

THESIS / THÈSE

MASTER EN SCIENCES INFORMATIQUES

La logique floue et l'aide à la décision médicale

Vu Khac, Tri

Award date:
1996

Awarding institution:
Universite de Namur

[Link to publication](#)

General rights

Copyright and moral rights for the publications made accessible in the public portal are retained by the authors and/or other copyright owners and it is a condition of accessing publications that users recognise and abide by the legal requirements associated with these rights.

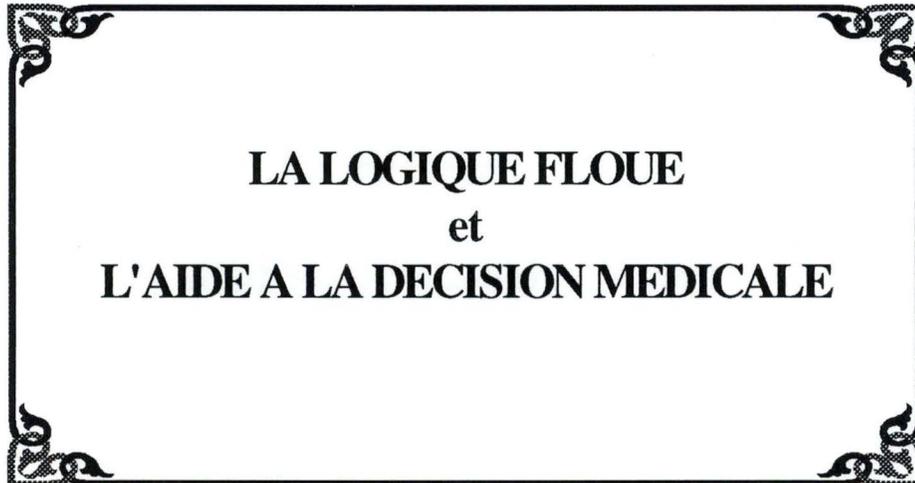
- Users may download and print one copy of any publication from the public portal for the purpose of private study or research.
- You may not further distribute the material or use it for any profit-making activity or commercial gain
- You may freely distribute the URL identifying the publication in the public portal ?

Take down policy

If you believe that this document breaches copyright please contact us providing details, and we will remove access to the work immediately and investigate your claim.

Facultés Universitaires Notre-Dame de la Paix Namur.
Institut d'Informatique.

Année académique 1995-1996.



Mémoire de fin d'études.

Promoteur: J. FICHEFET

Réalisateur: Tri VU KHAC

TABLE DES MATIERES

I. Avant-propos	4
II. Introduction.....	5
II.1. Structure du mémoire.....	5
II.2. Décision médicale	5
II.3. Caractéristiques des données médicales	6
II.3.1. Introduction.....	6
II.3.2. Les outils du médecin	7
III. Logique floue et les ensembles flous	9
III.1. Logique floue	9
III.2. Fonction de variables floues.....	10
III.3. Opérations sur les sous-ensembles flous	11
III.4. Notion de distance.....	15
III.5. Théorie des possibilités	16
III.5.1. Introduction	16
III.5.2. Mesures de possibilité et de nécessité	17
III.5.3. Evaluation du degré de vérité d'une proposition.....	18
III.6. Variable linguistique	19
III.7. Conclusion	20
IV. L'aide à la décision médicale.....	21
IV.1. L'instruction	21
IV.1.1. Typologie des systèmes d'aide à la décision	21
IV.1.2. Les modèles de présentation de connaissances.....	21
IV.1.3. Règles.....	22
IV.1.4. Les stratégies diagnostiques	23
IV.2. Raisonnement en logique floue	23
IV.2.1. Implications floues.....	24
IV.3. Raisonnement possibiliste	26
IV.3.1. Modus ponens et modus tollens avec incertitudes	26
IV.3.2. Formulation matricielle.....	28
IV.3.3. Connaissances incomplètes sur les règles et/ ou les propositions.....	29
IV.4. Aide multicritère à la décision.....	31
IV.4.1. Notion de base de la relation binaire vulgaire	31
IV.4.2. Graphes flous et relations floues.....	32
IV.4.3. Aide multicritère à la décision.....	37
IV.4.4. Opération d'agrégation multicritère	38
IV.5. Conclusion.....	40

V. L'utilisation de la logique floue dans les applications médicales.....	41
<i>V.1. Introduction</i>	<i>41</i>
<i>V.2. Les principes de CADIAG-2.....</i>	<i>41</i>
V.2.1. Présentation des connaissances.....	42
V.2.2. Inférence de la logique floue.....	43
V.2.3. Processus de diagnostic	44
V.2.4. Conclusion	44
<i>V.3. Les principes de "A weighted fuzzy reasoning algorithm"</i>	<i>44</i>
V.3.1. Représentation de connaissances	45
V.3.2. Mesure de similarité.....	45
V.3.3. Algorithme "weighted fuzzy reasoning"	46
V.3.4. Conclusion	47
V.4. Conclusion.....	47
VI. Développement d'une application de diagnostic médical.....	48
<i>VI.1. Introduction de systèmes experts flous en médecine</i>	<i>48</i>
VI.1.1. Introduction	48
VI.1.2. Schéma du système expert flou en médecine	49
VI.1.3. Représentation de connaissances	50
VI.1.4. Diagnostic.....	54
VI.1.5. Discussion	55
VI.2. Introduction du problème particulier	56
VI.3. Schéma du système d'identification bactérienne.....	58
VI.4. Représentation des résultats de tests et de diagnostic.....	58
VI.5. Base de données	59
VI.6. Composition des connaissances et des résultats de tests.....	61
VI.7. Opération d'agrégation.....	63
VI.8. Système multicritère	70
VI.9. Discussion	72
VII. Conclusion	74
VIII. Annexe.....	75
VIII.1. Annexe 1	75
VIII.2. Annexe 2	76
IX. Références.....	78
X. Code du logiciel	81

Résumé

Ce mémoire a pour but d'étudier les concepts, les méthodes et les outils de la logique floue qui permettent de développer des systèmes d'information d'aide à la décision médicale. Il a aussi pour objet de recenser quelques applications médicales où la logique floue a été utilisée. Enfin, il propose une méthode générale d'aide à la décision médicale en utilisant la logique floue; et en particulier, il présente une approche hybride d'aide à la décision dans le domaine de l'identification bactérienne en intégration du modèle de l'inférence floue et de celui de l'approche multicritère.

Abstract

The aims of this thesis is to study the concepts, the methods and the tools of fuzzy logic that enable the development of systems of multicriteria decision aid. The thesis accounts for a census taken of some medical applications in which fuzzy logic was employed. At the end, it proposes a general method of medical decision aid using fuzzy logic and, in particular, a hybrid approach of decision aid in the bacteria identification domain in integration of fuzzy inference model and multicriteria model.

Remerciement

Je tiens tout d'abord à remercier mon promoteur, le Professeur J. FICHEFET, de m'avoir aidé à accomplir ce mémoire et de l'avoir corrigé.

