Pesa più un chilogrammo di piombo o un chilogrammo di paglia?

Carletti, Timoteo; Guarino, Alessio; Fanelli, Duccio

Published in:
Giornale di Fisica

DOI:
10.1393/gdf/i2022-10493-1

Publication date:
2022

Document Version
le PDF de l'éditeur

Pesa più un chilogrammo di piombo o un chilogrammo di paglia?

Does a kilogram of lead weigh more than a kilogram of straw?

Timoteo Carletti
timoteo.carletti@unamur.be
Département de Mathématique et Namur Institute for Complex Systems, naXys
Université de Namur, Belgium

Alessio Guarino
Laboratoire Icare EA 7389, Université de La Réunion, France

Duccio Fanelli
Dipartimento di Fisica e Astronomia, CSDC and INFN
Università degli Studi di Firenze, Italy

Riassunto

Pesa più un chilogrammo di piombo o un chilogrammo di paglia? Se si prende una bilancia a due piatti e su un piatto si posa un chilogrammo di piombo e sull'altro un chilogrammo di paglia, si vede che la bilancia non resta in equilibrio ma si abbassa sul lato del piombo. Molte persone ne deducono che il chilogrammo di piombo pesa più del chilogrammo di paglia. Sebbene la risposta sembri intuitiva, è sbagliata!
L'obiettivo di questo articolo è di spiegare perché questa conclusione sia sbagliata e mostrare che la risposta dipende da vari fattori, in particolare se si tiene conto oppure no della spinta di Archimede. In questo articolo spieghiamo perché per misurare il peso di un corpo non basta metterlo sulla bilancia e leggere il risultato. Concludiamo proponendo un esperimento da realizzare in classe con gli studenti che permette di pesare un corpo ed estrarre il contributo della forza di Archimede.

Summary

Does a kilogram of lead weigh more than a kilogram of straw? If you take a two-pan scale and place a kilogram of lead on one plate and a kilogram of straw on the other, you can see that the scale does not remain in balance but lowers on the lead side. Many people infer that the kilogram of lead weighs more than the kilogram of straw. Although the answer seems intuitive, it is wrong!
The goal of this article is to explain why this conclusion is wrong and to show that the answer depends on various factors, in particular whether or not Archimedes force is taken into account. In this article we explain why to measure the weight of a body it is not enough to put it on the scale and read the result. We conclude by proposing an experiment to be carried out in class with the students that allows to weigh a body and extract the contribution of Archimedes' force.

Introduzione

Quante volte avete sentito fare questa domanda "pesa più un chilo di piombo o di paglia?" Cercando su un motore di ricerca si possono ottenere più di 60000 risposte [1]. Il fatto che le persone si pongano domande di tipo scientifico è senza dubbio una cosa positiva; purtroppo la maggior parte delle risposte sono sbagliate e alcune volte sono anche incomprensibili, per esempio possiamo trovare fra le risposte ".... se è vero che un chilo è sempre un chilo, oggi sappiamo ... che per produrre un chilo di ferro occorrono circa 6.7 chili di natura, mentre per produrre un chilo di paglia ne bastano 3.7. …. e questo ci consente oggi di affermare senza timore di smentita che "un chilo di ferro pesa quasi il doppio di un chilo di paglia!" [2].

Fra le risposte sbagliate, ma che seguono comunque una certa logica, ci sono essenzialmente due tipi di risposte: la "teorica" e la "sperimentale". La prima, quella teorica, è che il piombo e la paglia "*pesano tutti e due 1*Kg", quindi la risposta alla nostra domanda è "pesano uguale". L'errore nasce dal fatto che queste persone confondono, oppure forse non capiscono la differenza, il concetto di *massa* e di *peso* [3]. Ricordiamo che la massa, m, di un corpo è la *quantità di materia* contenuta in esso, mentre il peso, P, di un corpo è la *forza* con cui un corpo viene attratto dalla Terra. Come vedremo più avanti due corpi con la stessa massa e nello stesso luogo, sono attratti con la stessa forza dalla Terra, hanno quindi lo stesso peso. La prima proprietà è quindi intrinseca ai corpi e viene misurata, nel Sistema Internazionale (che sarà utilizzato nel resto di questo articolo), in chilogrammi [Kg], mentre la seconda è una forza e quindi misurata in Newton [$Kg\,\frac{m}{s^2}$] e indicato con la lettera N. Un corpo può avere una massa di 1Kg, ma non si può dire che il suo peso sia 1Kg; in questo caso stiamo confondendo peso e massa.

L'altra risposta tipica, fra quelle sbagliate "ma comprensibili", è quella "sperimentale": Se si prende una bilancia a due piatti, su un piatto si posa un chilo di piombo, e sull'altro un chilo di paglia (cfr. Fig. 1), si vede che la bilancia non resta in equilibrio ma si abbassa sul lato del piombo. Sebbene questa osservazione corrisponda al vero, la conclusione che il chilo di piombo pesa più del chilo di paglia, è sbagliata! Non sono state prese in considerazione tutte le forze che agiscono sui corpi.

