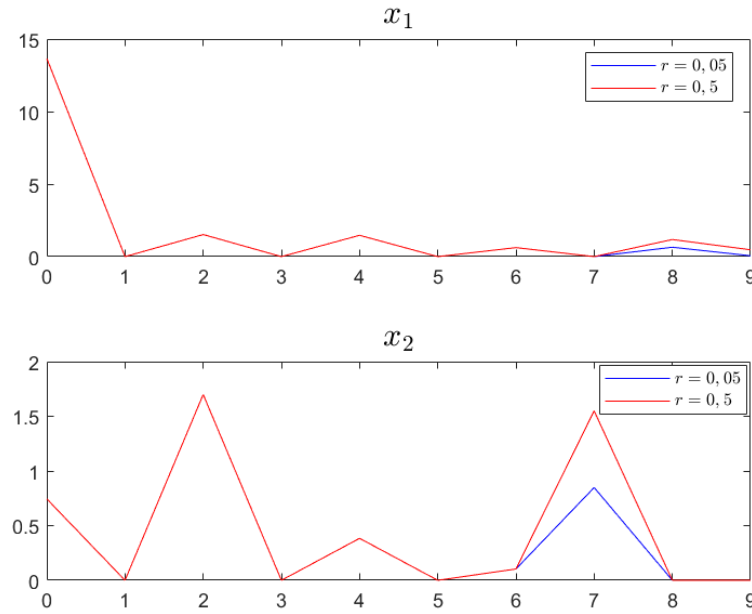


FIGURE 3.13 – Évolution du nombre de véhicules x dans les voies z_1 et z_2 du modèle à deux carrefours en utilisant la stratégie TUC lorsque $r = 0,05$ et lorsque $r = 0,5$.

au départ. Nous faisons l'hypothèse que cela est dû au fait que le nombre de véhicules dans la voie z_2 est initialement presque égal à la limite de véhicules admissibles dans cette voie.

Enfin, nous souhaitons observer la différence lorsque le paramètre de pondération r est égal à 0,05 et lorsqu'il est égal à 0,5. En d'autres termes, nous souhaitons observer comment la stratégie TUC réagit avec un poids plus ou moins faible sur le terme du critère quadratique associé au fait de rester proche des valeurs nominales de temps verts. Pour cette quatrième simulation, nous avons que

$$K = 8, x(0) \approx \begin{bmatrix} 13,6613 \\ 0,7440 \end{bmatrix} \text{ véhicules,}$$

$$d(0) \approx \begin{bmatrix} 0,0410 \\ 0,0422 \end{bmatrix} \text{ véh/s, } d(1) \approx \begin{bmatrix} 0,0385 \\ 0,0396 \end{bmatrix} \text{ véh/s, } d(2) \approx \begin{bmatrix} 0,0394 \\ 0,0344 \end{bmatrix} \text{ véh/s,}$$

$$d(3) \approx \begin{bmatrix} 0,0382 \\ 0,0312 \end{bmatrix} \text{ véh/s, } d(4) \approx \begin{bmatrix} 0,0389 \\ 0,0292 \end{bmatrix} \text{ véh/s, } d(5) \approx \begin{bmatrix} 0,0327 \\ 0,0294 \end{bmatrix} \text{ véh/s,}$$

$$d(6) \approx \begin{bmatrix} 0,0301 \\ 0,0406 \end{bmatrix} \text{ véh/s, } d(7) \approx \begin{bmatrix} 0,0387 \\ 0,0333 \end{bmatrix} \text{ véh/s et } d(8) \approx \begin{bmatrix} 0,0424 \\ 0,0292 \end{bmatrix} \text{ véh/s.}$$

Sur la Figure 3.13, nous observons que le nombre de véhicules dans les voies d'accès z_1 et z_2 est plus faible lorsque $r = 0,05$ que lorsque $r = 0,5$. En outre, nous remarquons sur la Figure 3.14 que les temps verts aux carrefours j_1 et j_2 ont tendance à être plus proches de leurs valeurs nominales si $r = 0,5$ que si $r = 0,05$. Sur la Figure 3.15, la norme des états x est plus petite

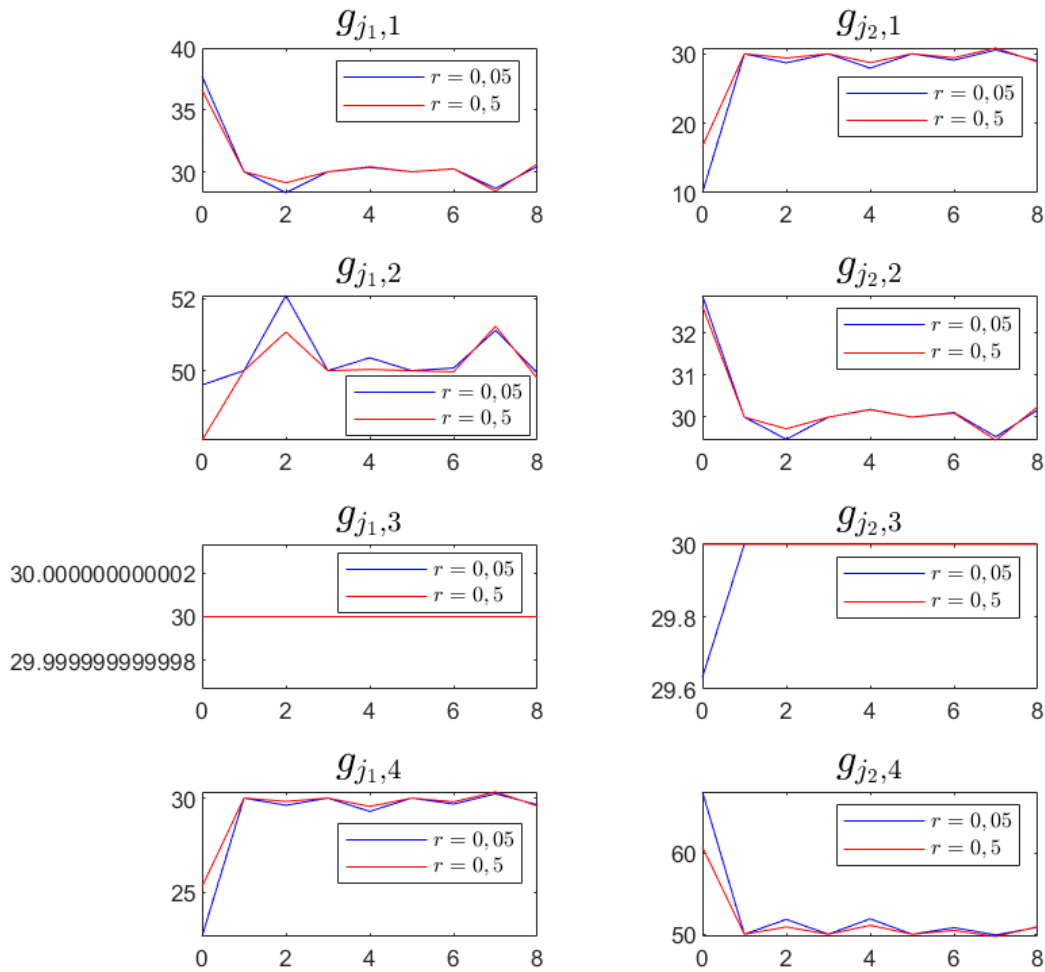


FIGURE 3.14 – Évolution des temps verts g dans les carrefours j_1 et j_2 du modèle à deux carrefours en utilisant la stratégie TUC lorsque $r = 0,05$ et lorsque $r = 0,5$.

dans le cas où $r = 0,05$ que dans le cas où $r = 0,5$, alors que c'est l'inverse pour la norme des entrées de contrôle Δg . Nous remarquons également sur la Figure 3.16 que la partie du critère quadratique J associée aux états x est plus faible lorsque $r = 0,05$ que lorsque $r = 0,5$. Cela montre bien que la stratégie TUC met plus d'importance sur le fait de minimiser le nombre de véhicules dans les voies et moins d'importance sur le fait de rester proche des valeurs nominales de temps verts quand $r = 0,05$ et inversement quand $r = 0,5$. Notons tout de même que la différence lorsque $r = 0,05$ et lorsque $r = 0,5$ est faible. De plus, nous tenons à préciser que si le critère quadratique J et sa partie associée aux entrées de contrôle Δg sont plus élevées lorsque le paramètre de pondération r est plus élevé sur la Figure 3.16, c'est parce que ce paramètre intervient dans la manière de les calculer.

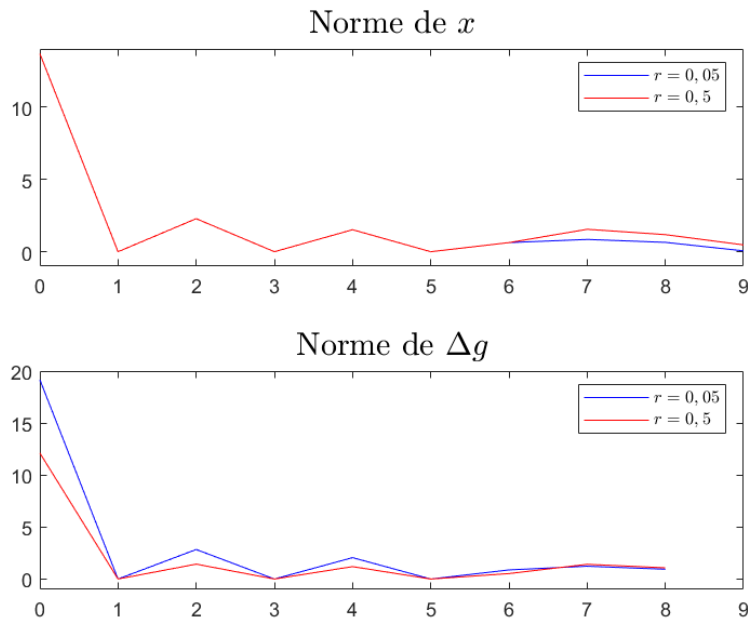


FIGURE 3.15 – Évolution des normes de x et Δg pour le modèle à deux carrefours en utilisant la stratégie TUC lorsque $r = 0,05$ et lorsque $r = 0,5$.

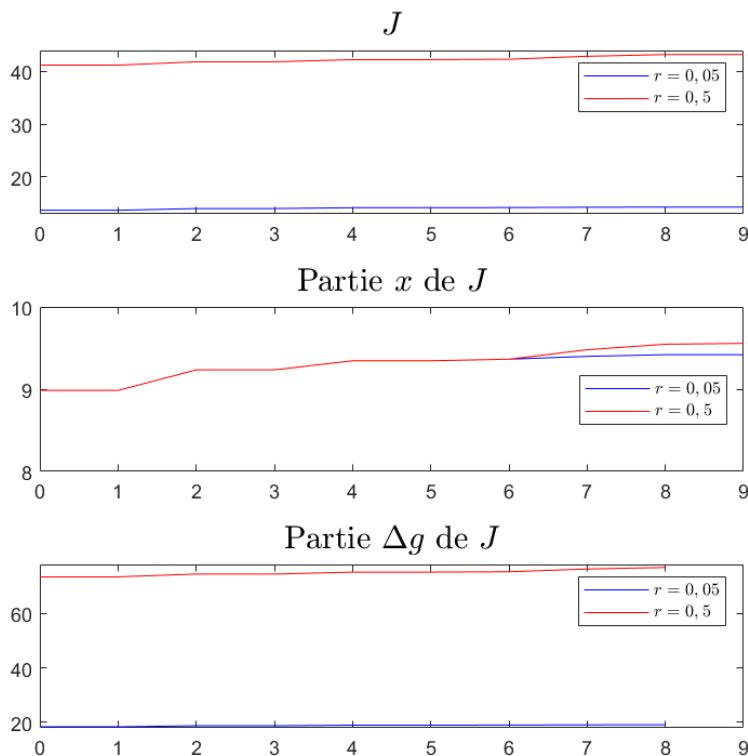


FIGURE 3.16 – Évolution du critère quadratique J et de ses parties x et Δg pour le modèle à deux carrefours en utilisant la stratégie TUC lorsque $r = 0,05$ et lorsque $r = 0,5$.

3.2.2 Modèle à quatre carrefours

Pour le cas ouvert du modèle à quatre carrefours, nous avons que

$$K = 8 \text{ et } x(0) \approx \begin{bmatrix} 14,2441 \\ 2,7517 \\ 15,0568 \\ 2,2990 \\ 2,4478 \\ 13,3483 \\ 6,8503 \\ 13,6211 \end{bmatrix} \text{ véhicules.}$$

Les demandes d de cette simulation se trouvent dans la section A.2 de l'annexe A. Comme dans le cas du modèle à deux carrefours, nous pouvons remarquer sur la Figure 3.17 que la stratégie TUC minimise bien le nombre de véhicules dans les voies d'accès $z_1, z_2, z_3, z_4, z_5, z_6, z_7$ et z_8 du modèle à quatre carrefours dans le cas ouvert. En effet, dès que la stratégie TUC est appliquée, il y a moins de 5 véhicules par voie. En ce qui concerne les temps verts, nous observons sur la Figure 3.18 que la stratégie TUC met des temps verts plus élevés au départ aux phases 3 et 4 du carrefour j_2 , à la phase 1 du carrefour j_3 et à la phase 4 du carrefour j_4 . Cela s'explique par le fait que ces phases sont celles qui permettent de vider les voies d'accès z_1, z_3, z_6 et z_8 qui sont les voies les plus remplies au départ. Ensuite, tous les temps verts sont proches de leurs valeurs nominales, ce qui est normal vu qu'il y a moins de 5 véhicules par voie et qu'ici, il ne suffit pas de vider les voies comme dans le cas simple du modèle à deux carrefours car vider une voie revient à en remplir une autre. Sur la Figure 3.19, nous pouvons voir que le critère quadratique J ainsi que ses parties associées aux états x et aux entrées de contrôle Δg augmentent légèrement au fur et à mesure que le temps passe, comme pour le modèle à deux carrefours. De nouveau, cela est normal vu que nous leur ajoutons des normes positives à chaque pas et le fait que cette augmentation soit légère est une preuve que la stratégie TUC tente de minimiser autant que possible le critère quadratique. En regardant les normes des états x et des entrées de contrôle Δg sur la Figure 3.20, nous remarquons que ces normes sont élevées au départ et plus faibles ensuite comme pour le modèle à deux carrefours. Cette observation est en accord avec ce que nous avons vu sur les Figures 3.17 et 3.18. De plus, nous observons à nouveau que lorsque la norme de x est plus élevée, la norme de Δg l'est également, ce qui est logique vu qu'il faut appliquer un plus grand contrôle pour minimiser un plus grand nombre de véhicules dans les voies d'accès.

Pour le cas fermé du modèle à quatre carrefours, nous considérons que

$$K = 8 \text{ et } x(0) \approx \begin{bmatrix} 11,5061 \\ 13,1226 \\ 0,6665 \\ 12,8065 \\ 7,5502 \\ 1,0319 \\ 10,1994 \\ 4,0106 \end{bmatrix} \text{ véhicules.}$$

Les demandes d de cette simulation sont données dans la section A.2 de l'annexe A. Sur la Figure 3.21, nous remarquons que la stratégie TUC minimise mal le nombre de véhicules dans les voies d'accès $z_1, z_2, z_3, z_4, z_5, z_6, z_7$ et z_8 du modèle à quatre carrefours dans le cas fermé. En effet, le nombre de véhicules par voie est périodiquement égal à zéro, puis à la limite de

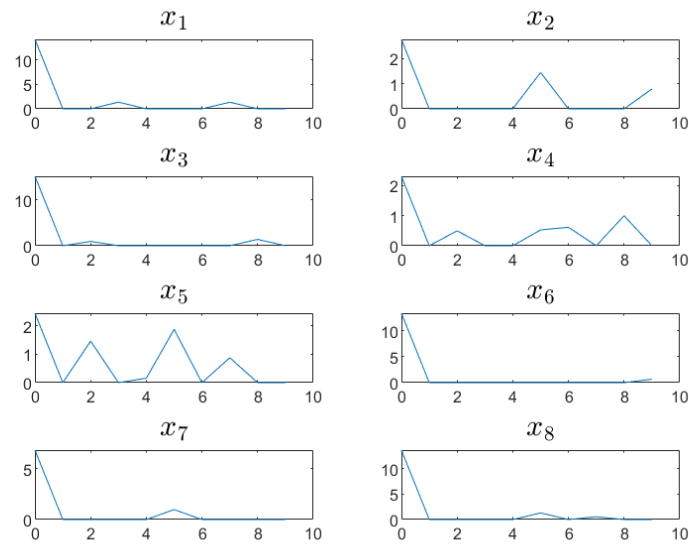


FIGURE 3.17 – Évolution du nombre de véhicules x dans les voies $z_1, z_2, z_3, z_4, z_5, z_6, z_7$ et z_8 du modèle à quatre carrefours dans le cas ouvert en utilisant la stratégie TUC.