Aussi, je voudrais adresser un mot de remerciement à toutes les personnes qui ont contribué à la rédaction de mon mémoire: le Professeur V.H. NGUYEN, le Dr. H.P. NGUYEN, le Dr. P. BEYNE, le Dr. J.P. LECLERCQ, le Professeur P.Y. SCHOBENS et tous mes amis.

I. Avant-propos

Depuis la naissance de l'ordinateur, l'homme avait pensé à la création de l'intelligence artificielle qui pourrait assister l'esprit humain. Elle couvre un domaine d'application vaste et varié. En plus, elle offre des opportunités incertaines pour toutes les sciences dans le futur.

L'aide à la décision médicale est une discipline dans l'étude de stratégies diagnostiques et thérapeutiques dans toutes les spécialités médicales. Dans le cadre de ce mémoire de fin d'études, nous exposerons une partie des applications d'aide à la décision médicale et une application de la théorie de la logique floue à un domaine particulier couvrant l'identification des bactéries.

II. Introduction

II.1. Structure du mémoire

Le mémoire, en principe, expose les grandes parties suivantes:

1. les études sur la logique floue et les outils d'aide à la décision¹;
2. les études sur des applications de la logique floue dans le domaine médical²;
3. l'application de la logique floue dans une partie particulière du domaine médical³.

II.2. Décision médicale

La multiplication des sources d'information, l'accroissement rapide des coûts engendrés par les techniques diagnostiques et thérapeutiques et parfois aussi de leurs risques, imposent que dans l'enseignement et dans la pratique professionnelle, l'accent soit mis non seulement sur les compétences d'examen et de traitement, mais aussi sur celles de la décision et de son évaluation. L'analyse de la décision médicale est l'étude du cheminement du raisonnement médical, de ses exigences et de ses déviations, dans le but d'en accroître l'efficacité et d'en réduire les risques et les coûts.

Dans la formation des médecins, l'accent a été traditionnellement mis sur la collecte des informations - c'est la sémiologie - et sur la qualité de l'action. Il est nécessaire de développer l'analyse et l'évaluation de la décision médicale sous les contraintes économiques et sociales croissantes auxquelles est, et sera davantage encore, soumis l'exercice de la profession médicale.

Tout acte médical est le résultat d'une cascade de décisions prises en situation d'incertitude. Elucider les mécanismes du raisonnement médical permet d'en mesurer les incertitudes, d'identifier les contradictions et de découvrir les insuffisances pour les corriger dans la mesure du possible, à la faveur d'une nouvelle investigation plus précise et mieux informée.

Le but de l'analyse est d'accroître la rationalité des décisions diagnostiques et thérapeutiques, d'évaluer leur efficacité. L'analyse décisionnelle est un outil du progrès clinique dont elle précise les objectifs, évalue les moyens et les effets. Elle apporte un stimulant à la recherche clinique permettant ainsi au médecin de devenir un acteur, pour le bénéfice des malades et de la société.

¹ Chapitre III, chapitre IV

² Chapitre V

³ Chapitre VI

Les trois objectifs de l'analyse à la décision médicale

Ce que les malades, et la société, attendent des médecins n'est pas tellement qu'ils sachent beaucoup de choses - ce qui reste souhaitable - mais qu'ils sachent en temps opportun et dans des situations qui ne sont pas reproductibles, prendre les décisions qui, aux moindres risques et aux moindres coûts, apporteront un bénéfice maximal pour la santé des malades et pour la société en général.

⇒ *Le premier objectif* de l'analyse à la décision médicale est un objectif de formation: faire acquérir le vocabulaire et les concepts à la décision qui sont des outils indispensables à tout médecin qui désire comprendre ce qu'il fait, ce qui se dit et s'écrit, et participer au progrès de sa compétence et à celle de la connaissance médicale contemporaine. L'enseignement de l'analyse décisionnelle doit, à ce titre, être introduit dans l'enseignement de la sémiologie et développé tout au long des études médicales.

⇒ *Le deuxième objectif* est un objectif d'efficacité: l'analyse décisionnelle est l'étape nécessaire de la rationalisation des conduites diagnostiques et thérapeutiques, de l'évaluation de leur efficacité en fonction de leur coût. Loin de consacrer le règne, comme on l'a cru ou dit quelques fois, d'une médecine déshumanisée soumise aux seules exigences de la rentabilité, l'analyse décisionnelle est un garant d'une meilleure qualité de soins, ce qui économise du temps, des moyens et des souffrances.

⇒ *Un troisième objectif* est un objectif de communication: vocabulaire et concepts de l'analyse décisionnelle sont désormais les vecteurs de la communication au sein des équipes, d'un groupe à l'autre et dans la littérature médicale internationale.

Enfin, l'analyse décisionnelle fournit aux médecins engagés dans une activité de soins ou de recherche une argumentation d'une grande efficacité dans les discussions et dans les rapports - qui ne sont pas forcément conflictuels - qu'ils peuvent avoir avec les autorités de tutelle ou de financement¹.

II.3. Caractéristiques des données médicales

II.3.1. Introduction

En médecine, peut-être plus que dans d'autres disciplines, les observations sur lesquelles se basent les décisions médicales sont très imparfaites. Elles peuvent être *floues, ambiguës, incomplètes, incertaines*. Le processus décisionnel, qu'il soit diagnostique, thérapeutique ou pronostique, est donc un processus incertain. Plusieurs éléments participent à cette situation:

1. Les observations sont *floues* parce qu'il n'y a pas de vocabulaire standardisé communément utilisé par la communauté médicale et répondant à des définitions clairement exprimées. L'utilisation du même concept pour des termes proches mais non rigoureusement synonymes, ou pour des concepts voisins du même terme est source d'ambiguïté et d'imprécision sémantique. En effet, il n'est pas rare de retrouver dans les observations

¹ Réf. 25 page 1

consignées, dans les dossiers médicaux, des expressions comme douleur abdominale aiguë, hépatomégalie ou malaises fréquents.

2. Elles sont **ambiguës** car le malade peut exprimer une chose et le médecin en entendre une autre. De plus, des observateurs différents ont des seuils de perception différents quant à la présence ou l'absence d'un signe.
3. Les observations sont **incomplètes** car, en situation de décision, le médecin doit agir sans connaître l'ensemble des données relatives à un patient, et bien entendu toute la connaissance spécifique de la situation. Ceci est particulièrement vrai dans des situations d'urgence, où un patient peut se trouver inconscient, lorsque les résultats de laboratoire ne sont pas encore disponibles ou lorsqu'une technique particulière fournissant des informations utiles pour le diagnostic n'est pas pratiquée dans la structure de soins.
4. Elles sont **incertaines** car les connaissances cliniques sont souvent l'expression d'observations statistiques sur des échantillons de patients présentant des maladies plus ou moins fréquentes, ayant des formes cliniques différentes et ne s'exprimant pas toujours par la même symptomatologie, partageant certains signes avec d'autres maladies ou présentant des réponses variables à un traitement donné.

Les signes médicaux ne revêtent pas la même importance dans la recherche diagnostique. Nous présentons ici des indicateurs et des méthodes permettant de juger de la valeur diagnostique d'un signe. De plus, cette pertinence étant évaluée dans le but d'accroître l'intérêt et l'efficacité du dossier médical, trois critères principaux doivent être examinés. Les observations doivent être correctes, complètes et cohérentes. Différentes techniques informatiques permettent de signaler des erreurs détectées et d'améliorer la qualité des informations stockées.