In questo caso infatti, si è ben capito che il peso è una forza, ma l'errore viene dal fatto che la forza totale esercitata su ogni piatto della bilancia, è data dalla differenza tra le forze agenti sui corpi, fra cui c'è sicuramente il peso P del corpo ma anche la *forza (spinta) di Archimede* F_A. Quindi, in realtà, la bilancia permette di confrontare, e quindi misurare, le differenze tra i due pesi (che sono uguali se le masse sono uguali) e le loro forze di Archimede (che sono diverse se i volumi dei corpi sono diversi).

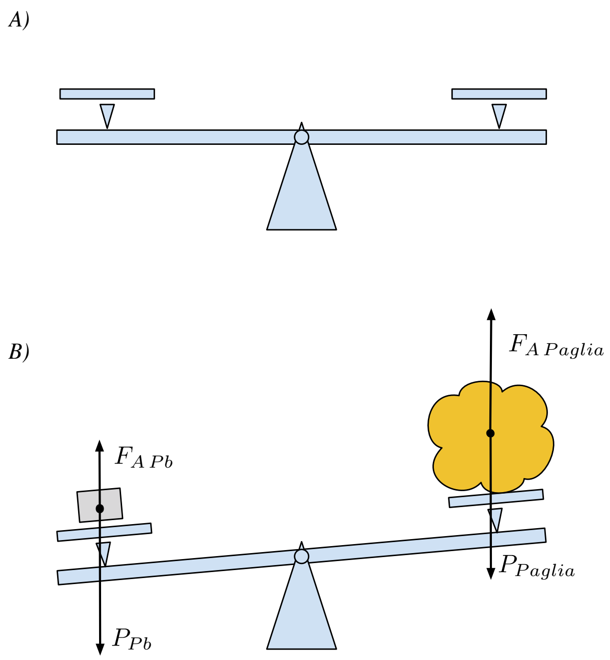

Figura 1. Misura con una bilancia a due piatti.
Pannello superiore A): bilancia scarica.
Pannello inferiore B): bilancia carica con i due corpi da pesare.

Questo è vero anche se si usa una bilancia ad un piatto solo (un dinamometro), come quella che si adopera in cucina per misurare gli ingredienti per fare i biscotti o quella del bagno per vedere se di biscotti ne abbiamo mangiati molti. Ma se il valore indicato da una bilancia sulla quale è stato posato un oggetto non indica il suo “vero” peso, allora come si fa a misurare il peso di un oggetto, cioè la forza con cui è attratto dalla Terra? E perché tutti si accontentano di pesare gli oggetti semplicemente appoggiandoli sulle bilance?
La risposta a quest’ultima domanda è semplice: la forza di Archimede è il più delle volte molto piccola e quindi trascurabile rispetto al peso che si vuol misurare, molte volte addirittura più piccola della sensibilità della bilancia stessa. La risposta alla prima domanda invece è più complessa e sarà data nei paragrafi seguenti. Proporremo un protocollo sperimentale semplice, facilmente riproducibile a casa, nelle scuole e nei licei.

Ma allora, qual è la risposta giusta alla nostra domanda? Pesa più un chilo di paglia o un chilo di piombo? Dipende. Se i due oggetti sono nello stesso posto allora il loro peso è identico, se invece si trovano in luoghi diversi, soprattutto se ad altitudini e/o a longitudini diverse, allora il loro peso differisce. Nel seguito dell’articolo faremo vedere come e perché il peso di un corpo dipende dalla posizione geografica, e calcoleremo il peso di un oggetto posto all’equatore, al polo e sull'Everest.

Forza con cui un corpo viene attratto dalla Terra (Peso)

Per i fisici, il peso è per definizione la forza con cui un corpo viene attratto dalla Terra. È interessante notare che questa è la stessa forza che mantiene la luna in orbita attorno alla terra e la terra attorno al Sole; questo risultato sorprendente è dovuto a Isaac Newton [4]. Per determinare l'intensità di questa forza, bisogna usare la legge di gravitazione universale di Newton: due masse M e m si attraggono l'un l'altra con una forza che è proporzionale all'inverso del quadrato della distanza che le separa, R, e al prodotto delle masse stesse. La costante di proporzionalità, G, è chiamata *costante di gravitazione universale*, il suo valore è

$$G = 6.67 \cdot 10^{-11} \frac{Nm^2}{Kg^2}.$$

Le osservazioni e le misure astronomiche mostrano che il suo valore è lo stesso in tutto l'universo a noi visibile. Per questo è considerata una costante *universale*. Se questo valore varierà nel futuro o se è lo stesso dall'inizio dell'universo, non è dato saperlo.

Matematicamente, l'intensità della forza di gravitazione di Newton si scrive:

$$F = G\frac{mM}{R^2}\,. \tag{1}$$

Se vogliamo calcolare il peso di un corpo di massa *m* bisogna quindi usare l'Eq. (1). La massa della Terra è conosciuta e vale $M = 5.972 \cdot 10^{24} Kg$, abbiamo il valore della costante G e sappiamo la massa del corpo, m. Ma quale è la distanza che separa il corpo dalla Terra? Potremmo pensare che sia zero, o in ogni caso molto piccola, in quanto il corpo è appoggiato sulla superficie terrestre, ma questo ragionamento è sbagliato, ed inoltre porterebbe ad una conclusione assurda: il peso del corpo sarebbe enorme in quanto nella formula (1) divideremmo per una quantità estremamente piccola.