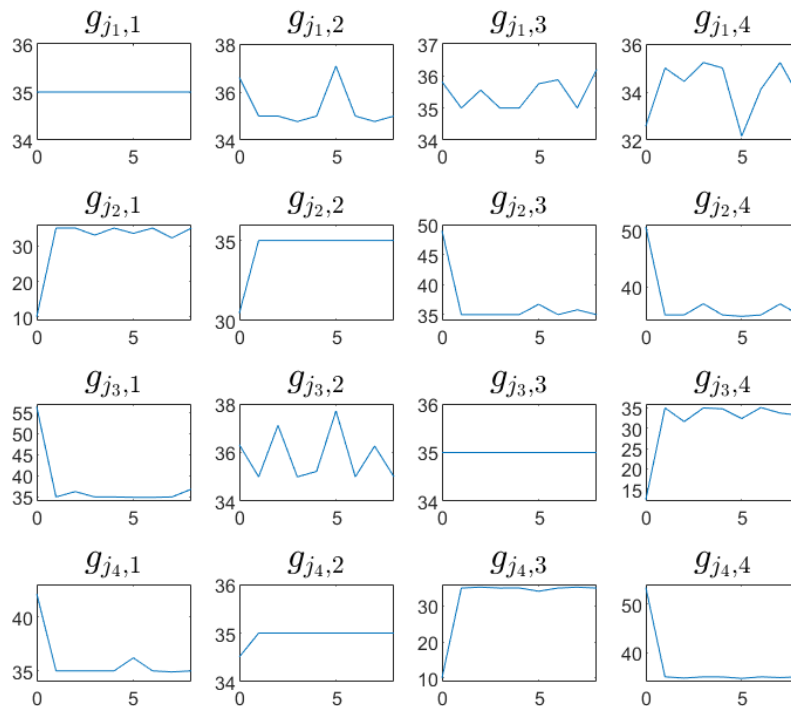


FIGURE 3.18 – Évolution des temps verts g dans les carrefours j_1, j_2, j_3 et j_4 du modèle à quatre carrefours dans le cas ouvert en utilisant la stratégie TUC.

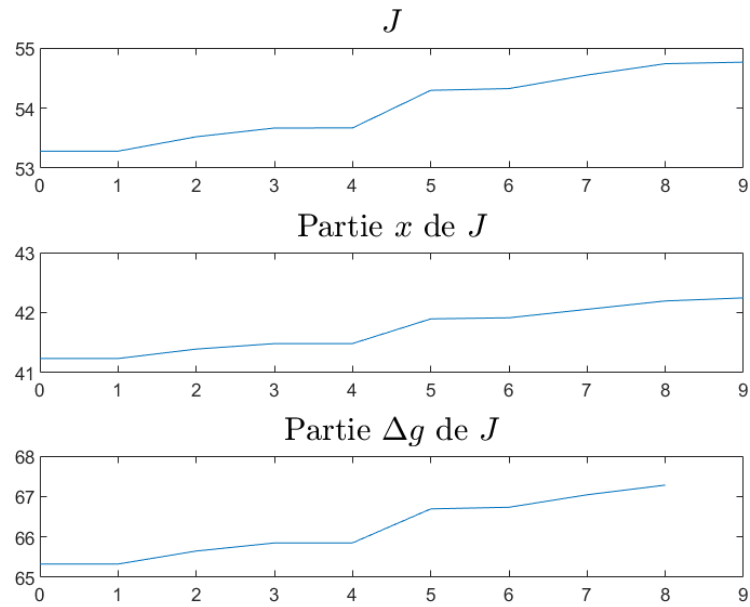


FIGURE 3.19 – Évolution du critère quadratique J et de ses parties x et Δg pour le modèle à quatre carrefours dans le cas ouvert en utilisant la stratégie TUC (avec $r=0,05$).

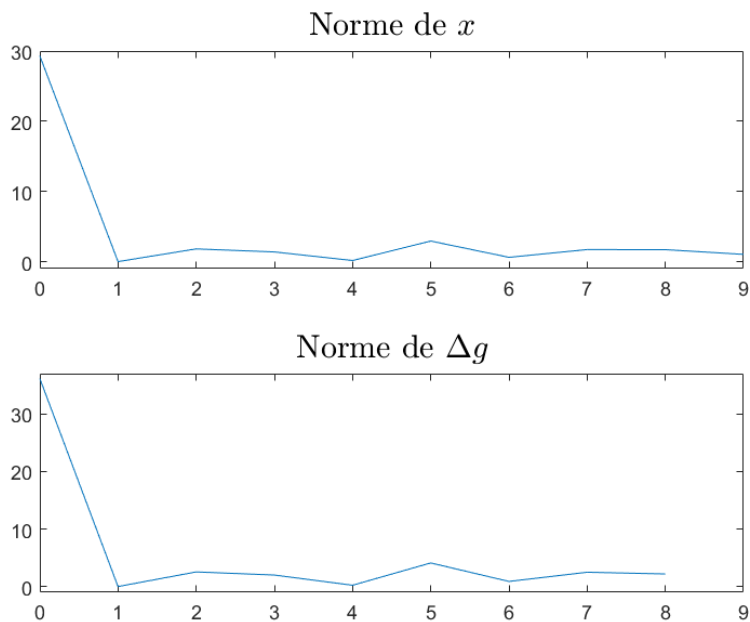


FIGURE 3.20 – Évolution des normes de x et Δg pour le modèle à quatre carrefours dans le cas ouvert en utilisant la stratégie TUC.

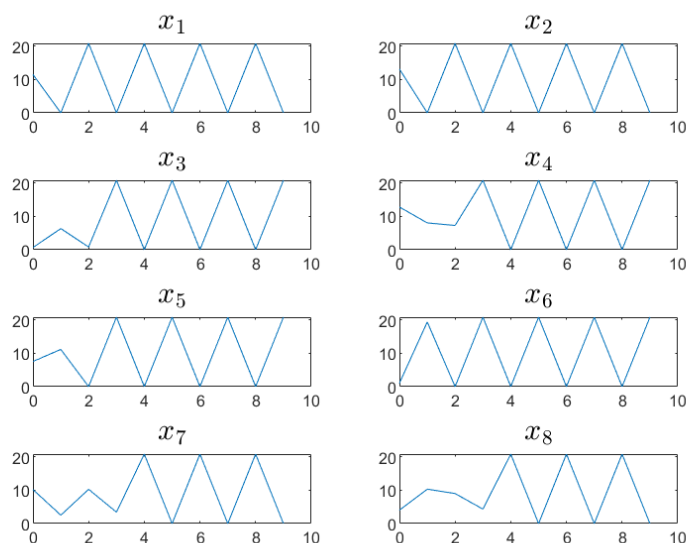


FIGURE 3.21 – Évolution du nombre de véhicules x dans les voies $z_1, z_2, z_3, z_4, z_5, z_6, z_7$ et z_8 du modèle à quatre carrefours dans le cas fermé en utilisant la stratégie TUC.

véhicules admissibles par voie. Dans cette situation, nous pouvons observer sur la Figure 3.22 que la stratégie TUC égale en tout temps les temps verts des phases 1 et 4 du carrefour j_1 , des phases 1 et 2 du carrefour j_2 , des phases 3 et 4 du carrefour j_3 et des phases 2 et 3 du carrefour j_4 à leurs valeurs minimales admissibles. Cela s'explique par le fait que ces phases permettent de vider les voies $w_1, w_2, w_3, w_4, w_5, w_6, w_7$ et w_8 dont le nombre de voitures n'influence pas la fonction objectif. Nous remarquons également que les temps verts aux phases 3 et 4 du carrefour j_2 et aux phases 1 et 2 du carrefour j_3 se stabilisent au cours du temps, alors que ceux aux phases 2 et 3 du carrefour j_1 et aux phases 1 et 4 du carrefour j_4 deviennent périodiques au fil du temps. Nous supposons que si les temps verts à ces phases des carrefours j_2 et j_3 ont le même comportement et que les temps verts à ces phases des carrefours j_1 et j_4 ont le même comportement, c'est parce que les carrefours j_2 et j_3 ne sont pas reliés l'un à l'autre et ont des places symétriques l'un par rapport à l'autre, tout comme les carrefours j_1 et j_4 . Sur la Figure 3.23, le critère quadratique J et ses parties associées aux états x et aux entrées de contrôle Δg augmentent fortement cette fois-ci au fur et à mesure que le temps passe. Cela confirme que dans le cas fermé du modèle à quatre carrefours, la stratégie TUC a du mal à minimiser le critère quadratique. De plus, nous observons sur la Figure 3.24 que les normes des états x et des entrées de contrôle Δg se stabilisent avec le temps. La seule différence est qu'avant de se stabiliser, la norme des états x augmentait alors que celle des entrées de contrôle Δg diminuait. C'est logique vu qu'au moins nous appliquons de contrôle sur le réseau, au plus il y a de risque que le nombre de véhicules dans les voies augmentent. Notons que l'échec de la stratégie TUC peut s'expliquer ici par le fait que les contraintes ne sont pas gérées de manière optimale avec cette méthode, ce qui motive l'utilisation, dans la suite, de la méthode MPC qui est bien adaptée pour prendre en compte les contraintes.

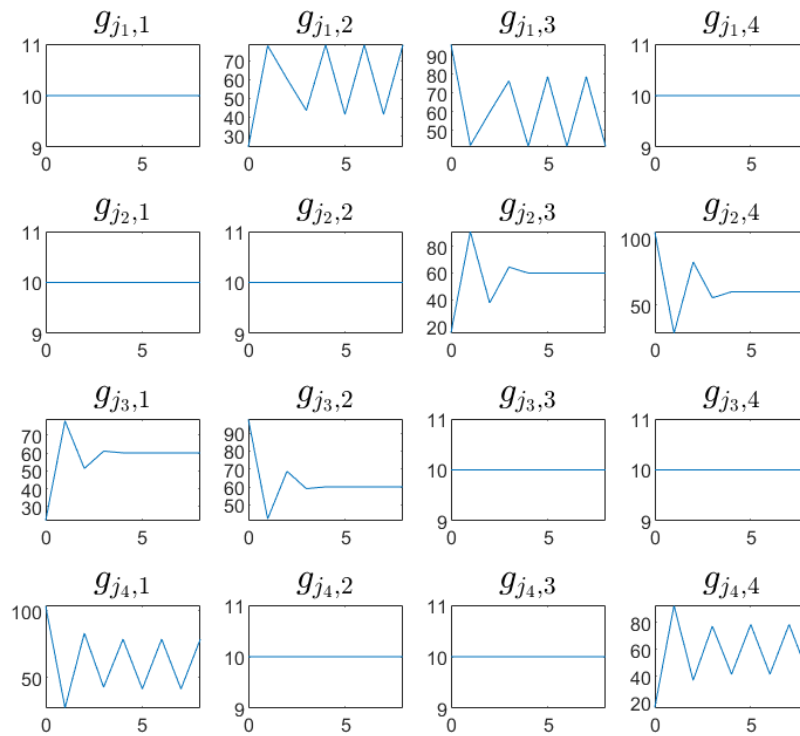


FIGURE 3.22 – Évolution des temps verts g dans les carrefours j_1 , j_2 , j_3 et j_4 du modèle à quatre carrefours dans le cas fermé en utilisant la stratégie TUC.

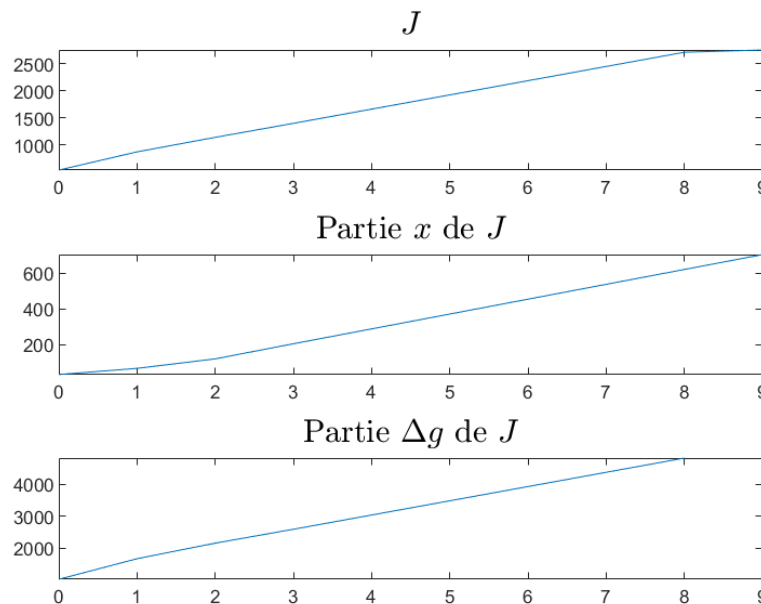


FIGURE 3.23 – Évolution du critère quadratique J et de ses parties x et Δg pour le modèle à quatre carrefours dans le cas fermé en utilisant la stratégie TUC (avec $r=0,05$).

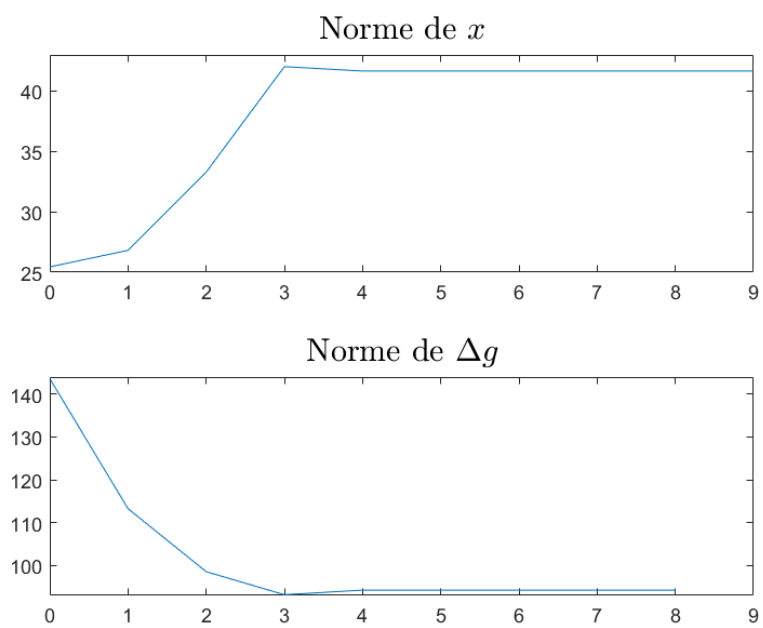


FIGURE 3.24 – Évolution des normes de x et Δg pour le modèle à quatre carrefours dans le cas fermé en utilisant la stratégie TUC.

Chapitre 4

MPC

Dans ce chapitre, nous allons présenter les résultats obtenus en utilisant la méthode MPC. Pour commencer, nous analyserons ceux recueillis pour les modèles à deux et quatre carrefours déjà considérés dans la section 3.1 du chapitre 3. Ensuite, nous comparerons les résultats obtenus avec la stratégie TUC et avec MPC. Enfin, nous développerons une méthode de contrôle basée sur les données en combinant l'algorithme DMD avec la technique MPC.

4.1 Analyse des résultats

Premièrement, nous décidons d'analyser les résultats obtenus avec MPC pour le cas simple du modèle à deux carrefours 3.1. Cette simulation est réalisée avec

$$K = 8, \quad x(0) \approx \begin{bmatrix} 9, 1405 \\ 7, 9491 \end{bmatrix} \text{ véhicules,}$$

$$d(0) \approx \begin{bmatrix} 0, 0398 \\ 0, 0402 \end{bmatrix} \text{ véh/s, } d(1) \approx \begin{bmatrix} 0, 0314 \\ 0, 0358 \end{bmatrix} \text{ véh/s, } d(2) \approx \begin{bmatrix} 0, 0352 \\ 0, 0380 \end{bmatrix} \text{ véh/s,}$$

$$d(3) \approx \begin{bmatrix} 0, 0389 \\ 0, 0396 \end{bmatrix} \text{ véh/s, } d(4) \approx \begin{bmatrix} 0, 0327 \\ 0, 0385 \end{bmatrix} \text{ véh/s, } d(5) \approx \begin{bmatrix} 0, 0382 \\ 0, 0311 \end{bmatrix} \text{ véh/s,}$$

$$d(6) \approx \begin{bmatrix} 0, 0305 \\ 0, 0359 \end{bmatrix} \text{ véh/s, } d(7) \approx \begin{bmatrix} 0, 0425 \\ 0, 0336 \end{bmatrix} \text{ véh/s et } d(8) \approx \begin{bmatrix} 0, 0372 \\ 0, 0320 \end{bmatrix} \text{ véh/s.}$$

De plus, la demande donnée à MPC est égale initialement à sa valeur nominale, puis à la valeur de la demande apparue précédemment. En outre, l'horizon de prédiction de MPC vaut 8. Sur la Figure 4.1, nous remarquons que, comme la stratégie TUC, MPC minimise bien le nombre de véhicules dans les voies d'accès z_1 et z_2 . De fait, ce nombre reste inférieur à 5 à partir du moment où MPC est utilisé. En ce qui concerne les temps verts, nous observons sur la Figure 4.2 que MPC fixe ceux des phases 3 des carrefours j_1 et j_2 à leurs valeurs nominales et qu'il met des temps plus élevés à la phase 2 du carrefour j_1 et à la phase 4 du carrefour j_2 . Notons également que les temps verts sont plus éloignés de leurs valeurs nominales au début, puis s'en rapprochent. Pour rappel, c'est aussi ce que fait la stratégie TUC et il est logique que les temps verts soient fixés de cette manière. En effet, les temps verts de la phase 2 du carrefour j_1 et de la phase 4 du carrefour j_2 sont ceux qui permettent de vider les voies d'accès z_1 et z_2 . De plus, les voies qui ont

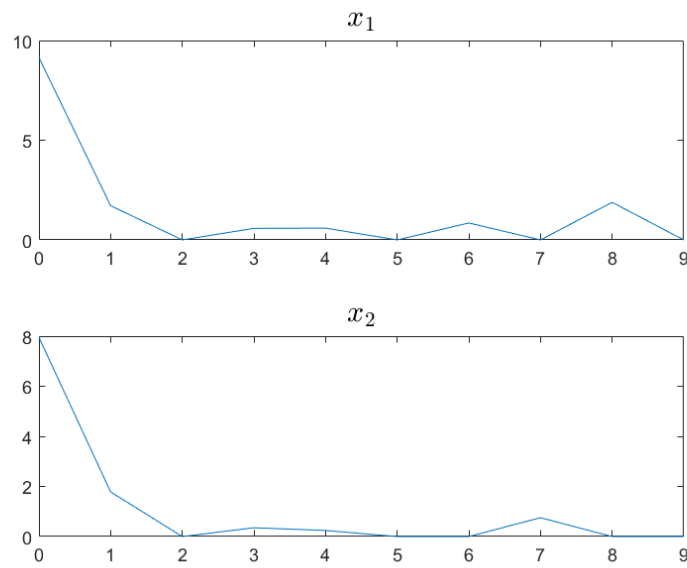


FIGURE 4.1 – Évolution du nombre de véhicules x dans les voies z_1 et z_2 du modèle à deux carrefours en utilisant MPC.