II.3.2. Les outils du médecin

1. Une **nomenclature** est:

- ◆ l'ensemble des termes employés dans une science, une technique, un art, etc., méthodiquement classés; méthode de classement de ces termes;
- ◆ l'ensemble des formes (mots, expressions, morphèmes) répertoriées dans un dictionnaire, un lexique et faisant l'objet d'un article distinct. Une nomenclature vise, si possible, à l'exhaustivité.

2. Un **dictionnaire** est un "recueil de mots rangés dans un ordre convenu qui donne une définition ou des informations sur les signes".

3. Un **thesaurus** est un "répertoire alphabétique de termes normalisés pour l'analyse de contenu et le classement des documents d'information".

4. Une **classification** est "l'action de distribuer par classes, par catégories; le résultat de cette action". En botanique, les plantes sont depuis longtemps classées en

embranchements, classes, ordres, familles, tribus, genres, espèces, races (ou variétés) et types.

5. Un *catalogue* est une "liste méthodique accompagnée de détails, d'explications".

6. Une *codification* est:

- ◆ l'action de codifier; le résultat de cette action;
- ◆ une correspondance entre un élément d'information et une combinaison d'un langage.

7. Le *codage* est "la transformation d'un message (texte en clair, etc.) selon un code" habituellement numérique ou alphanumérique.

III. Logique floue et les ensembles flous

III.1. Logique floue

La *logique booléenne* classique est associée à la *théorie booléenne des ensembles*, appelés souvent vulgaires. Soit E l'ensemble vulgaire, x l'élément, $\mu_E(x)$ la fonction d'appartenance qui ne prend que les valeurs 0, 1:

$$\begin{aligned} \mu_E(x) &= 1 && \text{si } x \text{ appartient à } E, \\ \mu_E(x) &= 0 && \text{sinon.} \end{aligned}$$

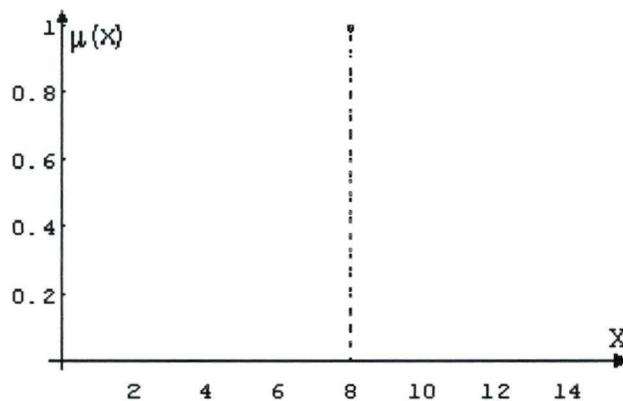


Figure III-1 Fonction d'appartenance booléenne

La *logique floue* est associée à la *théorie des sous-ensembles flous* dont la fonction d'appartenance varie de 0 à 1.

Au système formel, en tout ou rien propre aux mécanismes rigoureux de la logique, se substitueront dans la logique floue des mécanismes beaucoup plus souples et proches de la pensée et raisonnement humain.

Exemple III-1

Soit $x \in \mathfrak{R}$.

Dans le cas où la fonction d'appartenance est continue, on a un ensemble flou A qui est:

$$A = \{x, \mu_A(x) \mid \mu_A(x) = \frac{1}{1 + (x - 8)^2}\}$$

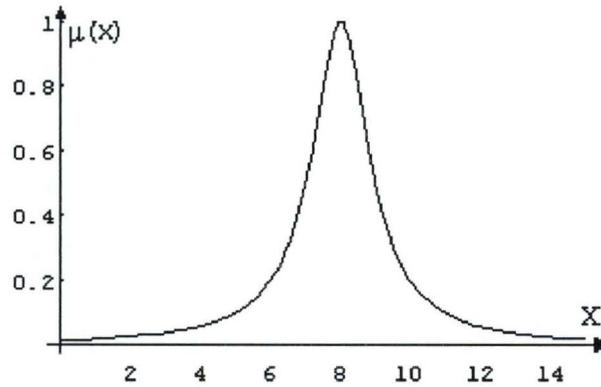


Figure III-2 Fonction d'appartenance floue

Soit $x \in \mathfrak{X}$.

Dans le cas où la fonction d'appartenance est discrète, on a un ensemble flou A qui est:

$$A = \{x, \mu_A(x)\} = \{(4, 0.0588), (6, 0.2), (8, 1), (10, 0.2), (14, 0.0588)\}$$

III.2. Fonction de variables floues¹

Rappel: Algèbre binaire de Boole à partir des sous-ensembles vulgaires.

Soient E, un sous-ensemble référentiel et x, un élément de E.

Soient $a = \mu_A(x)$ et $b = \mu_B(x)$ où $a, b \in M = \{0, 1\}$ et $A, B \subset E$.

Sous-ensemble	Opérations de l'algèbre de Boole
$A \cap B$	$a \cdot b$
$A \cup B$	$a + b$
$\neg A$	$\neg a$
$A \oplus B = (\neg A \cap B) \cup (A \cap \neg B)$	$a \oplus b = (\neg a \cdot b) + (a \cdot \neg b)$

Tableau III-1

Soient $a = \mu_A(x)$ et $b = \mu_B(x)$ où $a, b \in M = [0, 1]$ et $A, B \subset E$.

Sous-ensemble	Opérations sur les variables floues
$A \cap B$	$\text{MIN}(a, b)$
$A \cup B$	$\text{MAX}(a, b)$
$\neg A$	$\neg a = 1 - a$
$A \oplus B = (\neg A \cap B) \cup (A \cap \neg B)$	$a \oplus b = \text{MAX}(\text{MIN}(\neg a, b), \text{MIN}(a, \neg b))$

Tableau III-2

¹ Réf. 7 page 28

On peut retrouver toutes les propriétés déjà représentées pour la logique booléenne, en les retranscrivant en termes de variables floues:

Commutativité

$$a \wedge b = b \wedge a$$

$$a \vee b = b \vee a$$

Associativité

$$(a \wedge b) \wedge c = a \wedge (b \wedge c)$$

$$(a \vee b) \vee c = a \vee (b \vee c)$$

Distributivité

$$a \wedge (b \vee c) = (a \wedge b) \vee (a \wedge c)$$

$$a \vee (b \wedge c) = (a \vee b) \wedge (a \vee c)$$

$$a \wedge 0 = 0$$

$$a \wedge 1 = a$$

$$a \vee 0 = a$$

$$a \vee 1 = 1$$

$$\neg\neg a = a$$

Théorème de Morgan

$$\neg(a \wedge b) = \neg a \vee \neg b$$

$$\neg(a \vee b) = \neg a \wedge \neg b$$

III.3. Opérations sur les sous-ensembles flous¹

Remarque: Dans la plupart des articles, le sous-ensemble flou est noté \underline{A} . Ici, on le note simplement A .

Soient A, B deux sous-ensembles flous du référentiel E .