È Newton stesso ad aver trovato la soluzione a questo apparente paradosso: l'attrazione di un corpo sferico di raggio r (assumendo quindi che la Terra sia una sfera perfetta, il che non è esattamente vero come vedremo e sfrutteremo in seguito) e di massa M su un corpo puntiforme[1] di massa m posto a distanza h dalla superficie, è la stessa di quella esercitata da un corpo "puntiforme" (cioè le cui dimensioni spaziali sono trascurabili) di massa M posto al centro della sfera. La distanza fra i due corpi è quindi $R = r + h$ (cfr. Fig. 2), e poiché h è molto più piccolo di r, possiamo considerare che $R = r$.

[1] Cioè un corpo le cui dimensioni siano trascurabili rispetto a quelle della Terra.

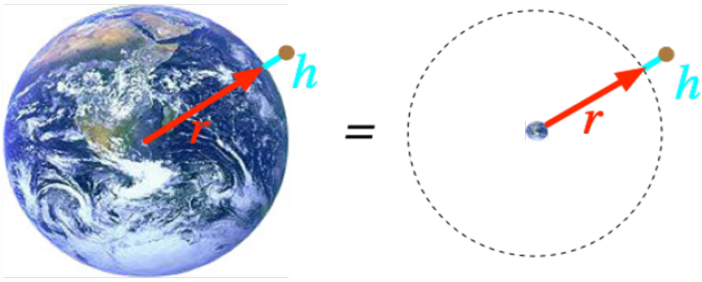

Figura 2. Attrazione di un corpo verso la Terra.
Un corpo posto ad un'altezza h rispetto al livello del mare, piccola rispetto al raggio terrestre, è attratto verso la Terra con una forza uguale alla forza con cui un corpo puntiforme, con la stessa massa della Terra, posto al centro della terra, attirerebbe il corpo in questione

Così facendo, si trova che il peso P risulta essere:

$$P = g\,m, \tag{2}$$

dove $g = G\frac{M}{R^2}$ è l'*accelerazione di gravità*, cioè l'accelerazione con cui un corpo cade verso la terra. Il valore di g cambia con la latitudine (perché la terra non è perfettamente sferica), e l'altezza a cui si trova il corpo. Il valore massimo dell'accelerazione di gravità lo si ha ai poli e vale $g_{polo} = 9.87m/s^2$. Il minimo si trova invece in corrispondenza della vetta dell'Everest, $g_{Everest} = 9.78m/s^2$. Generalmente, si usa il valore $g = 9.81m/s^2$, che è il valore che si trova al livello del mare alle nostre latitudini.

Per quanto riguarda il problema iniziale, cioè se il chilo di piombo e il chilo di paglia abbiano lo stesso peso, la risposta è affermativa se si trovano nello stesso posto, ovunque esso sia sulla terra infatti tutti i parametri che appaiono nella Eq. (2) sono uguali e quindi anche i valori risultanti delle forze peso. Sull'Everest, i due oggetti pesano $P_{1Kg\,Piombo}^{Everest} = P_{1Kg\,Paglia}^{Everest} = 9.78N$, ai poli $P_{1Kg\,Piombo}^{Polo} = P_{1Kg\,Paglia}^{Polo} = 9.87N$. In Italia, il peso è circa $P_{1Kg\,Piombo}^{Italia} = P_{1Kg\,Paglia}^{Italia} = 9.81N$. Se invece i due oggetti si trovano in due luoghi con latitudine e/o altezza diversa, allora il loro peso è diverso. Se per esempio il chilo di piombo si trova sull'Everest e il chilo di paglia all'equatore, allora il peso della paglia è superiore a quello del piombo:

$$P_{1Kg\,Paglia}^{Polo} = 9.87N > 9.78 = P_{1Kg\,Piombo}^{Everest}\ .$$

La differenza è dell'ordine dell'1%, non è enorme, ma a volte può essere importante. Quindi il peso può cambiare ma non le masse dei corpi che restano sempre pari a 1Kg.

La misura con la bilancia

È esperienza quotidiana misurare il peso degli oggetti con delle bilance, ma come funziona una bilancia? Cosa misura veramente una bilancia? Nel caso più semplice, una bilancia si basa sulla capacità di una molla di allungarsi/accorciarsi quando soggetta ad una forza. Consideriamo una molla di costante elastica k, cioè una misura della sua resistenza ad allungarsi/accorciarsi, vincolata (cioè attaccata) al soffitto. La lunghezza della molla a riposo, cioè la lunghezza che si misura se non attacchiamo niente alla estremità definisce "lo zero" della nostra bilancia (cfr. Fig. 3A). Se adesso applichiamo una forza verticale *F*, diretta verso il basso, all'estremità della molla (cfr. Fig. 3B), per esempio la forza peso di un corpo con una certa massa appeso all'estremità e lasciato andare lentamente fino a raggiungere la posizione di equilibrio (cfr. Fig. 3C); allora grazie alla legge di Hook, sappiamo che l'allungamento ΔL della molla è proporzionale alla forza (osserviamo che lo stesso risultato si può ottenere misurando di quanto la lunghezza della molla si è accorciata rispetto alla lunghezza di riposo quando la forza applicata è diretta nel verso contrario; è sfruttando questo principio che funziona la bilancia che usiamo in casa per pesarci):