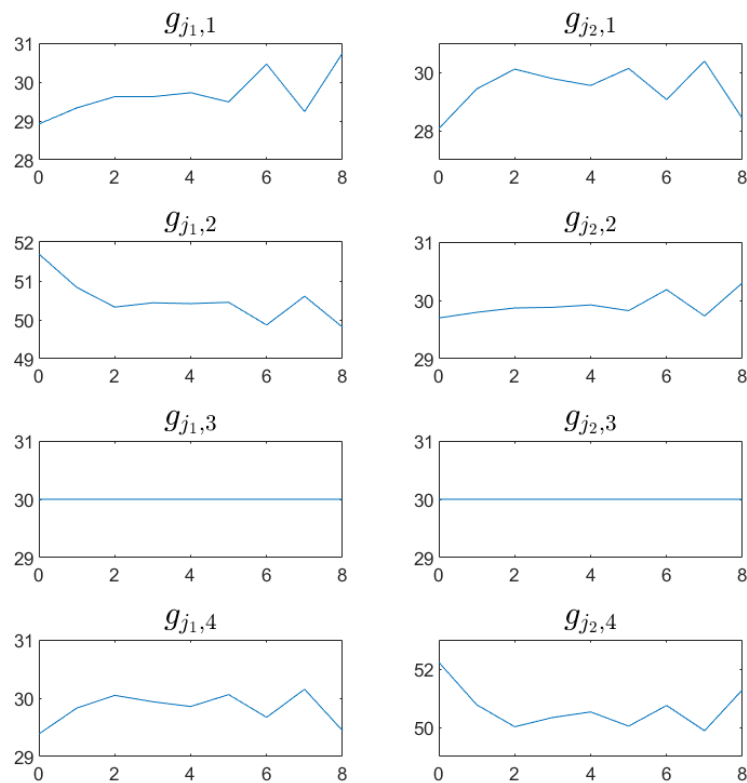


FIGURE 4.2 – Évolution des temps verts g dans les carrefours j_1 et j_2 du modèle à deux carrefours en utilisant MPC.

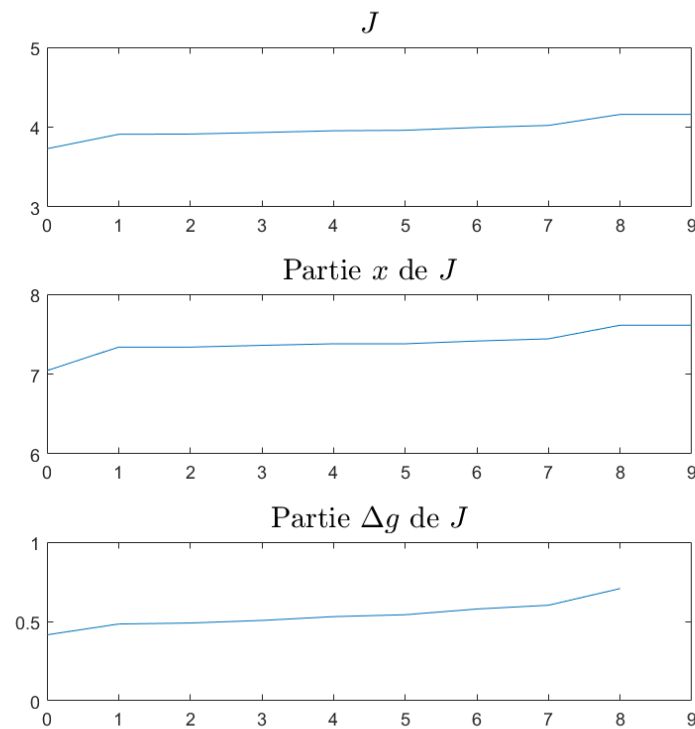


FIGURE 4.3 – Évolution du critère quadratique J et de ses parties x et Δg pour le modèle à deux carrefours en utilisant MPC (avec $r=0,05$).

la priorité lors des phases 3 des carrefours j_1 et j_2 sont les voies avec les taux de direction les plus faibles auxquelles MPC a accès. Comme pour la stratégie TUC, le fait que le critère quadratique J et ses parties associées aux états et aux entrées de contrôle augmentent légèrement sur la Figure 4.3 prouve que MPC tente de minimiser le critère quadratique et ses différentes parties le plus possible. Sur la Figure 4.4, les normes des états et des entrées de contrôle confirment que MPC minimise le nombre de véhicules dans les voies d'accès z_1 et z_2 et reste proche des valeurs nominales de temps verts. Effectivement, la norme des états est toujours plus petite que 5 après que MPC a été appliqué et la norme des entrées de contrôle reste proche de zéro. D'ailleurs, l'évolution de ces normes dans le temps est similaire, ce qui est logique vu que selon qu'il y ait plus ou moins de véhicules dans les voies, MPC doit appliquer un contrôle plus ou moins grand.

Ensuite, nous prenons la décision de discuter des résultats obtenus en utilisant MPC pour le modèle à quatre carrefours dans le cas ouvert et dans le cas fermé 3.2. Dans la suite, comme la méthode MPC n'a pas encore été utilisée pour contrôler des réseaux routiers contrairement à la stratégie TUC, nous comparons la situation lorsque MPC est appliquée et lorsqu'aucun contrôle n'est appliqué. En d'autres termes, nous comparons ce qu'il se passe si MPC calcule les temps verts à mettre aux feux de signalisation et si ce sont les valeurs nominales de temps verts qui sont appliquées en tout temps. Nous décidons également d'observer ce qui arrive lorsqu'une grande perturbation, correspondant à une grande demande, est appliquée à un moment donné.

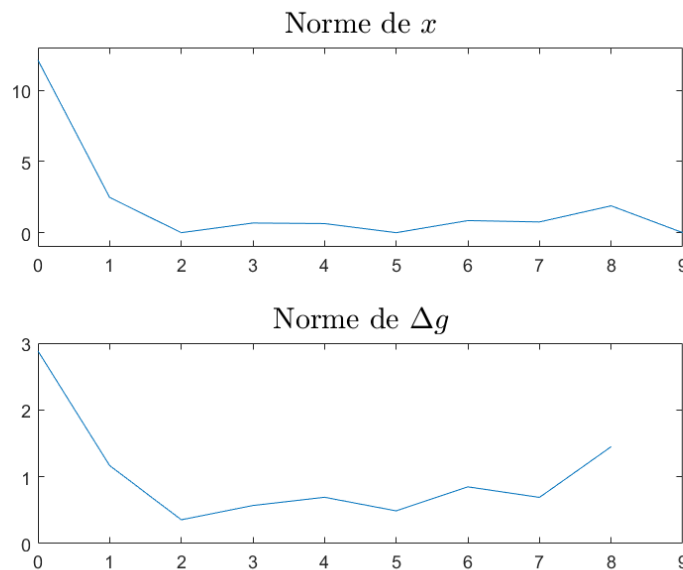


FIGURE 4.4 – Évolution des normes de x et Δg pour le modèle à deux carrefours en utilisant MPC.

Pour le cas ouvert du modèle à quatre carrefours,

$$K = 8 \text{ et } x(0) \approx \begin{bmatrix} 2,8701 \\ 17,4317 \\ 2,8875 \\ 12,2544 \\ 7,6283 \\ 16,8075 \\ 10,4954 \\ 10,1999 \end{bmatrix} \text{ véhicules.}$$

Les demandes d de cette simulation sont données dans la section B.1 de l'annexe B. D'ailleurs, la grande perturbation correspond au double de la valeur nominale de demande et elle intervient en $k = 5$. De plus, l'horizon de prédiction de MPC vaut 8 et la demande donnée à MPC est égale initialement à sa valeur nominale, puis à la valeur de la demande apparue précédemment. Sur la Figure 4.5, nous remarquons que la méthode MPC minimise bien le nombre de véhicules x dans les voies $z_1, z_2, z_3, z_4, z_5, z_6, z_7$ et z_8 du modèle à quatre carrefours dans le cas ouvert. En effet, ce nombre est inférieur à 5 dès que MPC est utilisé, sauf quand une grande perturbation est appliquée en $k = 5$. En ce qui concerne la comparaison avec et sans contrôle, il est évident que le nombre de véhicules x dans les voies $z_1, z_2, z_3, z_4, z_5, z_6, z_7$ et z_8 est plus bas lorsqu'un contrôle est appliqué. De fait, nous voyons clairement sur la Figure 4.5 que ce nombre est toujours nettement plus élevé lorsqu'il n'y a pas de contrôle que lorsque nous utilisons MPC. De plus, nous observons sur la Figure 4.6 que la méthode MPC met des temps verts plus élevés au départ aux phases 2 et 3 du carrefour j_1 , à la phase 3 du carrefour j_2 et aux phases 1 et 4 du carrefour j_4 . Cela s'explique par le fait que ces phases sont celles qui permettent de vider les voies d'accès z_2, z_4, z_6, z_7 et z_8 , qui sont les voies les plus remplies au départ. Ensuite, tous les temps verts sont proches de leurs valeurs nominales sauf lorsque $k = 5$, ce qui est normal vu qu'il y a moins de 5 véhicules par voie sauf lorsque $k = 5$ et qu'ici, il ne suffit pas de vider les voies comme dans le cas simple du modèle à deux carrefours car vider une voie revient à en remplir une autre. Par

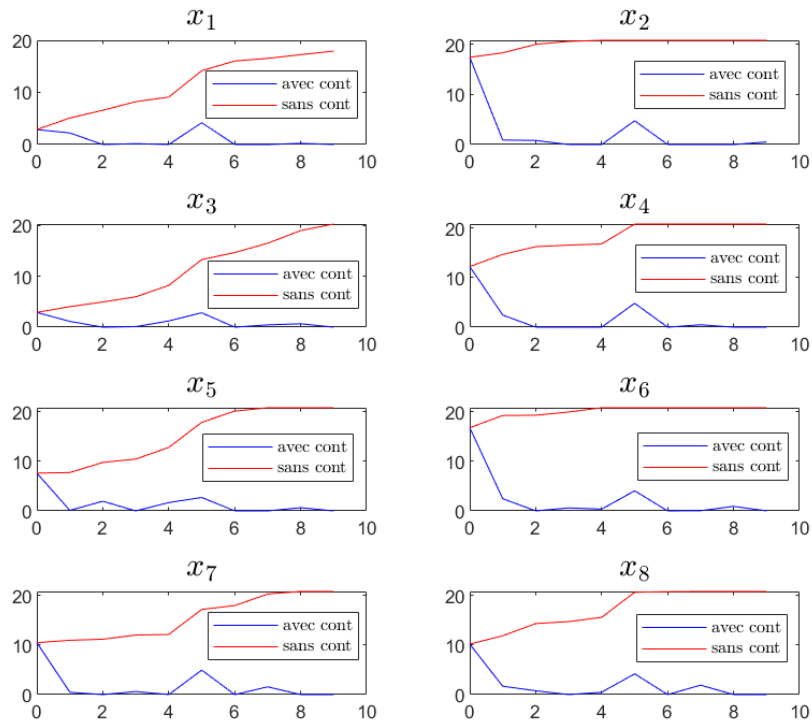


FIGURE 4.5 – Évolution du nombre de véhicules x dans les voies $z_1, z_2, z_3, z_4, z_5, z_6, z_7$ et z_8 du modèle à quatre carrefours dans le cas ouvert en utilisant la méthode MPC et sans contrôle.

contre, les temps verts sont tous égaux à leurs valeurs nominales en tout temps si aucun contrôle n'est appliqué. Sur la Figure 4.7, nous pouvons voir que le critère quadratique J ainsi que ses parties associées aux états x et aux entrées de contrôle Δg augmentent légèrement au fur et à mesure que le temps passe si nous utilisons MPC, comme pour le modèle à deux carrefours. De nouveau, le fait que cette augmentation soit légère est une preuve que la méthode MPC tente de minimiser autant que possible le critère quadratique. Nous observons également que ce critère et sa partie associée aux états x sont fortement plus élevés lorsqu'aucun contrôle n'est utilisé, contrairement à sa partie associée aux entrées de contrôle Δg . En regardant les normes des états x et des entrées de contrôle Δg sur la Figure 4.8, nous remarquons que ces normes sont élevées au départ et plus faibles ensuite sauf lorsque $k = 5$. Cette observation est en accord avec ce que nous avons vu sur les Figures 4.5 et 4.6. De plus, nous observons à nouveau que lorsque la norme de x est plus élevée, la norme de Δg l'est également, ce qui est logique vu qu'il faut appliquer un plus grand contrôle pour minimiser un plus grand nombre de véhicules dans les voies d'accès. En outre, la norme des états x est nettement plus faible lorsque la méthode MPC est utilisée que lorsqu'il n'y a pas de contrôle et inversement, mais dans une moindre mesure, pour la norme de Δg , ce qui confirme ce que nous avons déjà observé avec le critère quadratique.

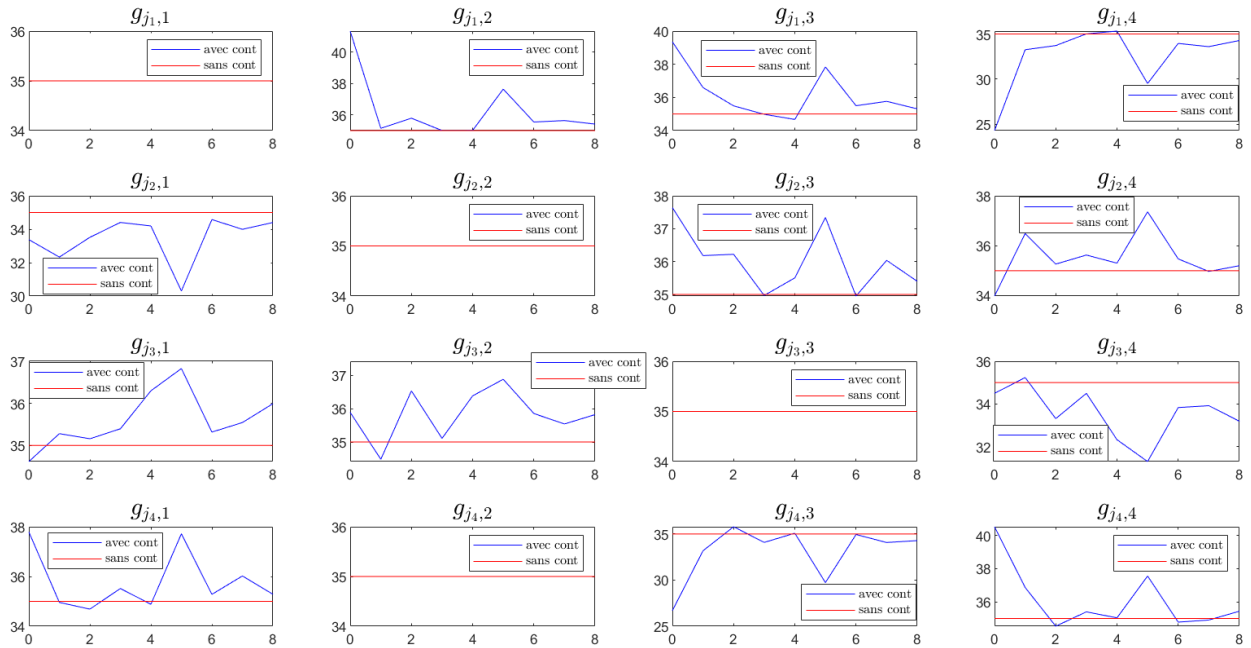


FIGURE 4.6 – Évolution des temps verts g dans les carrefours j_1 , j_2 , j_3 et j_4 du modèle à quatre carrefours dans le cas ouvert en utilisant la méthode MPC et sans contrôle.