Un sous-ensemble flou $A \subseteq E$ de X est défini par une fonction d'appartenance $\mu_A(x)$ prenant ses valeurs dans l'intervalle continu $[0,1]$.

$$\mu_A(x) : X \rightarrow [0,1]$$

Nous constatons donc qu'un sous-ensemble classique n'est qu'un cas particulier d'un sous-ensemble flou.

Définition 1: Référentiel

$$\mu_E(x) = 1$$

Définition 2: Inclusion

$$\mu_A(x) \leq \mu_E(x)$$

¹ Réf. 1 page 15

Définition 3: Union¹ de A et B est définie par:

$$\mu_{A \cup B}(x) = \text{MAX} [\mu_A(x), \mu_B(x)]$$

Equation III-1

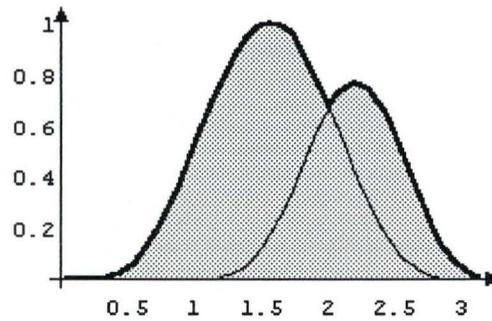


Figure III-3 Union de deux sous-ensembles flous

Définition 4: Intersection² de A et B est définie par:

$$\mu_{A \cap B}(x) = \text{MIN} [\mu_A(x), \mu_B(x)]$$

Equation III-2

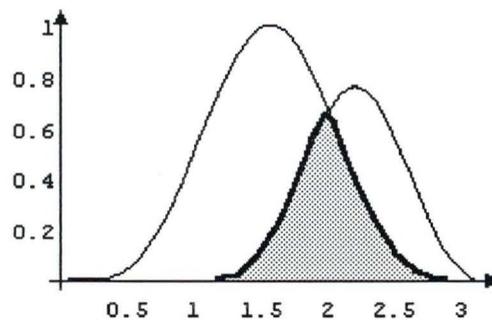


Figure III-4 Intersection de deux sous-ensembles flous

Définition 5: Complémentaire d'un sous-ensemble flou A est défini par:

$$\mu_{A^c}(x) = 1 - \mu_A(x)$$

Equation III-3

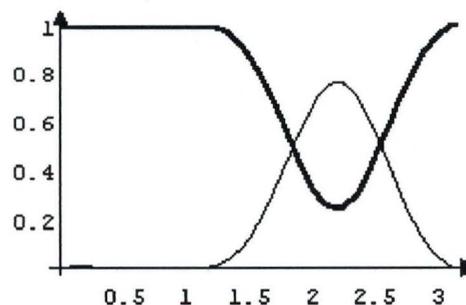


Figure III-5 Complémentaire de sous-ensemble flou

¹ Ce calcul peut être développé d'une autre manière. Réf. 1 page 35

² Ce calcul peut être développé d'une autre manière. Réf. 1 page 34

Remarque: A^c peut être aussi bien noté \bar{A} .

Définition 6: Produit algébrique de A et B est défini par:

$$\mu_{A \cdot B}(x) = \mu_A(x) \cdot \mu_B(x) \quad \text{Equation III-4}$$

Définition 7: Somme algébrique de A et B est définie par:

$$\mu_{A+B}(x) = \mu_A(x) + \mu_B(x) - \mu_{A \cdot B}(x) \quad \text{Equation III-5}$$

Définition 8: Différence de A et B est définie par:

$$\mu_{A-B}(x) = \mu_{A \cap B^c}(x) \quad \text{Equation III-6}$$

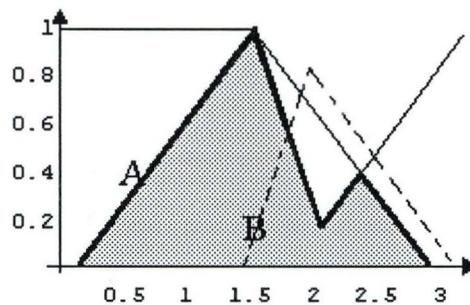


Figure III-6 Différence de deux sous-ensembles flous

Définition 9: Somme disjonctive est définie par:

$$\mu_{A \oplus B}(x) = \mu_{(A \cap B^c) \cup (A^c \cap B)}(x) \quad \text{Equation III-7}$$

Définition 10: Coupe de niveau α (encore appelée α -coupe) est définie par:

Soit $F_\alpha \subseteq E$ un sous-ensemble flou, F_α est appelé coupe de niveau α si

$$F_\alpha = \{x \mid \mu(x) \geq \alpha\} \quad \text{Equation III-8}$$

Définition 10: Composition de deux relations floues

Considérons deux relations floues n'appartenant pas au même référentiel:

$$R_1 \subset X \times Y \quad \text{et} \quad R_2 \subset Y \times Z$$

Composition MAX-MIN de R_1 et R_2 , noté $R_1 \circ R_2$ est définie:

$$\mu_{R_1 \circ R_2}(x, y) = \text{MAX} [\text{MIN}(\mu_{R_1}(x, y), \mu_{R_2}(y, z))] \quad \text{Equation III-9}$$

où $x \in X$, $y \in Y$ et $z \in Z$

Définition 11: Une fonction $T: [0, 1] \times [0, 1] \rightarrow [0, 1]$ est appelée t-norme si :

$$\begin{array}{ll} T(0, 0) = 0 & T(a, 1) = a \\ \text{Monotonie} & a \leq b \text{ ssi } T(a, c) \leq T(b, c) \\ \text{Commutativité} & T(a, b) = T(b, a) \\ \text{Associativité} & T(a, T(b, c)) = T(T(a, b), c) \end{array}$$

Définition 12: Une fonction $S: [0, 1] \times [0, 1] \rightarrow [0, 1]$ est appelée t-conorme ou s-norme si :

$$\begin{array}{ll} S(a, 0) = a & S(1, 1) = 1 \\ \text{Monotonie} & a \leq b \text{ ssi } S(a, c) \leq S(b, c) \\ \text{Commutativité} & S(a, b) = S(b, a) \\ \text{Associativité} & S(a, S(b, c)) = S(S(a, b), c) \end{array}$$

Exemple III-2

Soient deux relations binaires R et S:

$$R = \text{"x est considérablement plus large que y"} = \begin{bmatrix} & y1 & y2 & y3 \\ x1 & 0.8 & 0.1 & 0.1 \\ x2 & 0.0 & 0.8 & 0.0 \\ x3 & 0.9 & 1.0 & 0.7 \end{bmatrix}$$

$$S = \text{"x est très proche de y"} = \begin{bmatrix} & y1 & y2 & y3 \\ x1 & 0.4 & 0.0 & 0.9 \\ x2 & 0.9 & 0.4 & 0.5 \\ x3 & 0.3 & 0.0 & 0.8 \end{bmatrix}$$

L'union de R et S est:

$$(R \cup S)(x,y) = \begin{bmatrix} & y1 & y2 & y3 \\ x1 & 0.8 & 0.0 & 0.7 \\ x2 & 0.9 & 0.8 & 0.7 \\ x3 & 0.9 & 1.0 & 0.8 \end{bmatrix}$$