$$\Delta L = L - Lo = \frac{F}{k}.$$

Questa osservazione ci consentirebbe, conoscendo k, di misurare la forza applicata alla molla $F = k\,\Delta L$, e quindi risalire alla massa del corpo sapendo che $P = mg$. Ma possiamo essere sicuri che il peso sia la sola forza agente sulla molla? Nella maggior parte dei casi no, infatti, come mostreremo, la presenza dell'aria induce una nuova forza che deve essere considerata. Invece nel vuoto (cfr. Fig. 3C), cioè in assenza di aria, se attacchiamo una massa m all'estremità della molla, allora la misura dell'allungamento della molla, moltiplicato per K, restituisce effettivamente il peso della massa: $P = k\,\Delta L_m$, da cui possiamo risalire alla misura di m.

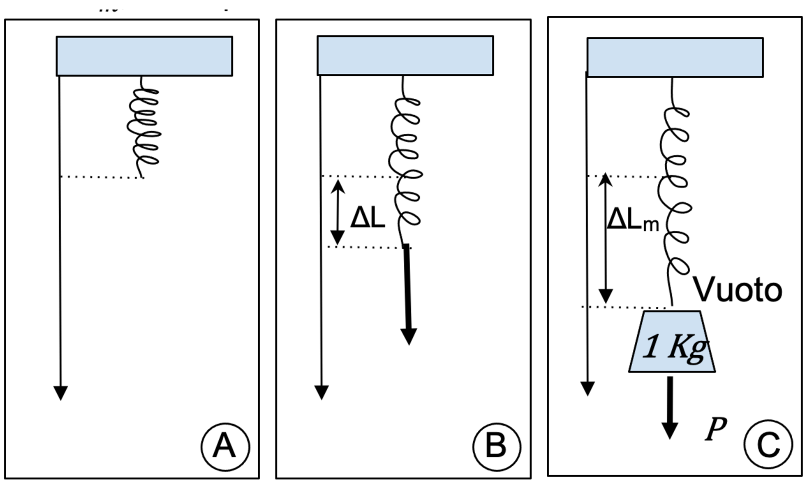

Figura 3. Molla vincolata al soffitto.
A) Senza carico (molla a riposo). B) Con una forza verticale applicata all'estremità inferiore.
C) Nel vuoto, con una massa attaccata all'estremità inferiore.

Purtroppo, pesare gli oggetti nel vuoto non è una cosa facile. Bisognerebbe mettere la bilancia in una scatola, e aspirare tutta l'aria[2]. Tutto ciò è laborioso e costoso. La pompa per fare il vuoto costa caro, e la scatola deve essere abbastanza robusta per resistere alla pressione atmosferica (quasi 1Kg/cm^2!).

Ci dobbiamo quindi rassegnare a pesare gli oggetti in presenza di aria e quindi dobbiamo tener conto della *forza di Archimede; un corpo immerso in un liquido o gas, riceve una spinta verso l'alto pari al peso del volume di liquido o gas occupato (spostato) dal corpo stesso*. In queste condizioni, se all'estremità della molla attacchiamo una massa (pannello A in Fig. 4), essa si allunga proporzionalmente alla somma algebrica delle forze applicate alla sua estremità: la forza peso P e la forza di Archimede $F_{A\ aria}$. Le due forze sono verticali, la prima è diretta verso il basso, la seconda verso l'alto. L'allungamento della molla, non è quindi proporzionale al peso della massa, ma al peso meno la forza di Archimede $\Delta L_1 = \frac{P - F_{A\,aria}}{k}$. Per calcolare il peso $P = \Delta L_1\, k + F_{A\,aria}$, bisogna quindi conoscere la forza di Archimede.

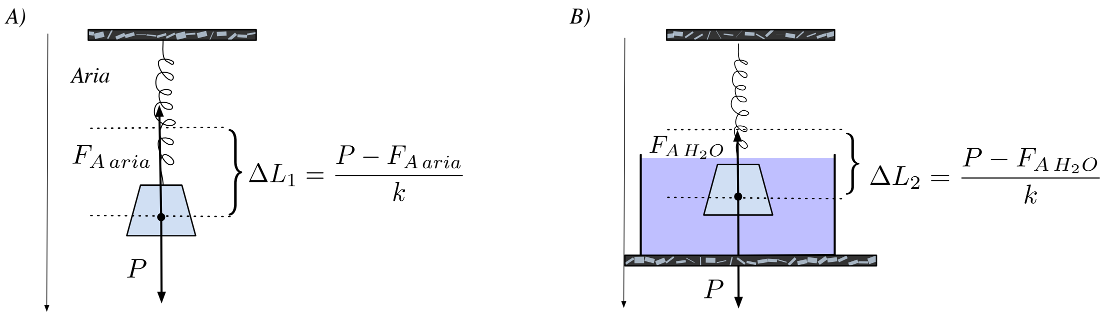

Figura 4. Pannello A): Molla vincolata al soffitto con una massa attaccata all'estremità inferiore, in presenza di aria. $F_{A\ aria}$ *è la forza di Archimede (esercitata dall'aria) e* P *il peso del corpo.*
Pannello B): Molla vincolata al soffitto con una massa attaccata all'estremità inferiore, in presenza di acqua. $F_{A\ H_2 0}$ *è la forza di Archimede (esercitata dall'acqua) e* P *il peso del corpo.*