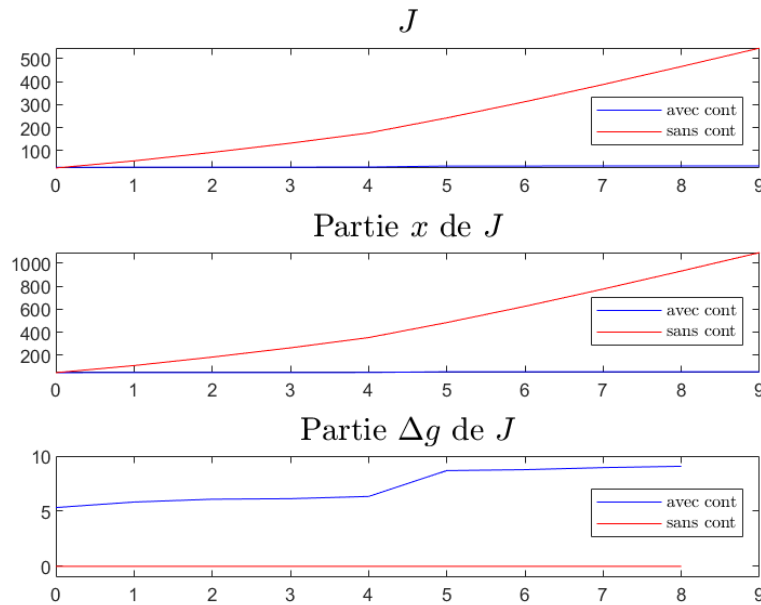


FIGURE 4.7 – Évolution du critère quadratique J et de ses parties x et Δg pour le modèle à quatre carrefours dans le cas ouvert en utilisant la méthode MPC et sans contrôle (avec $r=0,05$).

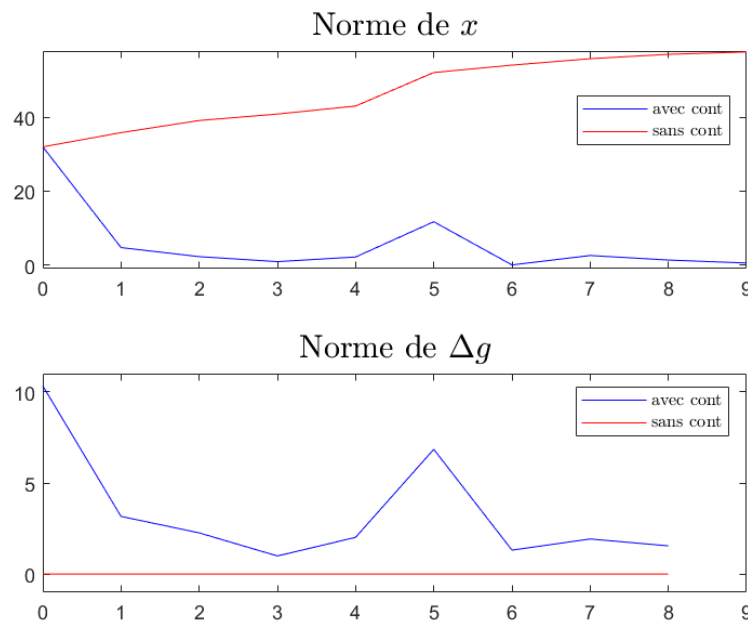


FIGURE 4.8 – Évolution des normes de x et Δg pour le modèle à quatre carrefours dans le cas ouvert en utilisant la méthode MPC et sans contrôle.

Pour le cas fermé du modèle à quatre carrefours,

$$K = 8 \text{ et } x(0) \approx \begin{bmatrix} 2,0645 \\ 10,2034 \\ 4,0259 \\ 18,6644 \\ 2,0644 \\ 0,9201 \\ 11,6103 \\ 16,0936 \end{bmatrix} \text{ véhicules.}$$

Les demandes d de cette simulation se trouvent dans la section B.1 de l'annexe B. D'ailleurs, la grande perturbation correspond au double de la valeur nominale de demande et elle intervient en $k = 5$. De nouveau, l'horizon de prédiction de MPC vaut 8 et la demande donnée à MPC est égale initialement à sa valeur nominale, puis à la valeur de la demande apparue précédemment. Sur la Figure 4.9, nous remarquons que, comme la stratégie TUC, la méthode MPC a du mal à minimiser le nombre de véhicules x dans les voies $z_1, z_2, z_3, z_4, z_5, z_6, z_7$ et z_8 du modèle à quatre carrefours dans le cas fermé. En effet, ce nombre ne reste pas en dessous d'une valeur, mais oscille au fur et à mesure du temps. Ce phénomène d'oscillations est dû au fait que les véhicules dans les voies sont en quelque sorte bloqués dans le réseau, ce qui fait que lorsqu'il y a beaucoup de véhicules dans une voie, ils passent dans la voie suivante et ainsi de suite jusqu'à ce qu'ils reviennent dans la voie de départ. De fait, il semblerait qu'il y ait un effet de délais lorsque la méthode MPC tente de contrôler le réseau dans le cas fermé du modèle à quatre carrefours. En ce qui concerne la comparaison avec et sans contrôle, il semble que le nombre de véhicules x dans les voies $z_1, z_2, z_3, z_4, z_5, z_6, z_7$ et z_8 oscille moins lorsqu'aucun contrôle est appliqué. Cependant, en se basant uniquement sur cette figure, il est difficile de conclure si ce nombre est globalement plus petit avec ou sans contrôle. Dans cette situation, nous pouvons observer sur la

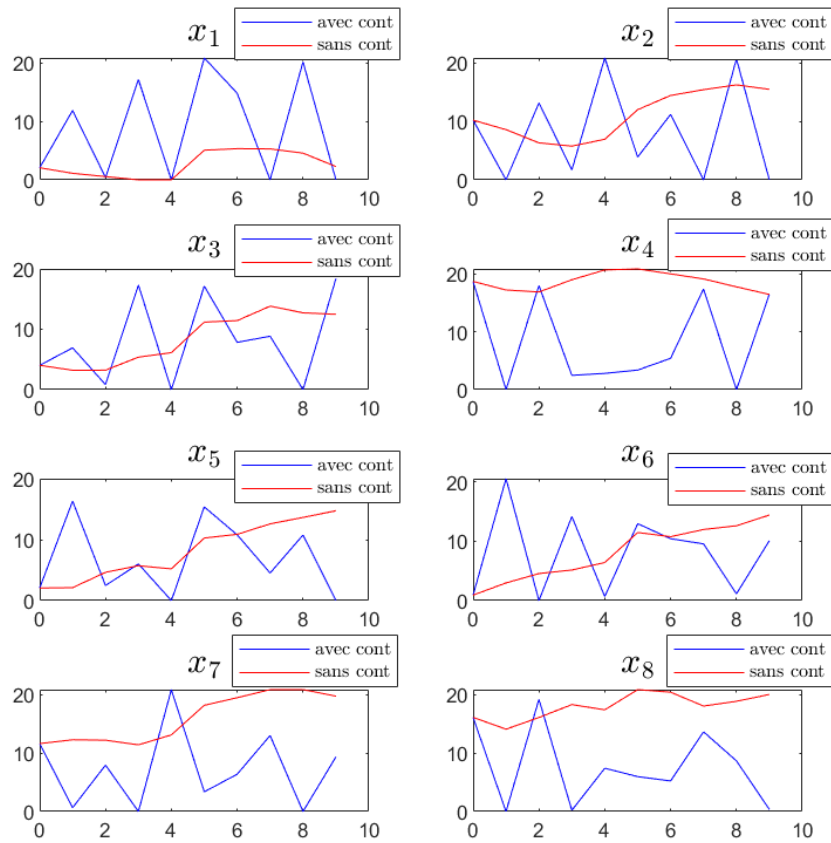


FIGURE 4.9 – Évolution du nombre de véhicules x dans les voies $z_1, z_2, z_3, z_4, z_5, z_6, z_7$ et z_8 du modèle à quatre carrefours dans le cas fermé en utilisant la méthode MPC et sans contrôle.

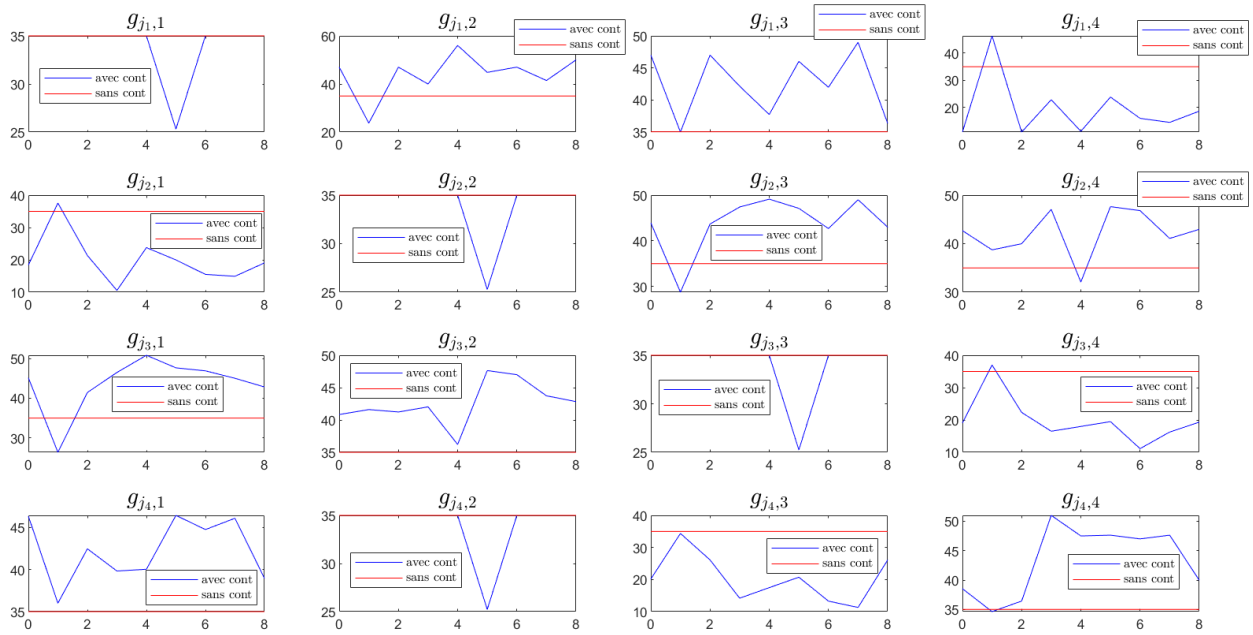


FIGURE 4.10 – Évolution des temps verts g dans les carrefours j_1 , j_2 , j_3 et j_4 du modèle à quatre carrefours dans le cas fermé en utilisant la méthode MPC et sans contrôle.

Figure 4.10 que la méthode MPC attribue généralement des temps verts inférieurs à leurs valeurs nominales aux phases 1 et 4 du carrefour j_1 , aux phases 1 et 2 du carrefour j_2 , aux phases 3 et 4 du carrefour j_3 et aux phases 2 et 3 du carrefour j_4 , alors qu'elle attribue généralement des temps verts supérieurs à leurs valeurs nominales aux autres phases de ces carrefours. Cela s'explique par le fait que les phases 1 et 4 du carrefour j_1 , 1 et 2 du carrefour j_2 , 3 et 4 du carrefour j_3 et 2 et 3 du carrefour j_4 permettent de vider les voies $w_1, w_2, w_3, w_4, w_5, w_6, w_7$ et w_8 dont le nombre de voitures n'influence pas la fonction objectif, contrairement aux autres phases de ces carrefours qui permettent de vider les voies $z_1, z_2, z_3, z_4, z_5, z_6, z_7$ et z_8 . Il est également intéressant de remarquer que lorsque $k = 5$, le temps vert à la phase 1 du carrefour j_1 , ceux aux phases 2 des carrefours j_2 et j_4 et celui à la phase 3 du carrefour j_3 ne sont plus constants et égaux à leurs valeurs nominales, mais inférieurs à celles-ci. Cela s'explique par le fait que la grande perturbation est appliquée quand $k = 5$. Concernant la situation lorsqu'il n'y a pas de contrôle, les temps verts sont à nouveau tous égaux à leurs valeurs nominales en tout temps. Sur la Figure 4.11, le critère quadratique J et ses parties associées aux états x et aux entrées de contrôle Δg augmentent fortement cette fois-ci au fur et à mesure que le temps passe lorsque la méthode MPC est utilisée. Cela confirme que dans le cas fermé du modèle à quatre carrefours, cette méthode a du mal à minimiser le critère quadratique. De nouveau, il est normal que la partie associée aux entrées de contrôle du critère quadratique soit nulle lorsqu'aucun contrôle est appliqué vu que les temps verts sont alors tous égaux à leurs valeurs nominales. Lorsque nous regardons ce critère, nous remarquons qu'il est mieux minimisé lorsqu'aucun contrôle n'est utilisé. Cependant, si nous nous penchons sur ces différentes parties, nous observons qu'au final, sa partie associée aux états x est mieux minimisée si MPC est appliqué que si aucun contrôle ne l'est, et inversement pour sa partie associée aux entrées de contrôle Δg . Cela est confirmé par les normes des états x et des entrées de contrôle Δg qui sont illustrées sur la Figure 4.12. De fait, la norme des états x est au départ plus faible lorsqu'il n'y a aucun contrôle, puis plus faible lorsque nous utilisons MPC, tandis que la norme des entrées de contrôle Δg est en tout temps nulle lorsqu'il n'y a pas de contrôle et non nulle lorsque la méthode MPC est utilisée. En conclusion,

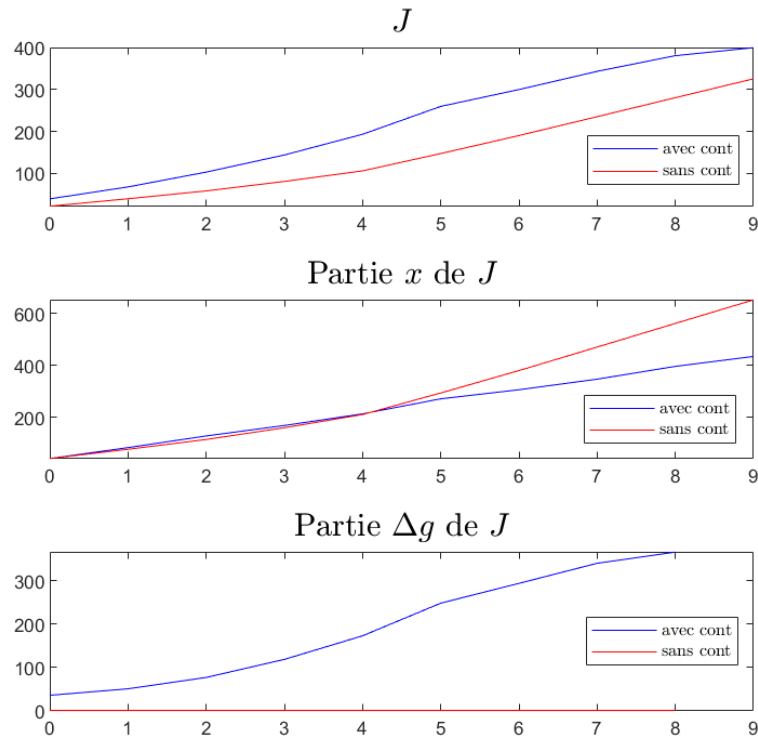


FIGURE 4.11 – Évolution du critère quadratique J et de ses parties x et Δg pour le modèle à quatre carrefours dans le cas fermé en utilisant la méthode MPC et sans contrôle (avec $r=0,05$).

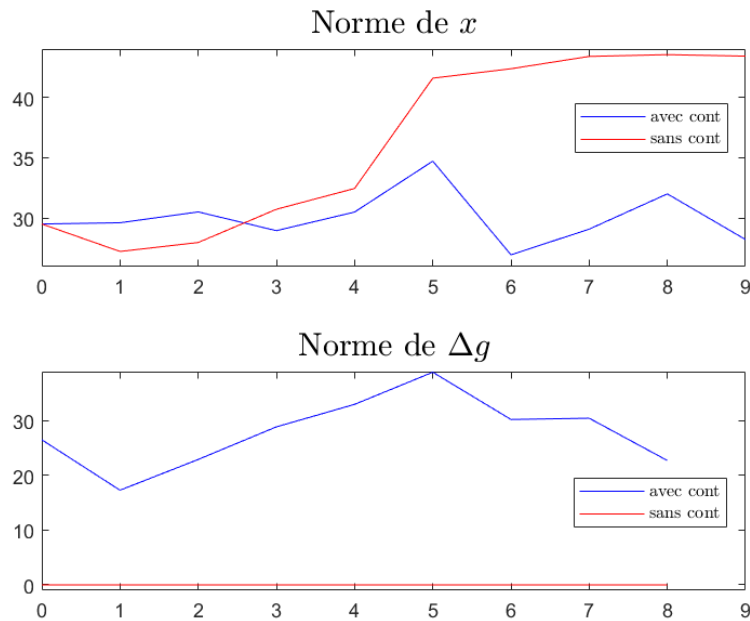


FIGURE 4.12 – Évolution des normes de x et Δg pour le modèle à quatre carrefours dans le cas fermé en utilisant la méthode MPC et sans contrôle.

dans le cas fermé du modèle à quatre carrefours, il vaut mieux utiliser MPC pour minimiser le nombre de véhicules dans les voies. Nous remarquons également que ces normes sont plus élevées lorsque $k = 5$, c'est-à-dire lorsque la grande perturbation est appliquée, ce qui est normal. Pour rappel, utiliser la stratégie TUC dans le cas fermé du modèle à quatre carrefours était un échec, ce qui n'est pas le cas en utilisant la méthode MPC. Il semblerait donc que dans ce cas, il est plus efficace d'utiliser MPC plutôt que TUC.