L'intersection de R et S est:

$$(R \cap S)(x,y) = \begin{bmatrix} & y1 & y2 & y3 \\ x1 & 0.4 & 0.0 & 0.1 \\ x2 & 0.0 & 0.4 & 0.0 \\ x3 & 0.3 & 0.0 & 0.7 \end{bmatrix}$$

Le complémentaire de R est:

$$(R^c)(x,y) = \begin{bmatrix} & y1 & y2 & y3 \\ x1 & 0.2 & 0.9 & 0.9 \\ x2 & 1.0 & 0.2 & 1.0 \\ x3 & 0.1 & 0.0 & 0.3 \end{bmatrix}$$

Le produit algébrique de R et S est:

$$(R \cdot S)(x,y) = \begin{bmatrix} & y1 & y2 & y3 \\ x1 & 0.32 & 0.0 & 0.09 \\ x2 & 0.0 & 0.32 & 0.0 \\ x3 & 0.27 & 0.0 & 0.56 \end{bmatrix}$$

La somme algébrique de R et S est:

$$(R + S)(x,y) = \begin{bmatrix} & y1 & y2 & y3 \\ x1 & 0.88 & 0.1 & 0.91 \\ x2 & 0.9 & 0.88 & 0.5 \\ x3 & 0.93 & 1.0 & 0.94 \end{bmatrix}$$

La distance de R et S est:

$$(R - S)(x,y) = \begin{bmatrix} & y1 & y2 & y3 \\ x1 & 0.8 & 0.1 & 0.1 \\ x2 & 0.0 & 0.6 & 0.0 \\ x3 & 0.7 & 1.0 & 0.2 \end{bmatrix}$$

La somme disjunctive de R et S, c'est-à-dire "x est considérablement plus large que y" et "x est très proche de y", est:

$$(R \oplus S)(x,y) = \begin{bmatrix} & y1 & y2 & y3 \\ x1 & 0.6 & 0.1 & 0.9 \\ x2 & 0.9 & 0.6 & 0.5 \\ x3 & 0.7 & 1.0 & 0.3 \end{bmatrix}$$

III.4. Notion de distance¹

Rappel: Considérons deux sous-ensembles vulgaires M et N de l'ensemble E, la **distance de Hamming** entre M et N est calculée selon la formule:

$$d(M, N) = \sum_{i=1}^n |\mu_M(x_i) - \mu_N(x_i)|$$

Equation III-10

¹ Réf. 8 page 6 et Réf. 5 page 150

et si n est fini, on a la *distance de Hamming relative*:

$$\delta(M, N) = \frac{1}{n} d(M, N) \quad \text{Equation III-11}$$

Dans le cas flou, soit A et B deux sous-ensembles flous, on appelle la *distance de Hamming généralisée* entre A et B la quantité:

$$d(A, B) = \sum_{i=1}^n |\mu_A(x_i) - \mu_B(x_i)| \quad \text{Equation III-12}$$

et si n est fini, on a la *distance de Hamming généralisée relative*:

$$\delta(A, B) = \frac{1}{n} d(A, B) \quad \text{Equation III-13}$$

La distance euclidienne relative est définie par:

$$\varepsilon(A, B) = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n [\mu_A(x_i) - \mu_B(x_i)]^2} \quad \text{Equation III-14}$$

Dans le cas d'un référentiel non fini, on utilise les définitions suivantes:

$$\delta(A, B) = \frac{1}{\beta - \alpha} \int_{\alpha}^{\beta} |\mu_A(x) - \mu_B(x)| d(x) \quad \text{Equation III-15}$$

$$\varepsilon(A, B) = \sqrt{\frac{1}{\beta - \alpha} \int_{\alpha}^{\beta} [\mu_A(x) - \mu_B(x)]^2 d(x)} \quad \text{Equation III-16}$$

III.5. Théorie des possibilités

III.5.1. Introduction

La théorie des possibilités formulée par ZADEH en 1977 offre un modèle de quantification du jugement qui permet aussi une généralisation canonique du calcul d'erreurs. La façon de penser l'incertitude en terme d'événements plus ou moins possibles et d'événements plus ou moins certains apparaît naturelle et semble communément utilisée par l'esprit humain. La théorie est issue de l'idée d'ensemble flou, développée par ZADEH dans les années 60.

L'événement toujours certain est noté Ω . Egalement un événement toujours impossible - l'ensemble vide \emptyset . Si on a $g(A)$ comme l'évaluation de la confiance qu'on peut avoir relativement à l'occurrence de l'événement A , alors:

$$\begin{array}{ll}
 g(A) = g(\Omega) = 1 & \text{si } A \text{ est l'événement certain} \\
 g(A) = g(\emptyset) = 0 & \text{si } A \text{ est l'événement impossible} \\
 g(A) \leq g(B) & \text{si } A \subseteq B
 \end{array}
 \quad \text{P. III-1}$$

III.5.2. Mesures de possibilité et de nécessité

$$\begin{array}{ll}
 \text{D'après P. III-1 on a : } \forall A, B \subseteq \Omega & g(A \cup B) \geq \text{MAX}(g(A), g(B)) \\
 & g(A \cap B) \leq \text{MIN}(g(A), g(B))
 \end{array}
 \quad \text{P. III-2}$$

*Les mesures de possibilité*¹ sont définies par ZADEH dont la fonction est notée Π .

La possibilité est lorsqu'un événement peut avoir lieu et la probabilité est lorsqu'il aura lieu. Une mesure de possibilité fournit une information sur l'occurrence d'un événement A relatif à un référentiel E (mais elle ne suffit pas pour décrire l'incertitude existante sur cet événement).

$$\begin{array}{ll}
 1. \quad \Pi(\emptyset) = 0 \quad \Pi(E) = 1 & \text{Equation III-17} \\
 2. \quad \text{Soit } \wp(E) \text{ un ensemble des parties de } E. & \text{Equation III-18} \\
 \quad \forall i: A_i \in \wp(E): \Pi(\cup_i A_i) = \sup_i \Pi(A_i) &
 \end{array}$$

Exemple III-3

Soit $A \subseteq \Omega$.

$\Pi(A) = 1$ signifie qu'il est tout à fait possible que A soit réalisé,

♦ $\Pi(A^c) = 0$ signifie que A seul peut être réalisé.

♦ $\Pi(A^c) = 1$ exprime une indétermination complète sur réalisation de A.

$$\forall A, B \quad \Pi(A \cap B) \leq \text{MIN}(\Pi(A), \Pi(B)) \quad \text{Equation III-19}^2$$

$$\forall A, B \quad \Pi(A \cup B) = \text{MAX}(\Pi(A), \Pi(B)) \quad \text{Equation III-20}$$

Soit $E \subseteq \Omega$ un événement considéré comme certain:

$$\Pi_E(A) = 1 \quad \text{si } A \cap E \neq \emptyset,$$

$$\Pi_E(A) = 0 \quad \text{sinon.}$$

$$\forall A \quad \text{MAX}(\Pi(A), \Pi(A^c)) = 1 \quad \text{signifie que la présence d'un des deux événements contraires est tout à fait possible.}$$

*Les mesures de nécessité*³ sont définies par ZADEH dont la fonction est notée N.