Possiamo pesare la massa sostituendo l'aria con acqua (pannello B in Fig. 4). Per far questo è sufficiente porre un recipiente contenente acqua e facendo in modo che il corpo risulti completamente immerso e senza toccare il fondo, una volta attaccato all'estremità della molla. Procedendo in questo modo si misurerà un allungamento ΔL_2 della molla differente dal caso precedente ma si potrà sempre ricavare il peso della massa conoscendo la forza di Archimede esercitata dall'acqua sul corpo.

Ci sono diversi modi per misurare la forza di Archimede. Ognuno di essi richiede una nuova misura e un nuovo apparato sperimentale. In questo articolo proponiamo la

---

[2] In realtà non è possibile "aspirare tutta l'aria", cioè fare il vuoto assoluto. Possiamo però levare abbastanza aria (diminuire la pressione) da rendere la forza di Archimede trascurabile, cioè più piccola della sensibilità della bilancia.

soluzione che ci pare la più semplice e pratica da realizzare. Prima però vediamo quanto è l'errore commesso nel trascurare la forza di Archimede.

Di quanto "si sbaglia" ?

Come abbiamo visto, le bilance, invece del peso P di un oggetto, ci indicano la misura del suo peso P meno la forza di Archimede F_A applicata al corpo. Ma qual è l'errore introdotto da F_A sulla misura? La differenza tra il peso reale dell'oggetto P e quello indicato dalla bilancia $P_{bilancia}$ è $P\text{-}P_{bilancia} = P\text{-}(P\text{-}F_A) = F_A$. L'errore relativo $\frac{\Delta P}{P}$ sulla misura del peso è quindi $\frac{\Delta P}{P} = \frac{F_A}{P}$. L'intensità della forza di Archimede F_A, dipende dal volume V dell'oggetto e dalla densità del liquido o gas, in questo caso dell'aria ρ_{aria}, quindi: $F_{A\,aria} = g\,\rho_{aria}\,V$.

Il volume V dell'oggetto di cui vogliamo conoscere il peso dipende a sua volta dalla sua densità ρ, infatti abbiamo $V = \frac{m}{\rho}$, dove m è la massa del corpo. La Forza di Archimede è quindi proporzionale al rapporto tra la densità dell'aria e quella dell'oggetto:

$$F_{A\,aria} = gm\frac{\rho_{aria}}{\rho}.$$

Essendo $P = mg$ il peso del corpo in questione, l'errore relativo sul peso è allora uguale al rapporto tra la densità dell'aria e quella dell'oggetto di cui si vuol conoscere il peso: $\frac{\Delta P}{P} = \frac{\rho_{aria}}{\rho}$. Più la densità di un oggetto è elevata, più piccolo è l'errore dovuto alla forza di Archimede.

Adattando il ragionamento qui sopra riportato agli esempi della Fig. 4 in cui abbiamo pesato un corpo nell'aria e nell'acqua possiamo ottenere :

$$k\Delta L_1 = P - F_{A\,aria} = g\rho V - g\rho_{aria}V = g\rho V\left(1 - \frac{\rho_{aria}}{\rho}\right) = P\left(1 - \frac{\rho_{aria}}{\rho}\right) \qquad (3)$$

e quindi concludere che il peso del corpo può essere calcolato con la formula:

$$P = \frac{k\Delta L_1}{1-\frac{\rho_{aria}}{\rho}}\ .$$

Un ragionamento analogo nel caso della pesata in acqua permette di ottenere :

$$P = \frac{k\Delta L_2}{1-\frac{\rho_{H_2O}}{\rho}}\ . \qquad (4)$$

Nella tabella 1 riportiamo gli errori relativi e quelli assoluti per diversi tipi di oggetti di densità diverse.

Materiale	Densità del materiale (Kg/m^3)	Errore relativo %	Errore assoluto per 1g		Errore assoluto per 1Kg	
Acqua	1000	0.12%	0.0012	g	1.157	g
Piombo	**11340**	0.01%	0.0001	g	0.102	g
Paglia	30	3.86%	0.0386	g	38.567	g
Oro	19250	0.01%	0.0001	g	0.060	g
Corpo umano	985	0.12%	0.0012	g	1.175	g
Farina	780	0.15%	0.0015	g	1.483	g
Densità dell'aria = 1.157 Kg/m^3 (alla pressione atmosferica e a 20° C)						

Tabella 1. Gli errori introdotti dalla forza di Archimede per diversi materiali

Per la paglia, che ha una densità molto bassa, l'errore introdotto dalla forza di Archimede è di circa il 4%. Per un chilo di piombo invece, molto più denso, l'errore dovuto alla forza di Archimede è molto piccolo: 0.01%.