4.2 Comparaison TUC et MPC

Dans cette section, nous allons comparer la stratégie TUC et la méthode MPC pour le modèle à deux carrefours et pour le cas ouvert du modèle à quatre carrefours, et ce avec une grande perturbation en un temps. Nous avons décidé de ne pas comparer ces méthodes dans le cas fermé du modèle à quatre carrefours car les analyses des résultats ont déjà montré que MPC est plus efficace que TUC dans ce cas. Nous tenons également à préciser que les analyses générales ayant déjà été effectuées, nous nous concentrerons uniquement sur la comparaison des méthodes dans la suite.

Pour commencer, nous décidons de comparer les résultats obtenus avec TUC et MPC pour le cas simple du modèle à deux carrefours. Cette simulation est réalisée avec

$$K = 8, \quad x(0) \approx \begin{bmatrix} 13,4646 \\ 10,8584 \end{bmatrix} \text{ véhicules,}$$

$$d(0) \approx \begin{bmatrix} 0,0341 \\ 0,0422 \end{bmatrix} \text{ véh/s, } d(1) \approx \begin{bmatrix} 0,0407 \\ 0,0410 \end{bmatrix} \text{ véh/s, } d(2) \approx \begin{bmatrix} 0,0341 \\ 0,0373 \end{bmatrix} \text{ véh/s,}$$

$$d(3) \approx \begin{bmatrix} 0,1150 \\ 0,1150 \end{bmatrix} \text{ véh/s, } d(4) \approx \begin{bmatrix} 0,0384 \\ 0,0317 \end{bmatrix} \text{ véh/s, } d(5) \approx \begin{bmatrix} 0,0381 \\ 0,0298 \end{bmatrix} \text{ véh/s,}$$

$$d(6) \approx \begin{bmatrix} 0,0346 \\ 0,0383 \end{bmatrix} \text{ véh/s, } d(7) \approx \begin{bmatrix} 0,0422 \\ 0,0404 \end{bmatrix} \text{ véh/s et } d(8) \approx \begin{bmatrix} 0,0357 \\ 0,0396 \end{bmatrix} \text{ véh/s.}$$

Notons d'ailleurs que la grande perturbation correspond au quadruple de la valeur nominale de demande et qu'elle prendra effet en $k = 4$. De plus, la demande donnée à MPC est égale initialement à sa valeur nominale, puis à la valeur de la demande apparue précédemment. En outre, l'horizon de prédiction de MPC vaut 8. Sur la Figure 4.13, nous remarquons que la méthode MPC semble mieux minimiser le nombre de véhicules x dans les voies z_1 et z_2 que la stratégie TUC. En effet, lors de l'effet de la grande perturbation en $k = 4$, ce nombre est plus petit en utilisant MPC qu'en utilisant TUC. Par ailleurs, il semble que ce nombre est plus proche d'une constante et généralement plus petit en utilisant MPC qu'en utilisant TUC. De plus, nous observons sur la Figure 4.14 que les temps verts sont globalement plus proches de leurs valeurs nominales et plus proches d'une constante lorsque la méthode MPC est appliquée que lorsque la stratégie TUC l'est, et ce même lorsque la grande perturbation est appliquée en $k = 4$. Sur la Figure 4.15, le critère quadratique J ainsi que ses parties associées aux états x et aux entrées de contrôle Δg sont plus faibles quand MPC est utilisé que quand TUC l'est. Cela prouve bien que MPC minimise mieux le critère quadratique que TUC. Notons tout de même que la différence entre MPC et TUC est plus importante pour le critère quadratique et sa partie associée aux

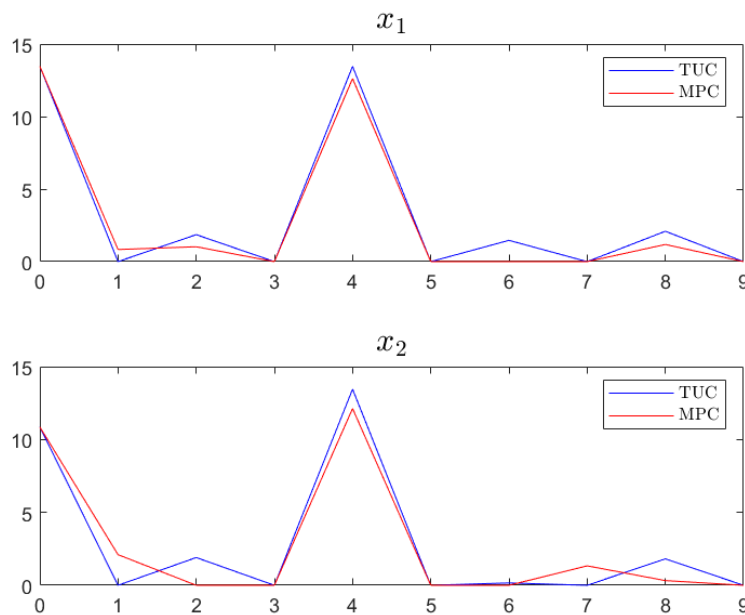


FIGURE 4.13 – Évolution du nombre de véhicules x dans les voies z_1 et z_2 du modèle à deux carrefours en utilisant la stratégie TUC et la méthode MPC.

entrées de contrôle Δg que pour sa partie associée aux états x . En regardant les normes des états x et des entrées de contrôle Δg sur la Figure 4.16, nous confirmons ce que nous avons observé sur les Figures 4.13 et 4.14, c'est-à-dire que les états et les entrées de contrôle sont généralement plus faibles et plus stables si nous utilisons MPC plutôt que TUC, et ce même lorsque la grande perturbation est appliquée en $k = 4$.

Pour finir, nous comparons la stratégie TUC et la méthode MPC dans le cas ouvert du modèle à quatre carrefours. Les résultats de cette simulation sont obtenus avec

$$K = 8 \text{ et } x(0) \approx \begin{bmatrix} 5,9338 \\ 12,3953 \\ 20,0450 \\ 3,8704 \\ 4,0217 \\ 7,1176 \\ 19,4354 \\ 8,1389 \end{bmatrix} \text{ véhicules.}$$

Les demandes d de cette simulation sont données dans la section B.1 de l'annexe B. D'ailleurs, la grande perturbation correspond au quadruple de la valeur nominale de demande et elle intervient en $k = 4$. De nouveau, l'horizon de prédiction de MPC vaut 8 et la demande donnée à MPC est égale initialement à sa valeur nominale, puis à la valeur de la demande apparue précédemment. Sur la Figure 4.17, il semble à nouveau que la méthode MPC minimise mieux le nombre de véhicules $x_{z_1, z_2, z_3, z_4, z_5, z_6, z_7}$ et z_8 du modèle à quatre carrefours pour le cas ouvert par rapport à la stratégie TUC. En effet, lorsque la grande perturbation est appliquée en $k = 4$, ce nombre est plus petit en utilisant MPC qu'en utilisant TUC et sinon, il semble que ce nombre est plus stable et généralement plus petit en utilisant MPC qu'en utilisant TUC. De plus, nous observons

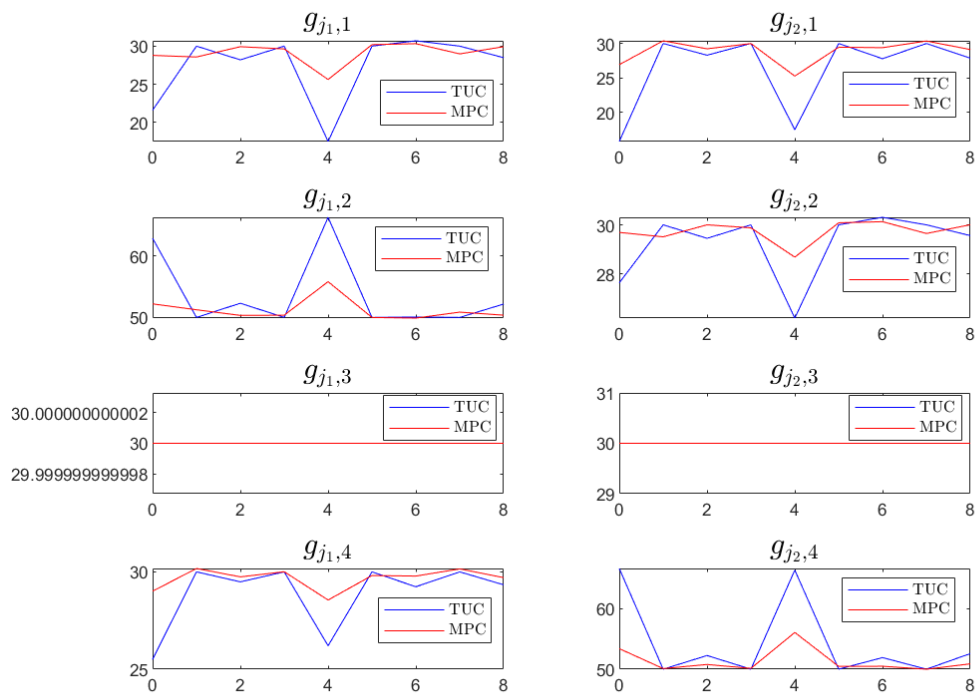


FIGURE 4.14 – Évolution des temps verts g dans les carrefours j_1 et j_2 du modèle à deux carrefours en utilisant la stratégie TUC et la méthode MPC.

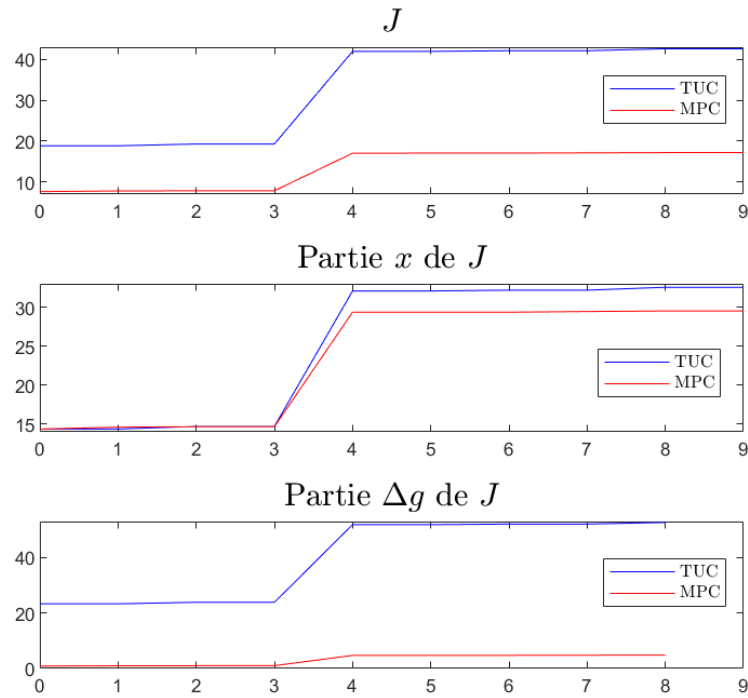


FIGURE 4.15 – Évolution du critère quadratique J et de ses parties x et Δg pour le modèle à deux carrefours en utilisant la stratégie TUC et la méthode MPC (avec $r=0,05$).

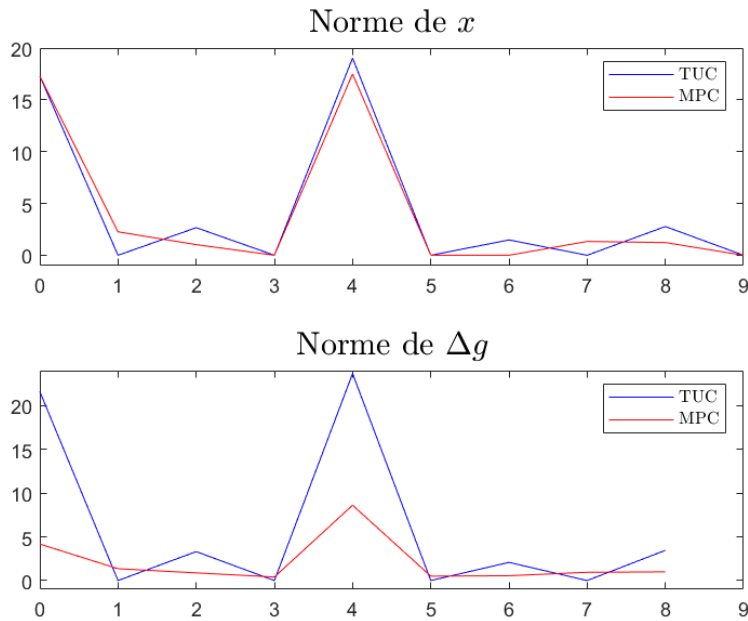


FIGURE 4.16 – Évolution des normes de x et Δg pour le modèle à deux carrefours en utilisant la stratégie TUC et la méthode MPC.

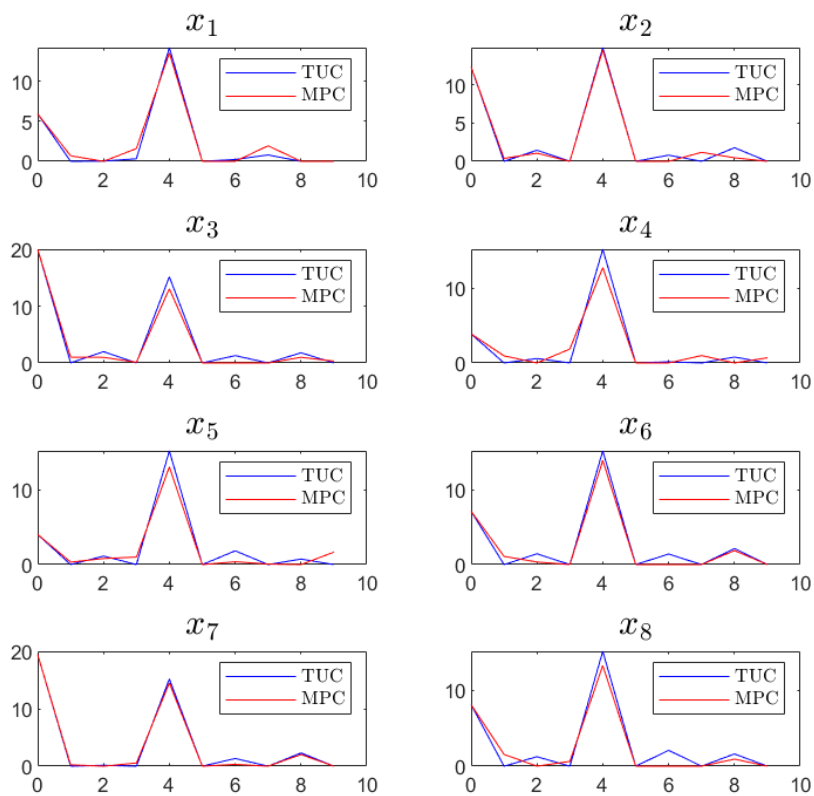


FIGURE 4.17 – Évolution du nombre de véhicules x dans les voies $z_1, z_2, z_3, z_4, z_5, z_6, z_7$ et z_8 du modèle à quatre carrefours pour le cas ouvert en utilisant la stratégie TUC et la méthode MPC.