Une mesure de nécessité fournit une information sur l'occurrence d'un événement A relatif à un référentiel E.

¹ Réf. 6 page 14

² Réf. 3 page 40

³ Réf. 6 page 15

1. $N(\emptyset) = 0 \quad N(E) = 1$ **Equation III-21**
2. Soit $\wp(E)$ un ensemble des parties de E. **Equation III-22**
 $\forall i: A_i \in \wp(E): \Pi(\bigcap_i A_i) = \inf_i \Pi(A_i)$

L'information de nécessité complète l'information sur A, elle indique le degré avec lequel la réalisation de A est certaine.

$$\forall A, B \quad N(A \cap B) = \text{MIN}(N(A), N(B)) \quad \text{Equation III-23}$$

$$\forall A, B \quad N(A \cup B) \geq \text{MAX}(N(A), N(B)) \quad \text{Equation III-24}$$

On a également:

$$N_E(A) = 1 \quad \text{si } E \subseteq A \text{ signifie clairement que } A \text{ est certain - nécessairement vrai,}$$

$$N_E(A) = 0 \quad \text{sinon}$$

$$\forall A \quad \Pi(A) = 1 - N(A^c) \quad \text{Equation III-25}$$

$$\forall A \quad \text{MIN}(N(A), N(A^c)) = 0 \quad \text{signifie que deux événements contraires puissent être tant soit nécessaires simultanément.}$$

Exemple III-4

Soient U, un univers de nombres entiers, et F un ensemble flou défini par:

$$F = \{(1, 1), (2, 1), (3, 0.8), (4, 0.5), (5, 0.2)\}$$

La proposition "*X est un petit nombre entier*" s'associe à la distribution de possibilité avec:

$$\Pi_X = F$$

(3, 0.8) signifie que la possibilité que X soit 3, en donnant "*X est petit nombre entier*", est 0.8.

$$\Pi(3) = 0.8$$

$$N(3) = 1 - \Pi(3^c) = 1 - \Pi(1 \cup 2 \cup 4 \cup 5) = 1 - 1 = 0.0$$

III.5.3. Evaluation du degré de vérité d'une proposition¹

Le degré de vérité d'une proposition peut être vu comme une mesure de la conformité du contenu de cette proposition avec le contenu de notre connaissance de la réalité (qui peut être incomplète dans certains cas). Le contenu de la proposition à évaluer "*X est F*" et celui de la proposition de référence "*X est A*" sont respectivement représentés par les distributions de possibilité μ_A et μ_F qui traduisent les restrictions exprimées par ces propositions sur les valeurs de la variable X. La possibilité et la nécessité que la proposition "*X est F*" soit vraie sachant que "*X est A*" sont sous la forme:

$$\Pi(F; A) = \sup_x \text{MIN}(\mu_F(s), \mu_A(s)) = \Pi(A; F) \quad \text{Equation III-26}$$

$$N(F; A) = \inf_x \text{MAX}(\mu_F(s), 1 - \mu_A(s)) \quad \text{Equation III-27}$$

¹ Réf. 6 page 130 et Réf. 3 page 49

Si notre connaissance est précise, alors A correspond à un singleton $\{s_0\}$ de S et on peut avoir:

$$\Pi(F; A) = N(F; A) = \mu_F(s_0)$$

tandis que si F n'est pas flou, c'est-à-dire que "X est F" n'est pas une proposition vague, quelle que soit la nature de A,

$$\Pi(F; A) = 1 \quad \text{ou bien} \quad N(F; A) = 0$$

on retrouve un degré de vérité v , au sens de la logique classique, lorsque la connaissance correspond à un singleton $\{s_0\}$ de S, et que les propositions évaluées sont non-vagues. On a alors, si $p = "X \text{ est } F"$:

$$v(p) = \Pi(F; \{s_0\}) = N(F; \{s_0\}) = \mu_F(s_0) \in \{0,1\}.$$

Quand on se place sur un produit cartésien $S \times T$ de référentiels, si les variables X et Y dont les valeurs sur S et T respectivement sont non-interactive, la connaissance de référence peut être représentée par le produit cartésien d'ensembles flous $A \times B$, et les degrés de possibilité et de nécessité des propositions vagues correspondant aux événements flous $F \times G$ et $F+G$:

$$\Pi(F \times G; A \times B) = \text{MIN} (\Pi(F; A), \Pi(G; B))$$

$$N(F \times G; A \times B) = \text{MIN} (N(F; A), N(G; B))$$

$$\Pi(F+G; A \times B) = \text{MAX} (\Pi(F; A), \Pi(G; B))$$

$$N(F+G; A \times B) = \text{MAX} (N(F; A), N(G; B))$$

Pour que $\Pi(F; A)$ et $N(F; A)$ puissent être considérés comme des degrés de vérité au sens d'une logique extensionnelle, on souhaiterait disposer des égalités, valides en logique classique:

$$v(F; A) + v(F^c; A) = 1$$

$$v(F \cap G; A) = f(v(F; A), v(G; A))$$

$$v(F \cup G; A) = g(v(F; A), v(G; A))$$

III.6. Variable linguistique

En médecine, la température d'une personne, une variable, prend ses valeurs dans une tranche $[34^\circ-43^\circ]$. Généralement, un instrument de mesure permet de donner une valeur légèrement imprécise, et cette valeur est connue, par exemple à 1% près. Par contre, si la valeur de la variable est fournie par un observateur, il l'évalue grossièrement, par exemple "*la température basse, normale ou bien élevée*". La notion de variable linguistique sert donc à modéliser les connaissances imprécises sur une variable dont la valeur précise reste inconnue. Une variable linguistique est représentée par un triplex¹ (V, X, T_v) , dans lequel V est une variable (*la température*) définie sur un ensemble de référence X (*l'ensemble de nombre réel*), T_v est un ensemble des sous-ensembles flous (*base, normale, haute...*).

¹ Réf. 3 page 55

Un modificateur linguistique est un opérateur qui permet, à partir de toute caractérisation floue, d'en produire une nouvelle. Par exemple: très, plutôt, plus ou moins...

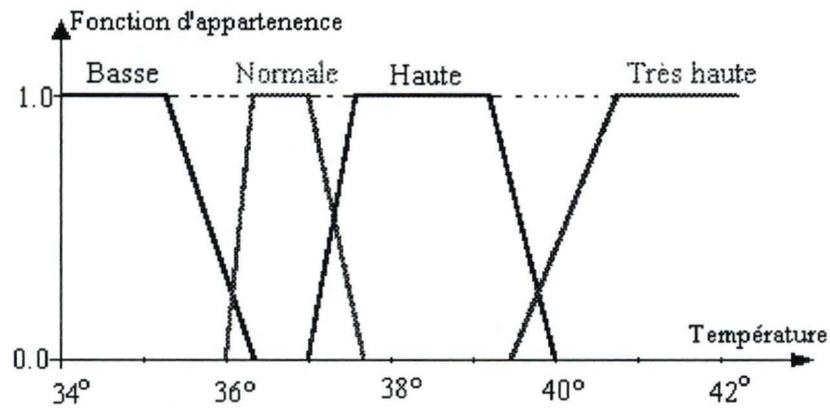


Figure III-7 Exemple de variable linguistique

III.7. Conclusion

Nous avons introduit les notions principales de la théorie de la logique floue et des sous-ensembles flous qui sont utiles pour le développement d'un système expert, et pour nos études dans les chapitres suivants.