A valle di queste considerazioni è facile capire perché se mettiamo un chilo di piombo e un chilo di paglia su una bilancia a due piatti, questa si abbassa nel lato del piatto contenente il piombo (cfr. Fig. 1). La forza totale applicata sul piatto dove c'è il piombo (P_{Pb} - $F_{A\ Pb}$), è circa 0.37N più grande di quella applicata al piatto dove c'è la paglia (P_{Paglia} - $F_{A\ Paglia}$). È come se sul piatto della paglia fossero "spariti" 38.5g. Non è molto, ma è abbastanza per far disequilibrare la bilancia.

La tabella, ci mostra che in generale, l'errore introdotto dalla forza di Archimede, è abbastanza piccolo da poterlo, il più delle volte, trascurare. Per il corpo umano, essenzialmente costituito di acqua, l'errore relativo è dello 0.12%, il che vuol dire che per una persona di 70Kg, la bilancia segna 70 x (1-0.0012)Kg = 69.916Kg invece di 70Kg. La differenza è quindi di 84g, ovvero più piccola dell'errore dichiarato dalla maggior parte dei costruttori di bilance di uso comune (±100g). L'errore introdotto dalla forza di Archimede, è anche più piccolo del contributo riconducibile agli indumenti che indossiamo. Anche quando prepariamo una prelibata ricetta di cucina, possiamo trascurare la forza di Archimede. Se per esempio pesiamo un chilo di farina, l'errore sarà soltanto di 1.483g, ancora una volta minore dell'errore della maggior parte delle bilance da cucina. Possiamo quindi tranquillamente preparare dei bei pranzetti senza tenere in conto la forza di Archimede.

Soltanto in certi casi particolari, dove la precisione è davvero importante, bisogna considerare in modo esplicito la correzione dovuta alla forza di Archimede. Per esempio nei preparati per uso medico o in determinati esperimenti di Chimica. In quei casi, qualche grammo in più o in meno possono risultare in un'enorme differenza. Nel paragrafo successivo vediamo come si può operare per correggere l'errore dovuto alla forza di Archimede.

Come Misurare il Peso di un Corpo

Per poter misurare il peso di un oggetto, bisogna "eliminare" la forza di Archimede. Precedentemente abbiamo mostrato come pesare uno stesso corpo in aria e in acqua (cfr. Fig. 4). Possiamo quindi chiederci se una qualche combinazione di queste pesate possa permettere di "eliminare" la forza di Archimede e quindi determinare il "vero" peso di un corpo. Per far questo, oltre alla semplice bilancia (la molla attaccata al soffitto) di cui abbiamo parlato prima, abbiamo bisogno di una bilancia da cucina, di quelle che misurano il peso appoggiandoci l'oggetto sopra. Una tale bilancia può essere schematizzata come una molla verticale di costante elastica K_1(cfr. Fig. 5), vincolata al pavimento (e non al soffitto come la prima). In questo caso, quando una massa viene posta sulla bilancia, la molla si accorcia. L'accorciamento della molla all'equilibrio è proporzionale al peso della massa meno la forza di Archimede.

Immaginiamo adesso di prendere un bicchiere, o una ciotola, e di riempirla con un volume V_{H_2O} di acqua e di metterla sulla nostra bilancia da cucina, come mostrato nel pannello A di Fig. 5. Per quanto sopra visto, l'accorciamento della molla risulta quindi funzione dell'accelerazione di gravità g, della densità dell'acqua ρ_{H_2O}, della densità dell'aria ρ_{aria} e del volume occupato dall'acqua V_{H_2O}, ed è dato dall'equazione

$$\Delta L_3 = \left(g\rho_{H_2O}V_{H_2O} - g\rho_{aria}V_{H_2O}\right)/K_1, \tag{5}$$

dove $P_{H_2O} = g\rho_{H_2O}V_{H_2O}$ rappresenta il peso dell'acqua contenuta nel bicchiere (supponendo il contributo del bicchiere trascurabile), $F_{A,aria} = g\rho_{aria}V_{H_2O}$ la forza di Archimede che l'aria applica al volume d'acqua e $F_{el,H_2O} = K_1\Delta L_3$ la forza elastica. Tali forze sono mostrate nel pannello C di Fig. 5; per una migliore visualizzazione abbiamo separato le forze ma è chiaro che agiscono tutte sul centro di massa del volume di acqua.

Immergiamo adesso la massa di densità ρ e di volume V di cui vogliamo misurare il peso $P = g\rho V$ nel bicchiere, senza toccare il fondo, mentre è attaccata alla molla di costante elastica K, quella cioè che è vincolata al soffitto (vedere pannello B in Fig. 5). In questo caso, tenendo in conto le forze agenti sul volume di acqua (mostrate nel pannello D della Fig. 5) l'accorciamento della molla della bilancia da cucina è dato dall'equazione

$$\Delta L_4 = \left(g\rho_{H_2O}V_{H_2O} + g\rho_{H_2O}V - g\rho_{aria}V_{H_2O} - g\rho_{aria}V\right)/K_1\,, \qquad (6)$$

dove il termine $g\rho_{H_2O}V_{H_2O}$ rappresenta il peso del volume di acqua (supponendo ancora il contributo del bicchiere trascurabile), $g\rho_{aria}V_{H_2O} + g\rho_{aria}V$ la forza di Archimede esercitata dall'aria sul complesso acqua e corpo immerso. Infine $g\rho_{H_2O}V$ rappresenta la reazione, dovuta al III principio di Newton, della forza di Archimede esercitata dall'acqua sul corpo immerso [5].