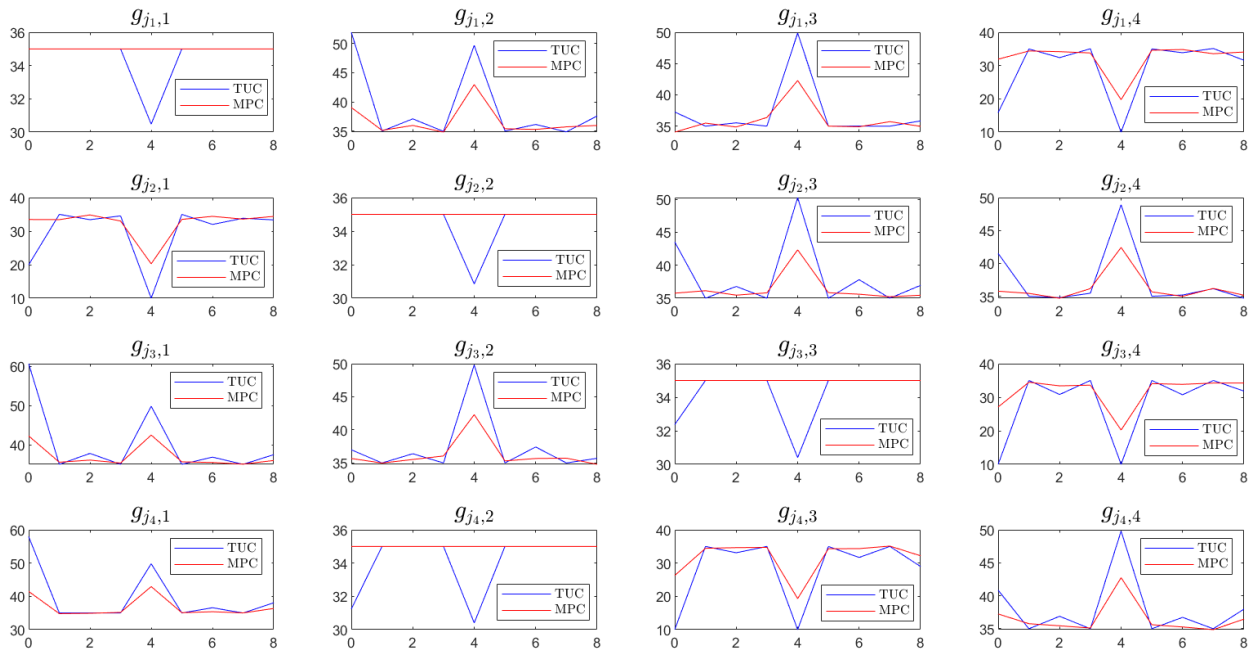


FIGURE 4.18 – Évolution des temps verts g dans les carrefours j_1 , j_2 , j_3 et j_4 du modèle à quatre carrefours pour le cas ouvert en utilisant la stratégie TUC et la méthode MPC.

de nouveau sur la Figure 4.18 que les temps verts sont globalement plus proches de leurs valeurs nominales et plus stables lorsque la méthode MPC est appliquée que lorsque la stratégie TUC l'est. Cette observation est aussi valable lors de l'arrivée de la grande perturbation en $k = 4$. Sur la Figure 4.19, le critère quadratique J ainsi que ses parties associées aux états x et aux entrées de contrôle Δg sont à nouveau plus faibles quand MPC est utilisé que quand TUC l'est. Cela prouve encore que MPC minimise mieux le critère quadratique que TUC. Nous tenons à souligner que la différence entre MPC et TUC est de nouveau plus importante pour le critère quadratique et sa partie associée aux entrées de contrôle Δg que pour sa partie associée aux états x . En outre, ce que nous avons observé sur les Figures 4.17 et 4.18 est confirmé lorsque nous regardons les normes des états x et des entrées de contrôle Δg sur la Figure 4.20. De fait, les normes des états et des entrées de contrôle sont généralement plus faibles et plus stables si nous utilisons MPC plutôt que TUC, et ce même lorsque la grande perturbation est appliquée en $k = 4$.

En conclusion, que ce soit pour le modèle à deux carrefours ou pour le cas ouvert du modèle à quatre carrefours, la méthode MPC minimise mieux le nombre de véhicules dans les voies d'accès du réseau et reste plus proche des valeurs nominales de temps verts que ne le fait la stratégie TUC. Il semble donc évident que MPC est une meilleure stratégie de contrôle du trafic routier que TUC.

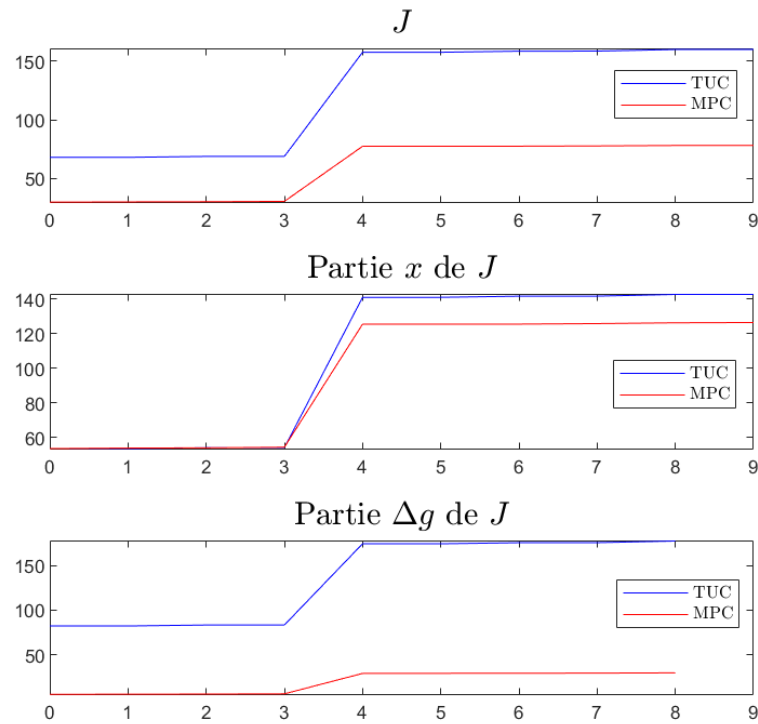


FIGURE 4.19 – Évolution du critère quadratique J et de ses parties x et Δg pour le cas ouvert du modèle à quatre carrefours en utilisant la stratégie TUC et la méthode MPC (avec $r=0,05$).

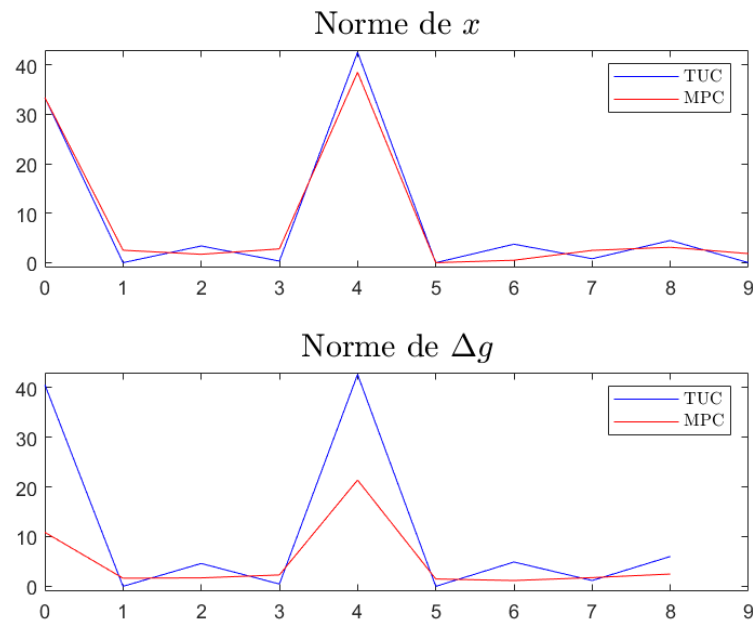


FIGURE 4.20 – Évolution des normes de x et Δg pour le cas ouvert du modèle à quatre carrefours en utilisant la stratégie TUC et la méthode MPC.

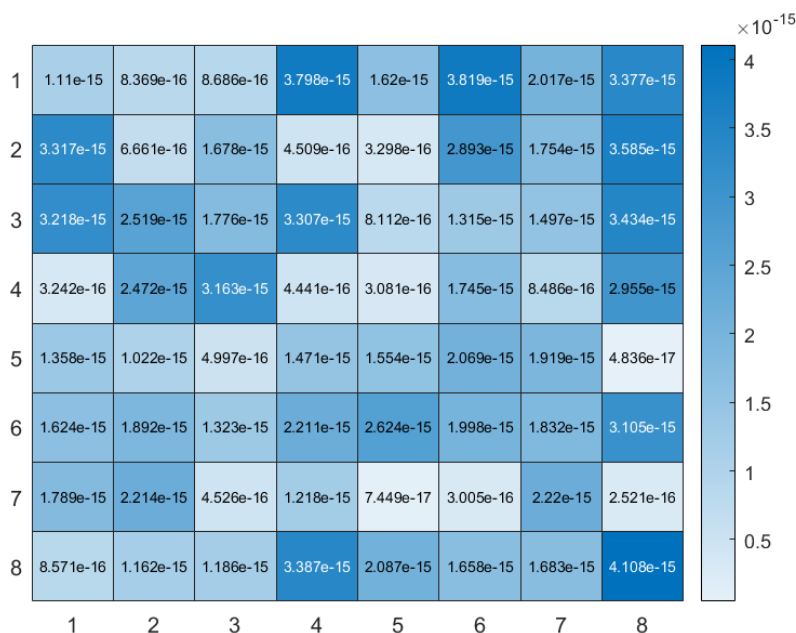


FIGURE 4.21 – Erreurs en valeur absolue entre la matrice A du modèle à quatre carrefours dans le cas fermé et son approximation obtenue en utilisant DMD avec MPC avec perturbations.

4.3 DMD avec MPC

À présent, nous souhaitons vérifier si DMDc avec perturbations permet d'identifier correctement un système. Plus particulièrement, nous voulons étudier à quel point DMD avec MPC avec perturbations peut nous permettre d'identifier un système contrôlé et perturbé, ce qui nous donnera l'occasion de le contrôler à partir de données.

Pour ce faire, nous générons d'abord des données aléatoirement pour le modèle à quatre carrefours dans le cas fermé. Nous décidons d'utiliser la méthode MPC pour que les données obtenues le soient avec des temps verts réalistes. Cependant, nous décidons de ne pas respecter les contraintes imposées sur l'état du système, c'est-à-dire sur le nombre de véhicules. Cela signifie que si le nombre de véhicules x_{z_i} est plus petit que zéro ou plus grand que le nombre de véhicules admissibles dans la voie z_i après avoir injecté les temps verts calculés par MPC dans le modèle, nous ne changeons pas ce nombre. Nous avons pris cette décision pour que le système générant les données reste linéaire. En effet, il s'est avéré que DMD avec MPC avec perturbations fonctionnait mal lorsque le système était rendu non linéaire à cause du respect des contraintes imposées sur l'état du système. Néanmoins, pour plus de réalisme, les matrices de données utilisées par DMD avec MPC avec perturbations sont calculées uniquement à partir de données qui permettent d'avoir un nombre de véhicules positif dans chaque voie du réseau. En ayant généré 40 trajectoires avec $K = 3$, Nous obtenons alors les matrices de données X , Y , U et P qui sont chacune composée de 46 colonnes représentant 46 paires de points.

Ensuite, nous utilisons l'Algorithme 2.2.1 qui permet d'identifier un système avec DMDc avec perturbations. Ainsi, nous avons que les approximations des matrices A et B obtenues sont proches des matrices A et B du modèle à quatre carrefours dans le cas fermé 3.2. En effet, nous remarquons sur les Figures 4.21 et 4.22 que les erreurs en valeur absolue entre les matrices du

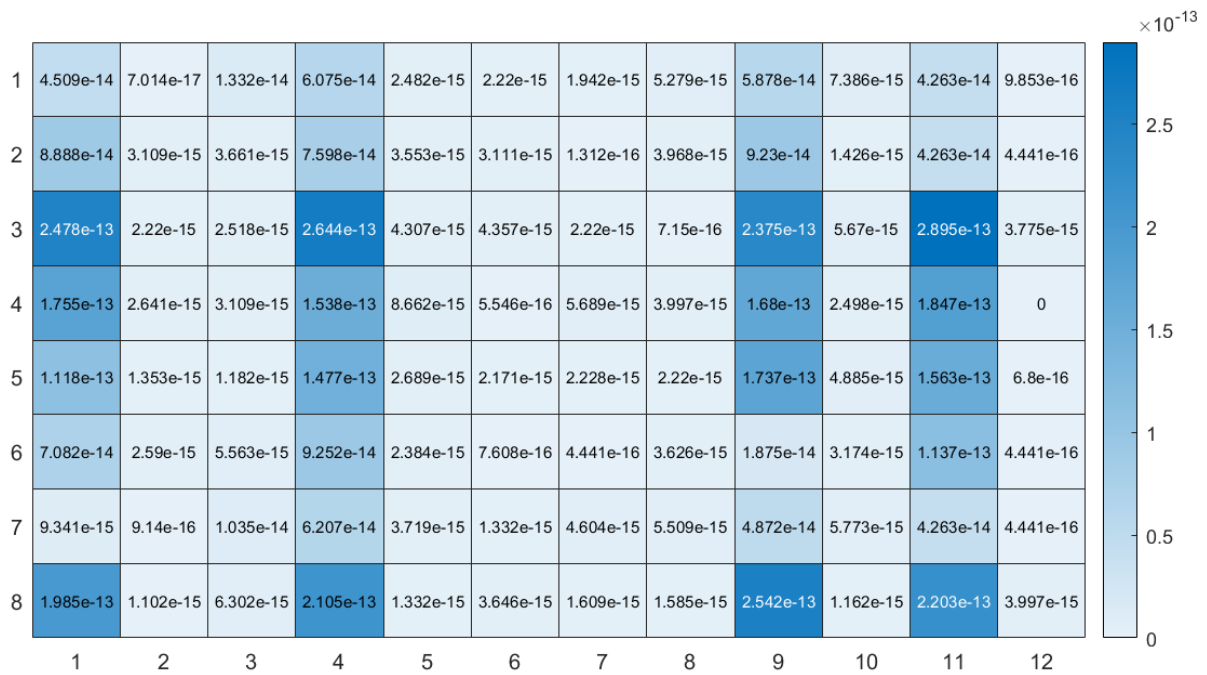


FIGURE 4.22 – Erreurs en valeur absolue entre la matrice B du modèle à quatre carrefours dans le cas fermé et son approximation obtenue en utilisant DMD avec MPC avec perturbations.

modèle et leurs approximations sont au maximum de l'ordre de 10^{-15} pour la matrice A et au maximum de l'ordre de 10^{-13} pour la matrice B.

Enfin, nous générons de nouvelles données pour le cas fermé du modèle à quatre carrefours en utilisant la méthode MPC avec les vraies matrices A et B et avec les approximations des matrices A et B obtenues en utilisant DMD avec MPC et avec perturbations. Les résultats de cette simulation sont obtenus avec

$$K = 8 \text{ et } x(0) \approx \begin{bmatrix} 11, 5663 \\ 13, 1406 \\ 2, 0414 \\ 5, 1183 \\ 12, 8276 \\ 6, 3533 \\ 15, 9785 \\ 5, 5673 \end{bmatrix} \text{ véhicules.}$$

Les demandes d de cette simulation sont données dans la section B.1 de l'annexe B. De plus, l'horizon de prédiction de MPC vaut 8 et la demande donnée à MPC est égale à sa valeur nominale en tout temps. Sur les Figures 4.23, 4.25, 4.27, nous observons que la différence entre les résultats obtenus avec les vraies matrices A et B et avec les approximations des matrices A et B est invisible à l'oeil nu. En outre, nous remarquons sur la Figure 4.24 que cette différence est presque toujours imperceptible, sauf pour les temps verts à la phase 1 du carrefour j_1 , à la phase 2 du carrefour j_2 , à la phase 3 du carrefour j_3 et à la phase 2 du carrefour j_4 . Cependant, même lorsqu'elle est visible, cette différence est minimale. Ces observations prouvent que DMD avec MPC avec perturbations permet d'identifier un système contrôlé et perturbé correctement.

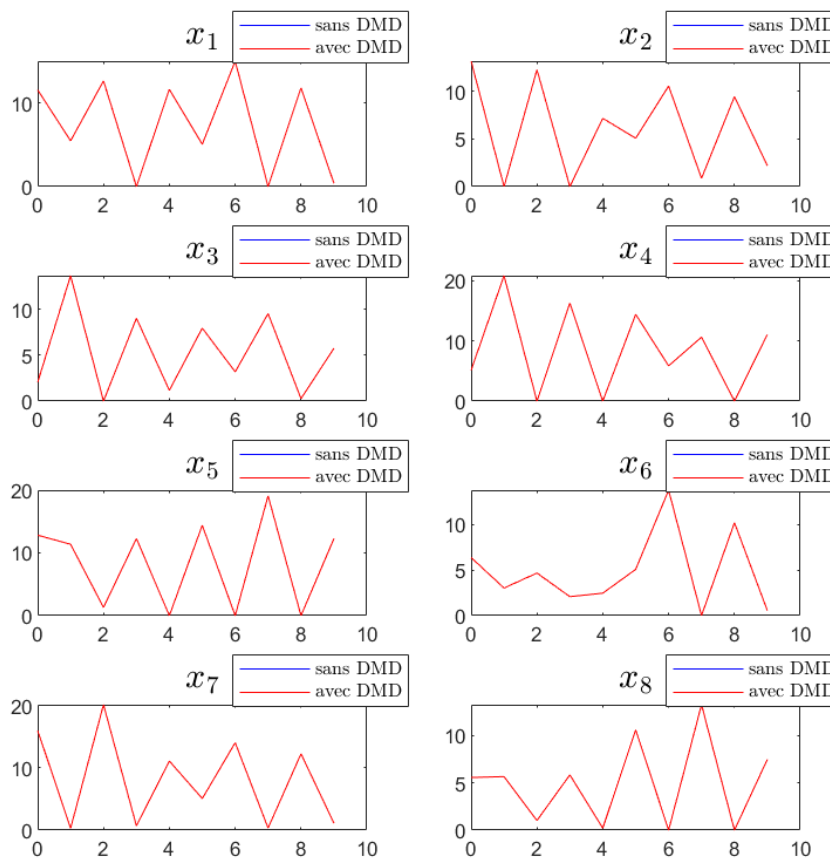


FIGURE 4.23 – Évolution du nombre de véhicules x dans les voies $z_1, z_2, z_3, z_4, z_5, z_6, z_7$ et z_8 du modèle à quatre carrefours pour le cas fermé en utilisant la méthode MPC avec les vraies matrices A et B et avec les approximations des matrices A et B obtenues en utilisant DMD avec MPC et avec perturbations.