IV. L'aide à la décision médicale

IV.1. L'instruction

Le système d'aide à la décision médicale a fait l'objet de multiples réalisations. Depuis plus de vingt ans, les systèmes experts faisant appel aux méthodes de l'intelligence artificielle se multiplient en médecine comme dans d'autres domaines de sciences et de techniques.

L'intelligence artificielle nous permet de déboucher sur une véritable ingénierie de la connaissance. Elle se caractérise par une approche faisant une large part à la psychologie cognitive, à la présentation de connaissances symboliques et à la modélisation des processus de raisonnement logique.

Il devient possible de développer des systèmes centrés sur l'action médicale, permettant aux cliniciens de bénéficier des possibilités offertes par l'informatique et les méthodes avancées du traitement de l'information pour améliorer leurs connaissances, leurs décisions et maîtriser leurs activités. Dans ce travail, le système expert que nous proposons permet d'identifier les bactéries.

IV.1.1. Typologie des systèmes d'aide à la décision

Système d'aide indirecte à la prise de décision: l'accès aux résultats de laboratoire ou de consultation des éléments importants du dossier médical constituent des aides indirectes à la décision, qui facilite l'appréciation d'une situation par le médecin. Le système se base sur des données concernant les médicaments, leurs interactions ou les références bibliographiques.

Système de rappels automatiques: un tel système permet de rappeler au médecin des erreurs ou des éléments importants; il joue le rôle de "watch-dog system".

Système consultant: un tel système cherche à donner un avis de spécialiste devant une situation médicale définie. Le système expert peut être classé dans cette catégorie, dans la voie de constructivisme.

IV.1.2. Les modèles de présentation de connaissances

Dans le domaine médical, les types de connaissances sont très variés. Les modèles de présentation de connaissances sont aussi très variés, multiples, mais ceux qui sont utilisables ne sont pas très nombreux¹.

¹ Réf. 25 page 216.

Peter Szolovits propose de regrouper les modèles de connaissances utilisés en trois catégories:

Modèles empiriques¹: les connaissances empiriques concernent la connaissance des associations entre les maladies et les signes. Elles peuvent être dérivées par un expert ou dérivées de l'analyse d'une base de données. Des connaissances de ce type sont très souvent utilisées dans les systèmes experts.

Modèles empiriques quantitatifs: cette connaissance est combinée avec une connaissance de type empirique et une connaissance modélisée de manière quantitative. C'est le cas du système Digitalis Therapy Advisor développé par W. Swartout 1983.

Modèles physiologiques et physiopathologiques: ce type de connaissance permet de mettre en œuvre des raisonnements plus profonds décrivant des relations dont la sémantique est claire. CASNET est un exemple de système basé sur la connaissance de mécanismes physiologiques (Kulikowski 1982).

IV.1.3. Règles

Les règles permettent de représenter commodément des connaissances qui s'expriment naturellement par des phrases conditionnelles, simples ou composées de type:

SI Antécédent ALORS Conséquence

SI [...] @ [...] @ @ [...] ALORS [...] @ @ [...] avec μ

où [...] sont des propositions, @ sont des connecteurs logiques (ET, OU) et μ est la fonction ou une variable qui exprime le degré de possibilité à priori du diagnostic.

Exemple IV-1

SI A ET B ALORS C

A, B, C sont présentés comme des sous-ensembles flous.

Exemple IV-2

Règle de système d'identification des bactéries.

<u>Si</u>	<i>OPNG</i>	est	<i>ABSENT</i>
et	<i>ADH</i>	est	<i>PRESENT</i>
et	<i>LDC</i>	est	<i>PRESENT</i>
<u>Alors</u>	<i>SALMONELLA Spp</i>	avec	$\mu = 0.91$

¹ Le modèle est utilisé dans ce mémoire.

Le système le plus célèbre est MYCIN (Shortliff 1976), dont l'architecture peut être schématisée par les éléments de base.

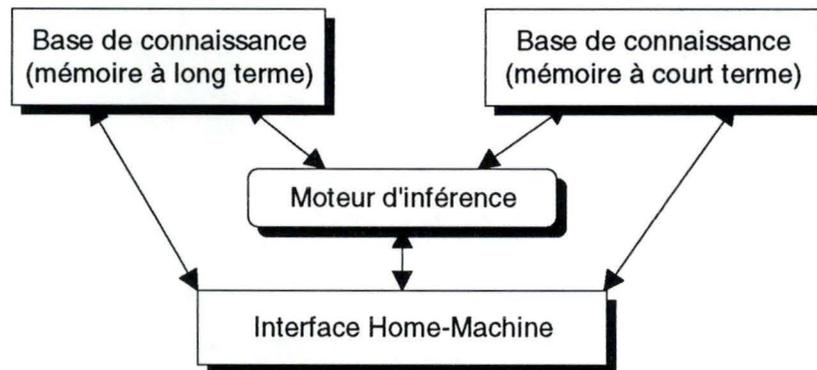


Figure IV-1 Les éléments d'un système expert MYCIN

IV.1.4. Les stratégies diagnostiques

L'identification d'un concept pathologique parmi les données fournies par l'histoire clinique peut s'effectuer selon des modalités principales:

1. *Reconnaissance de forme*: fait appel à l'ancien procédé d'apprentissage. La reconnaissance de forme comporte schématiquement cinq étapes¹:

- + collecter des données;
- + choisir, parmi celles-ci, des éléments remarquables;
- + regrouper celles-ci dans une forme;
- + chercher, parmi les formes déjà identifiées, celles qui ont une ressemblance avec celle qui est perçue par le médecin;
- + comparer des hypothèses diagnostiques avec les faits observés pour aboutir au choix de celle qui apparaît la plus congruente.

2. *Algorithmes*: ont précisément pour but de pallier les incertitudes et la composante personnelle de la reconnaissance des formes.

IV.2. Raisonement en logique floue²

Les sous-ensembles flous et la théorie des possibilités sont des éléments importants de la représentation de connaissances; la logique classique ne suffit pas et on utilise une logique floue, lorsque les connaissances sont imprécises, vagues et éventuellement incertaines.

¹ Réf. 25 page 209

² Réf. 3 page 68

IV.2.1. Implications floues

Définition:

Considérons une règle floue de la forme "si V est A , alors W est B " construite à partir de deux variables linguistiques (V, X, T_v) et (W, Y, T_w) et d'un ensemble M de modificateurs. On quantifie la force de la liaison entre la prémisse " V est A " et la conclusion " W est B " de cette règle, pour mettre en évidence l'influence du fait que la prémisse soit satisfaite, c'est-à-dire que V soit effectivement caractérisée par A , alors la conclusion de la règle est satisfaite.