Se facciamo la differenza tra queste due misure, otteniamo l'intensità della forza di Archimede:

$$\Delta L_4 - \Delta L_3 = \left(g\rho_{H_2O}V - g\rho_{aria}V\right)/K_1. \qquad (7)$$

Consideriamo adesso le forze agenti sul corpo, mostrate nel pannello D della Fig. 5; all'equilibrio la forza peso sarà bilanciata dalla forza elastica esercitata dalla molla e dalla forza di Archimede causata dall'acqua sul corpo. Se utilizziamo le formule determinate precedentemente, possiamo trovare l'equazione che lega l'allungamento della molla attaccata al soffitto alle altre quantità in gioco : $\Delta L_2 = \frac{g\rho V - g\rho_{H_2O}V}{K}$. Utilizzando la relazione precedente, possiamo eliminare la dipendenza dalla forza di Archimede agente sul corpo immerso in acqua, $g\rho_{H_2O}V$, e ottenere il valore del peso del corpo:

$$P = \frac{(\Delta L_4 - \Delta L_3)\,K_1 + \Delta L_2 K}{1 - \frac{\rho_{aria}}{\rho}}\,. \qquad (8)$$

Questo risultato ci permette di fare le seguenti osservazioni. Per determinare il peso del corpo, abbiamo ancora bisogno di conoscere il rapporto della densità del corpo e quella dell'aria e tanto più questo rapporto è piccolo, tanto più l'impatto della forza di Archimede è trascurabile. Inoltre possiamo osservare che nella formula finale per il peso non c'è dipendenza dalla densità dell'acqua, nonostante il corpo sia stato immerso in acqua per la pesata.

Mostriamo poi come i risultati precedenti permettano di calcolare il volume del corpo, noto il volume d'acqua, V_{H_2O}, utilizzando le pesate. La formula (6) per l'accorciamento della molla della bilancia può essere riscritta come

$$\Delta L_4\,K_1 = g\left(\rho_{H_2O} - \rho_{aria}\right)\left(V_{H_2O} + V\right) \qquad (9)$$

mentre la relazione per $\Delta L_4 - \Delta L_3$ può essere riscritta

$$K_1(\Delta L_4 - \Delta L_3) = g\left(\rho_{H_2O} - \rho_{aria}\right)V \qquad (10)$$

da cui otteniamo

$$V = V_{H_2O}\,\frac{\Delta L_4 - \Delta L_3}{\Delta L_3}\,. \tag{11}$$

D'altra parte, per la (4):

$$P = g\rho V = K\,\Delta L_2 + g\rho_{H_2O}V$$

Ricordando dunque l'espressione per V ricavata in precedenza si perviene a:

$$P = g\rho V = K\,\Delta L_2 + g\rho_{H_2O}V_{H_2O}\,\frac{\Delta L_4 - \Delta L_3}{\Delta L_3}$$

Possiamo quindi accedere ad una stima diretta del peso assumendo nota la densità dell'acqua e misurando per via diretta V_{H_2O}, ΔL_2, ΔL_3 e ΔL_4.