Pour plus de précision, nous décidons de représenter les erreurs sur le critère quadratique J et ses différentes parties sur la Figure 4.26 et celles sur les normes des états x et des entrées de contrôle Δg sur la Figure 4.28. Dès lors, nous observons que ces erreurs sont de l'ordre de 10^{-12} et 10^{-13} , ce qui confirme que DMD avec MPC avec perturbations a bien estimé les matrices A et B du modèle à quatre carrefours dans le cas fermé. Cependant, nous tenons à préciser que la méthode DMD avec MPC avec perturbations ne fonctionne pas à tous les coups. Par conséquent, il serait intéressant de la retravailler.

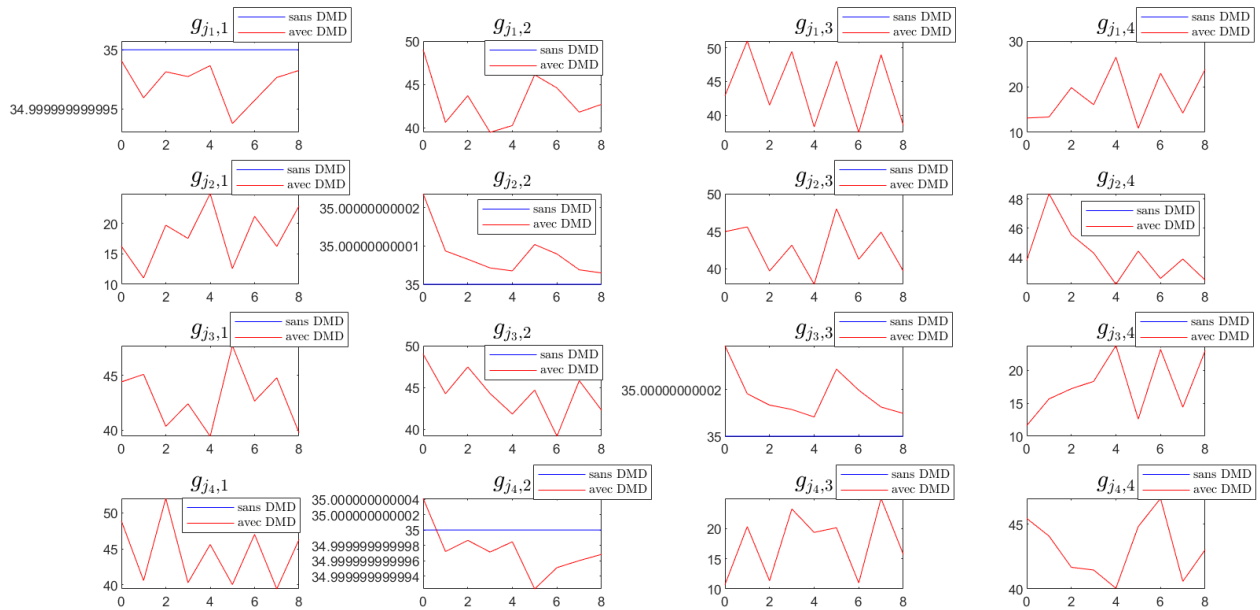


FIGURE 4.24 – Évolution des temps verts g dans les carrefours j_1 , j_2 , j_3 et j_4 du modèle à quatre carrefours pour le cas fermé en utilisant la méthode MPC avec les vraies matrices A et B et avec les approximations des matrices A et B obtenues en utilisant DMD avec MPC et avec perturbations.

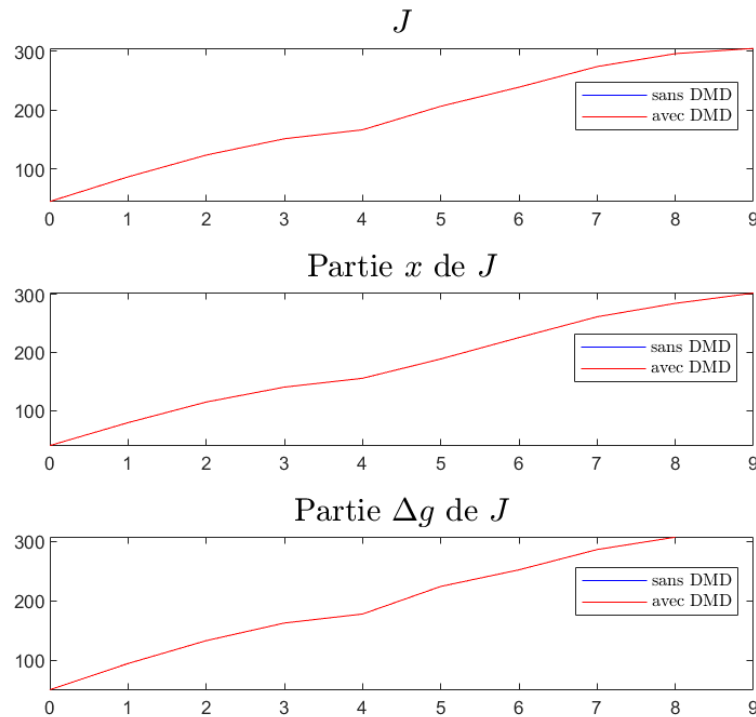


FIGURE 4.25 – Évolution du critère quadratique J et de ses parties x et Δg pour le cas fermé du modèle à quatre carrefours en utilisant la méthode MPC avec les vraies matrices A et B et avec les approximations des matrices A et B obtenues en utilisant DMD avec MPC et avec perturbations (avec $r=0,05$).

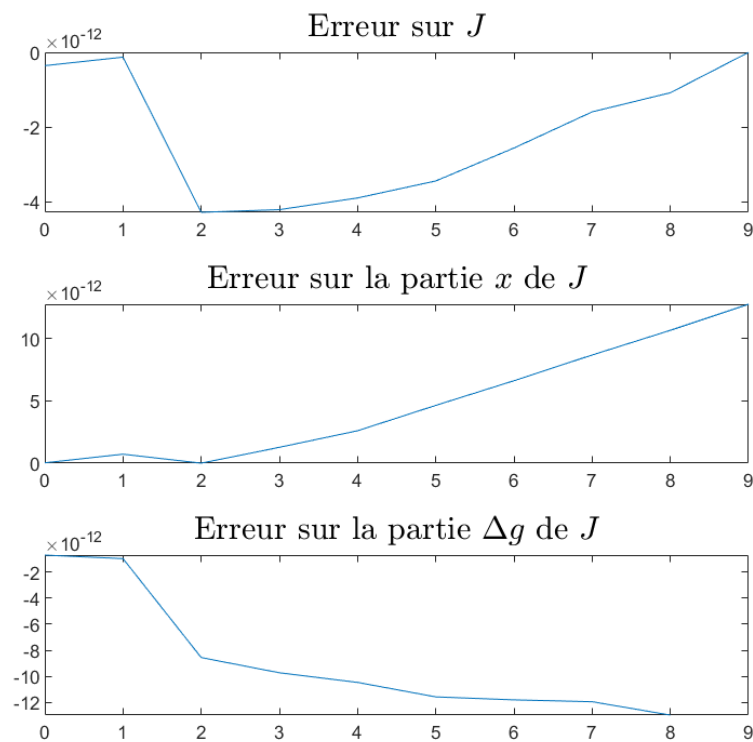


FIGURE 4.26 – Erreurs sur le critère quadratique J et ses parties x et Δg pour le cas fermé du modèle à quatre carrefours en utilisant la méthode MPC avec les vraies matrices A et B et avec les approximations des matrices A et B obtenues en utilisant DMD avec MPC et avec perturbations.

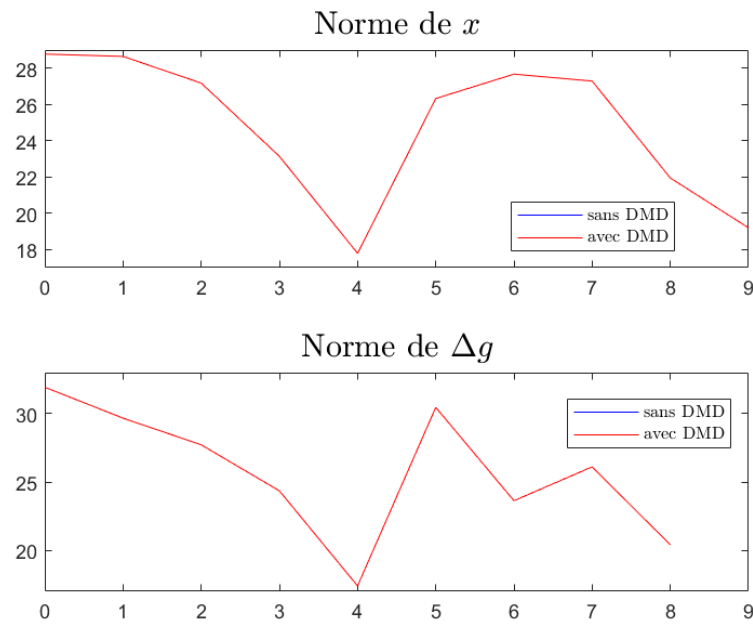


FIGURE 4.27 – Évolution des normes de x et Δg pour le cas fermé du modèle à quatre carrefours en utilisant la méthode MPC avec les vraies matrices A et B et avec les approximations des matrices A et B obtenues en utilisant DMD avec MPC et avec perturbations.

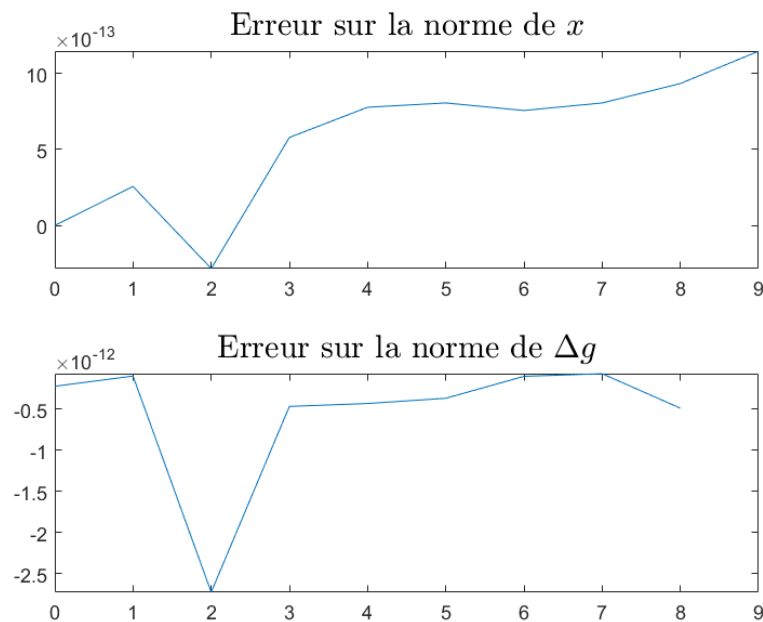


FIGURE 4.28 – Erreurs sur les normes de x et Δg pour le cas fermé du modèle à quatre carrefours en utilisant la méthode MPC avec les vraies matrices A et B et avec les approximations des matrices A et B obtenues en utilisant DMD avec MPC et avec perturbations.

Conclusion

L'objectif de ce mémoire était l'introduction d'une nouvelle stratégie de contrôle du trafic routier et d'une méthode d'identification d'un système représentant un réseau routier en se basant uniquement sur des données provenant de ce réseau. Dans ce but, nous avons développé une méthode utilisant le contrôle prédictif (MPC), qui prend directement en compte les contraintes, afin de contrôler au mieux le trafic routier, ainsi qu'une méthode utilisant la décomposition en modes dynamiques (DMD) avec MPC pour identifier un système modélisant un réseau routier en s'appuyant uniquement sur des données issues de ce réseau.

Le premier chapitre s'intéressait aux bases des stratégies de contrôle de la circulation routière et plus particulièrement à la stratégie TUC, qui est une stratégie de contrôle adaptée à la circulation urbaine. Ainsi, nous avons décrit une boucle de contrôle en général. Puis, une propriété de base des stratégies de contrôle du trafic routier exprimant le fait que minimiser le temps total passé dans un réseau routier équivaut à maximiser la somme des flux de sortie de ce réseau a été présentée. Certaines notions basiques de ce type de stratégies ont également été exposées. Pour finir, la stratégie TUC a été expliquée après que les méthodes basées sur les modes différés dont elle fait partie ait été présentées. Par conséquent, c'est dans ce chapitre qu'est présentée la manière de respecter les contraintes avec la stratégie TUC que nous avons développée.

Le point important de ce mémoire était la présentation de la nouvelle stratégie de contrôle du trafic routier et de la méthode permettant d'identifier un système représentant un réseau routier en se basant uniquement sur des données venant de ce réseau. En effet, la méthode MPC prenant en compte les contraintes directement, nous espérions qu'elle serait une meilleure stratégie pour contrôler la circulation routière que la stratégie TUC. Ainsi, c'est dans ce chapitre que nous avons implémenté la méthode MPC avec la modélisation issue de la stratégie TUC. Le second chapitre se consacrait également à la méthode DMD, que ce soit dans sa version classique ou avec contrôle.

Le troisième chapitre consistait en l'analyse des résultats obtenus en utilisant la stratégie TUC. En effet, pour les modèles à deux et quatre carrefours présentés dans ce chapitre, nous avons réalisé des simulations permettant d'analyser le comportement de la stratégie TUC. Ainsi, nous avons remarqué que cette stratégie fonctionne bien dans le cas du modèle à deux carrefours et dans le cas ouvert du modèle à quatre carrefours, mais qu'elle échoue à contrôler le trafic dans le cas fermé du modèle à quatre carrefours.

Pour terminer, le quatrième et dernier chapitre s'intéressait aux simulations relatives à la méthode MPC. Nous y avons analysé les résultats obtenus pour les modèles présentés dans le chapitre précédent. Ensuite, une comparaison de la stratégie TUC et de la méthode MPC a été réalisée, aboutissant au fait que MPC contrôle mieux le trafic routier que TUC, et ce même en présence d'une grande perturbation. Enfin, une vérification du fonctionnement de la méthode DMD avec MPC a été effectuée, ce qui nous a permis de conclure que cette méthode permet effectivement

d'identifier et contrôler un réseau routier uniquement à partir de données provenant de ce réseau, mais également qu'elle devrait être améliorée.

Au terme de ce mémoire, nous avons proposé une nouvelle stratégie de contrôle du trafic routier, alternative et compétitive par rapport à celles existantes. Nous avons également introduit une méthode d'identification d'un système modélisant un réseau routier en se reposant uniquement sur des données issues de ce réseau.

Bien que nous soyons arrivés à des résultats concluants, il serait intéressant d'explorer quelques pistes pour améliorer la méthode MPC et la méthode DMD avec MPC. Un exemple de perspective serait de considérer que nous n'avons pas accès aux valeurs nominales, comme présenté à la fin de la sous-section 1.4.2. Il serait également possible de tester ces méthodes avec des modèles microscopiques, comme avec Vissim [19], qui sont plus réalistes que les modèles macroscopiques utilisés ici, voire de les tester en situation réelle sur un réseau routier existant. En outre, cela permettrait de tester ces méthodes de contrôles sur des dynamiques qui ne correspondent pas au modèle utilisé pour le design du contrôle. De plus, DMD étant une méthode plus adaptée pour les systèmes linéaires et les réseaux routiers étant des systèmes non linéaires, il pourrait être intéressant de se pencher sur la méthode DMD étendue (EDMD), présentée dans la source [24], qui est plus adaptée pour les systèmes non linéaires.