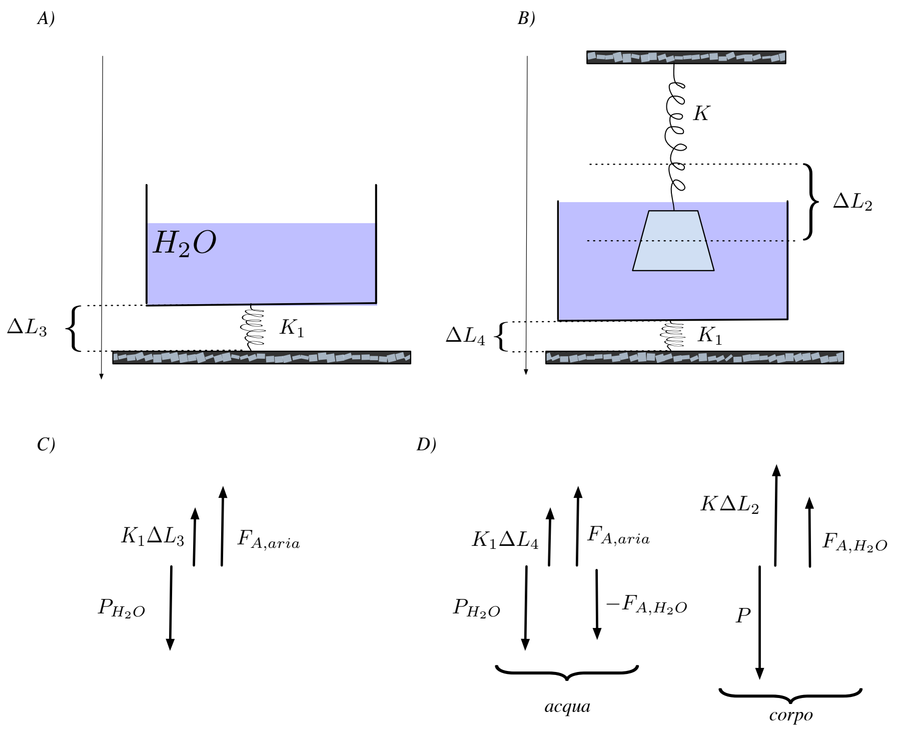

Figura 5: Nuovo esperimento.
A) Misura del peso del volume d'acqua (supponendo il contributo del bicchiere trascurabile) in aria e quindi soggetto alla Forza di Archimede esercitata dall'aria sul volume d'acqua.
B) misura del peso del volume d'acqua (supponendo il contributo del bicchiere trascurabile) in aria, in cui è immerso il corpo soggetto alla forza peso, alla forza elastica e alla forza di Archimede del liquido sul corpo.
Per il principio di azione-reazione il volume d'acqua subisce una forza di Archimede "contraria".
In pannelli C e D mostrano le forze in gioco all'equilibrio sul volume d'acqua e sul corpo immerso.

Conclusioni

In questo articolo abbiamo visto che un chilo di piombo e un chilo di paglia hanno lo stesso peso, se si trovano nello stesso luogo geografico. Abbiamo anche discusso del fatto che, in condizioni normali, cioè in presenza di atmosfera, mettere semplicemente un oggetto sulla bilancia non ci permette di misurare il suo peso esatto. Bisogna tener conto della forza di Archimede e quindi aggiungere una correzione. Correzione che, per molti scopi pratici, il più delle volte è trascurabile.

Rispondere alla domanda "Pesa più un chilo di piombo o un chilo di paglia ?" non è banale. Innanzitutto bisogna conoscere bene la definizione di massa, di peso, e la differenza tra queste due grandezze fisiche. E poi necessario conoscere la legge di gravitazione universale, la forza di Archimede, la legge di Hook e la statica, cioè lo studio dei corpi a riposo. L'insieme non banale di elementi che compongono il problema fa sì che questo esercizio costituisca un ottimo strumento didattico per i professori di scienze [6]. In effetti, questa semplice domanda, cattura facilmente l'attenzione degli allievi e copre un ampio spettro di argomenti che attengono allo studio della meccanica. Un possibile schema per una lezione in laboratorio basata su un "approccio a progetto" e che verta sul tema qui oggetto di approfondimento potrebbe consistere nei passi seguenti: far vedere agli studenti che una bilancia a due piatti non resta in equilibrio se si mette un chilo di piombo da una parte e un chilo di paglia d'altro; chiedere quindi agli studenti di spiegare il fenomeno osservato. Per rispondere compiutamente alla domanda gli allievi dovranno capire il problema, analizzare la procedura sperimentale (la pesata) per risalire al vero motivo per cui il piombo "appare più peso" della paglia, suggerire delle ipotesi e procedere alla verifica sperimentalmente delle stesse.

Bibliografia

[1] Ricerca di *Pesa più un Kg di piombo o un Kg di piume ? sul motore di ricerca google :* https://www.google.fr/search?num=100&rlz=1C1GCEU_frRE820RE820&ei=Tnf9W6WCKKrF0PEPraCD2AE&q=Pesa+pi%C3%B9+un+chilo+di+piombo+o+un+chilo+di+piume&oq=Pesa+pi%C3%B9+un+chilo+di+piombo+o+un+chilo+di+piume&gs_l=psy-ab.3..0i19.2788.5308..5576...0.0..0.814.814.6-1......0....1..gws-wiz.ue4h-jf-Ftk

[2] "Pesa di più un chilo di ferro o un chilo di paglia?". Blog di Michele Dotti : https://micheledotti.myblog.it/2008/12/10/pesa-di-piu-un-chilo-di-ferro-o-un-chilo-di-paglia/

[3] "D&R Pesa di più un chilo di ferro o un chilo di paglia?" La bottega del mistero:https://labottegadelmistero.altervista.org/dr-pesa-piu-chilo-di-piombo-chilo-di-piume/?doing_wp_cron=1543337986.0282599925994873046875

[4] *NEWTON, Isaac*, “Philosophiæ Naturalis Principia Mathematica”. Publisher: Jussu Societatis Regiæ ac Typis Joseph Streater (1687)

[5] *MOREIRA, J. Agostinho, ALMEIDA, A., CARVALHO, P. Simeão*, Two Experimental Approaches of Looking at Buoyancy, The Physics Teacher, 2013 , **51**, (2), p. 96.

[6] *GUARINO, Alessio, MARVILLIERS, Sandrine, PACINI, Giovanna, et al*. Migliorare l’insegnamento delle scienze nelle scuole primarie: FoCoSTEP, un’esperienza francese di accompagnamento formativo. FORMAZIONE & INSEGNAMENTO. Rivista internazionale di Scienze dell'educazione e della formazione, 2018, **16**, (1), p. 241.