Bibliographie

- [1] Anderson B.D.O. and Moore J.B., *Optimal Control - Linear Quadratic Methods*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ, chap 3 (1989), pp. 35-67.
- [2] Arasan V.T. and Dhivya G., *Measurement of Occupancy of Heterogeneous Traffic Using Simulation Technique*, IFAC Proceedings Volumes, vol. 42, no. 15 (2009), pp. 19-24.
- [3] Cerema, *Les bases - Régulation des trafics*, <https://www.cerema.fr/fr/activites/mobilites/systemes-transports-intelligents-trafics-regulation/bases>, consulté le 19 mai 2023.
- [4] Code de la route, *Feux Tricolores et Feux de Signalisation*, <https://codedelaroute.io/blog/feux-signalétiques-tricolores/#:~:text=La%20dur%C3%A9e%20des%20feux%20tricolores%20varie%20selon%20l'E2%80%99axe,Jusqu%E2%80%99%C3%A0%20120%20secondes%20maximum%20pour%20le%20feu%20rouge.>, consulté le 7 mai 2023.
- [5] Creative Saplings, *Longueur moyenne de voiture - Liste des longueurs de voiture*, <https://creativesaplings.com/fr/longueur-moyenne-de-voiture-liste-des-longueurs-de-voiture/>, consulté le 7 mai 2023.
- [6] Diakaki C., *Integrated control of traffic flow in corridor networks*, PhD Thesis (1999), Technical University of Crete, Department of Production Engineering and Management, Chania, Greece.
- [7] Dinopoulou V., Diakaki C. and Papageorgiou M., *Applications of the urban traffic control strategy TUC*, European Journal of Operational Research, vol. 175 (2006), pp. 1652-1665.
- [8] Korda M. and Mezić I., *Linear predictors for nonlinear dynamical systems : Koopman operator meets model predictive control*, Automatica, vol. 93 (2018), pp. 149-160.
- [9] LeBigData, *Snapshot de stockage : qu'est-ce qu'un instantané de stockage ? À quoi ça sert ?*, <https://www.lebigdata.fr/snapshot-stockage-definition>, consulté le 6 mai 2023.
- [10] LeMagIt, *Snapshot (Stockage)*, <https://www.lemagit.fr/definition/Snapshot-Stockage>, consulté le 6 mai 2023.
- [11] Mauroy A., Mezić I. and Susuki Y., *The Koopman Operator in Systems and Control*, Lecture Notes in Control and Information Sciences, vol. 484 (2020), pp. 235-255.
- [12] Mechanic Global, *Quelle est la longueur d'une voiture ? (Longueur moyenne par type de voiture)*, <https://mechanicglobal.com/fr/quelle-est-la-longueur-dune-voiture-longueur-moyenne-par-type-de-voiture>, consulté le 7 mai 2023.
- [13] McLean T., Brader C., Diakaki C., Papageorgiou M., Hangleiter S., Tsavahidis M. and Damas C., *Urban integrated traffic control implementation strategies*, Deliverable 8.2 (1997), Project TABASCO (TR1054), Transport Telematics Office, Brussels, Belgium.

- [14] McLean T., Brader C., Hangleiter S., Tsavahidis M., Damas C., Maxwell B. and Barber P., *Urban integrated traffic control evaluation results*, Deliverable 8.3 (1998), Project TABASCO (TR1054), Transport Telematics Office, Brussels, Belgium.
- [15] Papageorgiou M., *Optimierung—Statische, Dynamische, Stochastische Verfahren Für Die Anwendung*, second ed (1996), Oldenbourg, Munich, Germany.
- [16] Papageorgiou M., Diakaki C., Dinopoulou V., Kotsialos A. and Wang Y., *Review of road traffic control strategies*, Proceedings of the IEEE, vol. 91, no. 12 (2003), pp. 2043-2067.
- [17] Paris Data, *Comptage routier - Données trafic issues des capteurs permanents*, <https://opendata.paris.fr/explore/dataset/comptages-routiers-permanents/information>, consulté le 10 mai 2022.
- [18] Proctor J.L., Brunton S.L. and Kutz J.N., *Dynamic Mode Decomposition with Control*, SIAM J. Applied Dynamical Systems, vol. 15, no. 1 (2016), pp. 142–161.
- [19] PTV Group, *PTV Vissim, le logiciel de simulation du trafic routier le plus complet et flexible du marché*, <https://www.ptvgroup.com/fr/solutions/produits/ptv-vissim/>, consulté le 20 mai 2023.
- [20] Schmid P.J., *Dynamic mode decomposition of numerical and experimental data*, Journal of Fluid Mechanics, vol. 656 (2010), pp. 5–28.
- [21] Trélat E., *Contrôle optimal : théorie et applications*, Vuibert, Collection "Mathématiques Concrètes", chap 4 (2013), pp. 53-80.
- [22] Tu J.H., Rowley C.W., Luchtenburg D.M., Brunton S.L., and Kutz J.N., *On dynamic mode decomposition : Theory and applications*, Journal of Computational Dynamics, vol. 1, no. 2 (2014), pp. 391–421.
- [23] Wikipedia, *Bruit de mesure*, https://fr.wikipedia.org/wiki/Bruit_de_mesure, consulté le 8 mai 2022.
- [24] Williams M.O., Kevrekidis I.G. and Rowley C.W., *A data-driven approximation of the Koopman operator : Extending dynamic mode decomposition*, Journal of Nonlinear Science, vol. 25, no. 6 (2015), pp. 1307–1346.

Annexe A

TUC

Dans cette annexe se retrouvent les graphiques issus de la 2^{ème} simulation du modèle à deux carrefours avec la stratégie TUC pour lesquels les remarques faites dans la sous-section 3.2.1 peuvent être renouvelées. Nous y retrouvons également les demandes des simulations du modèle à quatre carrefours effectuées avec la stratégie TUC dans la sous-section 3.2.2.

A.1 Graphiques de la 2^{ème} simulation du modèle à deux carrefours

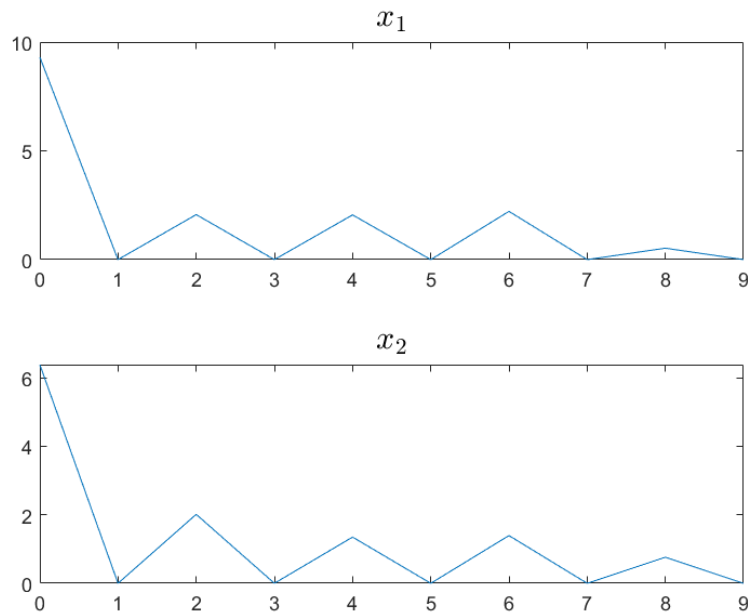


FIGURE A.1 – Évolution du nombre de véhicules x dans les voies z_1 et z_2 du modèle à deux carrefours permettant de vérifier notre hypothèse en utilisant la stratégie TUC.

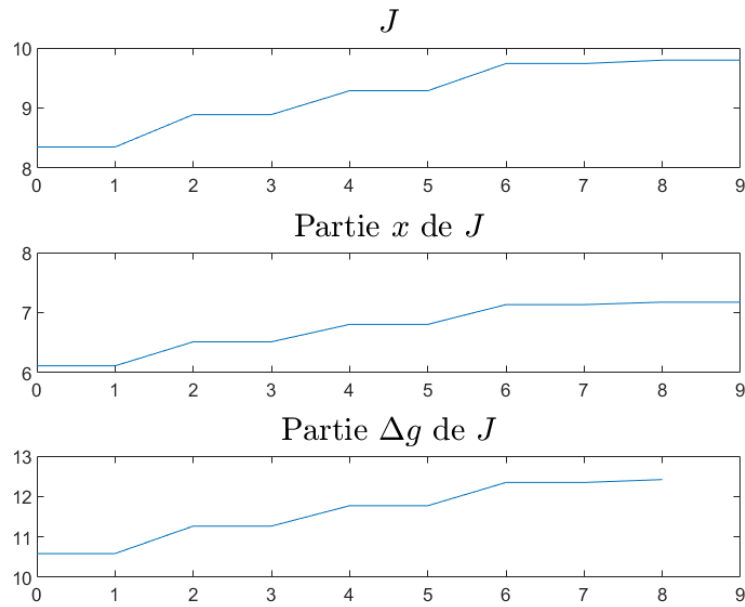


FIGURE A.2 – Évolution du critère quadratique J et de ses parties x et Δg pour le modèle à deux carrefours permettant de vérifier notre hypothèse en utilisant la stratégie TUC (avec $r=0,05$).

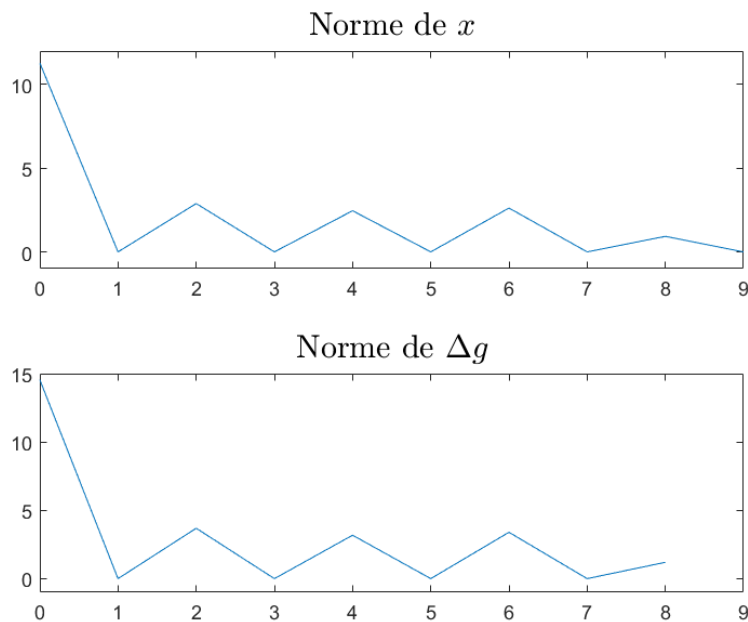


FIGURE A.3 – Évolution des normes de x et Δg pour le modèle à deux carrefours permettant de vérifier notre hypothèse en utilisant la stratégie TUC.

A.2 Demandes des simulations du modèle à quatre carrefours

1	0.0405	0.0281	0.0413	0.0416	0.0199	0.0303	0.0412	0.0182	0.0300
2	0.0352	0.0282	0.0229	0.0195	0.0417	0.0375	0.0291	0.0265	0.0375
3	0.0403	0.0385	0.0288	0.0258	0.0257	0.0198	0.0251	0.0413	0.0397
4	0.0239	0.0356	0.0341	0.0239	0.0358	0.0465	0.0174	0.0388	0.0335
5	0.0401	0.0419	0.0237	0.0335	0.0475	0.0223	0.0381	0.0203	0.0198
6	0.0477	0.0282	0.0371	0.0192	0.0303	0.0249	0.0302	0.0205	0.0367
7	0.0444	0.0229	0.0320	0.0294	0.0388	0.0421	0.0309	0.0192	0.0203
8	0.0190	0.0190	0.0212	0.0196	0.0408	0.0321	0.0360	0.0165	0.0206

FIGURE A.4 – Demandes d pour le modèle à quatre carrefours dans le cas ouvert, où la ligne i correspond à la voie z_i du modèle et les colonnes correspondent au temps.

1	0.0202	0.0388	0.0250	0.0197	0.0402	0.0220	0.0314	0.0180	0.0392
2	0.0229	0.0324	0.0230	0.0208	0.0183	0.0292	0.0373	0.0220	0.0487
3	0.0210	0.0336	0.0346	0.0216	0.0442	0.0206	0.0170	0.0377	0.0256
4	0.0224	0.0307	0.0370	0.0364	0.0466	0.0172	0.0436	0.0270	0.0297
5	0.0176	0.0203	0.0298	0.0349	0.0482	0.0467	0.0344	0.0454	0.0313
6	0.0368	0.0321	0.0229	0.0179	0.0441	0.0260	0.0440	0.0201	0.0410
7	0.0254	0.0439	0.0470	0.0465	0.0417	0.0258	0.0275	0.0483	0.0428
8	0.0337	0.0446	0.0189	0.0399	0.0329	0.0270	0.0307	0.0338	0.0195

FIGURE A.5 – Demandes d pour le modèle à quatre carrefours dans le cas fermé, où la ligne i correspond à la voie z_i du modèle et les colonnes correspondent au temps.

Annexe B

MPC

Dans cette annexe se retrouvent les demandes des simulations du modèle à quatre carrefours effectuées avec la méthode MPC dans le chapitre 4.

B.1 Demandes des simulations du modèle à quatre carrefours

1	0.0467	0.0420	0.0430	0.0381	0.0649	0.0444	0.0356	0.0371	0.0368
2	0.0382	0.0434	0.0362	0.0344	0.0649	0.0454	0.0441	0.0413	0.0446
3	0.0398	0.0383	0.0390	0.0468	0.0649	0.0413	0.0442	0.0484	0.0406
4	0.0481	0.0425	0.0344	0.0340	0.0649	0.0436	0.0467	0.0441	0.0430
5	0.0331	0.0456	0.0368	0.0476	0.0649	0.0470	0.0419	0.0461	0.0375
6	0.0483	0.0328	0.0366	0.0389	0.0649	0.0333	0.0336	0.0395	0.0347
7	0.0355	0.0338	0.0378	0.0332	0.0649	0.0374	0.0474	0.0401	0.0402
8	0.0433	0.0483	0.0349	0.0380	0.0649	0.0332	0.0454	0.0416	0.0383

FIGURE B.1 – Demandes d pour le modèle à quatre carrefours dans le cas ouvert, où la ligne i correspond à la voie z_i du modèle et les colonnes correspondent au temps.

1	0.0264	0.0289	0.0207	0.0203	0.0649	0.0342	0.0322	0.0278	0.0178
2	0.0220	0.0180	0.0289	0.0399	0.0649	0.0480	0.0388	0.0377	0.0276
3	0.0272	0.0325	0.0463	0.0372	0.0649	0.0341	0.0478	0.0254	0.0309
4	0.0231	0.0302	0.0460	0.0433	0.0649	0.0270	0.0269	0.0237	0.0240
5	0.0328	0.0486	0.0394	0.0292	0.0649	0.0363	0.0434	0.0393	0.0394
6	0.0456	0.0426	0.0363	0.0406	0.0649	0.0279	0.0402	0.0365	0.0440
7	0.0366	0.0320	0.0274	0.0433	0.0649	0.0408	0.0472	0.0354	0.0254
8	0.0195	0.0453	0.0466	0.0267	0.0649	0.0297	0.0173	0.0377	0.0400

FIGURE B.2 – Demandes d pour le modèle à quatre carrefours dans le cas fermé, où la ligne i correspond à la voie z_i du modèle et les colonnes correspondent au temps.

1	0.0369	0.0326	0.0429	0.1298	0.0472	0.0339	0.0464	0.0410	0.0366
2	0.0349	0.0418	0.0361	0.1298	0.0438	0.0377	0.0453	0.0482	0.0339
3	0.0389	0.0453	0.0460	0.1298	0.0442	0.0408	0.0376	0.0440	0.0461
4	0.0385	0.0363	0.0482	0.1298	0.0362	0.0334	0.0398	0.0375	0.0419
5	0.0346	0.0397	0.0462	0.1298	0.0418	0.0442	0.0447	0.0372	0.0478
6	0.0395	0.0417	0.0407	0.1298	0.0456	0.0415	0.0342	0.0463	0.0334
7	0.0339	0.0335	0.0370	0.1298	0.0390	0.0411	0.0342	0.0473	0.0419
8	0.0424	0.0405	0.0446	0.1298	0.0485	0.0459	0.0368	0.0428	0.0371

FIGURE B.3 – Demandes d pour le modèle à quatre carrefours dans le cas ouvert pour la comparaison de la stratégie TUC et de la méthode MPC, où la ligne i correspond à la voie z_i du modèle et les colonnes correspondent au temps.

0.0175	0.0447	0.0198	0.0247	0.0649	0.0418	0.0165	0.0268	0.0350
0.0259	0.0290	0.0164	0.0179	0.0649	0.0445	0.0380	0.0395	0.0465
0.0343	0.0311	0.0356	0.0400	0.0649	0.0418	0.0456	0.0342	0.0197
0.0477	0.0230	0.0376	0.0216	0.0649	0.0477	0.0348	0.0208	0.0400
0.0386	0.0408	0.0351	0.0253	0.0649	0.0221	0.0213	0.0286	0.0477
0.0395	0.0340	0.0458	0.0247	0.0649	0.0464	0.0325	0.0291	0.0360
0.0344	0.0278	0.0369	0.0340	0.0649	0.0177	0.0347	0.0350	0.0396
0.0335	0.0390	0.0333	0.0338	0.0649	0.0240	0.0223	0.0169	0.0261

FIGURE B.4 – Demandes d pour le modèle à quatre carrefours dans le cas fermé pour la comparaison des résultats obtenus avec et sans les matrices A et B estimées grâce à DMD avec MPC avec perturbations, où la ligne i correspond à la voie z_i du modèle et les colonnes correspondent au temps.