Pour cela, on définit une implication floue associée à toute règle floue, définie à partir de deux ensembles de référence X et Y . La valeur de vérité de proposition floue obtenue par l'utilisation d'une implication floue entre les propositions floues élémentaires " V est A " et " W est B " est définie par la fonction d'appartenance f_R d'une relation floue R entre X et Y . Celle-ci s'exprime, pour tout (x, y) de $X \times Y$, en fonction des fonctions d'appartenance $f_A(x)$ intervenant dans la prémisse et $f_B(y)$ dans la conclusion de la règle:

$$f_R(x, y) = \phi (f_A(x), f_B(y))$$

pour une fonction ϕ choisie de telle sorte que, dans le cas où A et B sont définis de façon précise et certaine, l'implication floue est identique à l'implication de la logique classique. Rappelons que A et B sont précis et certains si leurs fonctions d'appartenance $f_A(x)$ et $f_B(y)$ prennent la valeur 1 en un point, respectivement noté x_0 et y_0 , de leur ensemble de définition, et la valeur 0 partout ailleurs. Ce qui revient à dire que V est égal à x_0 et W à y_0 .

Exemple IV-3

Considérons les variables V et W qui sont respectivement la température et la maladie définis sur des univers X et Y de nombres réels positifs. On définit des ensembles T_v et T_w de caractérisations floues par V et par W dans un contexte donné. Pour "*haute température*" et "*malade*" appartenant respectivement à T_v et T_w , un expert fournit une règle floue telle que: "*s'il a une haute température, alors il est malade*".

Principales implications floues:

Il n'existe pas une façon unique (du moins on en a une trentaine) de généraliser l'implication de la logique classique. Le Tableau IV-1 indique les implications floues les plus souvent employées. On y a indiqué les implications de Mamdani et de Larsen, bien qu'elles ne généralisent pas l'implication classique puisque ce sont, en fait, des conjonctions, en raison de leur utilisation dans la commande floue où elles peuvent servir d'implications floues à cause des conditions particulières inhérentes à la commande floue.

Valeur de vérité		Nom	
$f_R(x, y)$	$1 - f_A(x) + f_A(x) * f_B(y)$	<i>Reichenbach</i>	F. IV-1
$f_R(x, y)$	$\text{MAX}(1 - f_A(x), \text{MIN}(f_A(x), f_B(y)))$	<i>Willmott</i>	F. IV-2

$f_R(x, y)$	1 si $f_A(x) \leq f_B(y)$ 0 sinon	<i>Rescher-Gaines</i>	F. IV-3
$f_R(x, y)$	$\text{MAX}(1 - f_A(x), f_B(y))$	<i>Kleene-Dienes</i>	F. IV-4
$f_R(x, y)$	1 si $f_A(x) \leq f_B(y)$ $f_B(y)$ sinon	<i>Brouwer-Gödel</i>	F. IV-5
$f_R(x, y)$	$\text{MIN}(f_B(x)/f_A(y), 1)$ si $f_A(x) \neq 0$ 1 sinon	<i>Goguen</i>	F. IV-6
$f_R(x, y)$	$\text{MIN}(1 - f_A(x) + f_B(y), 1)$	<i>Lucasiewicz</i>	F. IV-7
$f_R(x, y)$	$\text{MIN}(f_A(x), f_B(y))$	<i>Madani</i>	F. IV-8
$f_R(x, y)$	$f_A(x) * f_B(y)$	<i>Lasen</i>	F. IV-9

Tableau IV-1 Principales implications floues¹

où $f \in [0, 1]$.

Exemple IV-4

L'implication de la logique booléenne:

A	B	$A \Rightarrow B$	A et ($A \Rightarrow B$)
0	0	1	0
0	1	1	0
1	0	0	0
1	1	1	1

Tableau IV-2

Examinons une implication en utilisant la formule F. IV-7 de Lucasiewicz:

A	B	$A \Rightarrow B$	A et ($A \Rightarrow B$)
0	1	1	0
0.3	0.8	1	0.3
0.7	0.5	0.8	0.7
0.9	0.2	0.3	0.3
1	0	0	0

Tableau IV-3

¹ Réf. 3 page 70, Réf. 6 page 88 et Annexe 2

IV.3. Raisonnement possibiliste¹

Le raisonnement possibiliste concerne des connaissances énoncées sans imprécision ni ambiguïté, sur la vérité desquelles on peut avoir des doutes que l'on exprime par le degré de certitude. Si les informations de nature fréquentielle étaient disponibles, indiquant dans quelle proportion des cas une règle est valide ou avec quelle probabilité un fait est vrai, on pourrait effectuer un raisonnement de nature probabiliste. Mais on suppose qu'on ne dispose pas de telles informations et qu'on n'est que capable de dire dans quelle mesure il est possible et certain que les règles soient valides et que les faits soient vrais. Des coefficients sont attribués subjectivement par l'expert ou déduits de mesures de possibilité, de nécessité affectées aux propositions représentant la connaissance, qui sont des propositions logiques classiques. En absence d'incertitude, le raisonnement de telles propositions (soit p et q) pourrait être fondé sur le *modus ponens* et le *modus tollens*.

p	q	$p \cap q$	$p \cup q$	$p \Rightarrow q$
0	0	0	0	1
0	1	0	1	1
1	0	0	1	0
1	1	1	1	1

$$\begin{array}{l} p \Rightarrow q \\ \hline p \\ q \end{array}$$

Equation IV-1 Modus ponens

$$\begin{array}{l} p \Rightarrow q \\ \hline \neg q \\ \neg p \end{array}$$

Equation IV-2 Modus tollens

En présence d'incertitude, on utilise des méthodes qui conduisent à des conclusions de même type que les données dont on dispose, c'est-à-dire précises mais soumises à des incertitudes.

IV.3.1. Modus ponens et modus tollens avec incertitudes.

Pour deux propositions p et q , une déduction de la forme: *Si p est vraie Alors q est vraie* associée à la proposition $(p \Rightarrow q) \equiv (\neg p \cup q)$ puisque l'on se situe en logique classique.

On suppose maintenant que la vérité des propositions p , q , $p \Rightarrow q$ soit mal connue et qu'elle soit donc caractérisée par la mesure de possibilité Π et de nécessité N .

Modus ponens avec incertitudes:

On définit une forme du *modus ponens* en considérant que la mesure de possibilité et/ou de nécessité de propositions connues est grande. On obtiendra:

$$\underline{\text{Si}} \ N(p \Rightarrow q) \geq a \ \underline{\text{et}} \ N(p) \geq b \quad \underline{\text{Alors}} \ N(q) \geq \text{MIN}(a, b)$$

¹ Réf. 3 page 89

où les coefficients a et b appartiennent à l'intervalle [0,1].

Exemple IV-5

Soit la règle "S'il a la température supérieure à 37°C, alors il est malade", affectée d'un coefficient de certitude a = 0.8. Un homme particulier caractérisé par "a la température supérieure à 37°C", avec une certitude b = 0.7, conduit à la décision "il est malade" avec une certitude $\text{MIN}(0.8, 0.7) = 0.7$.

<u>Règle floue:</u>	Si	X	est	A	Alors	Y	est	B
<u>Fonction d'appartenance:</u>				f_A				f_B
<u>Fait observé:</u>		X	est	A'				
<u>Fonction d'appartenance:</u>				$f_{A'}$				
<u>Conclusion:</u>						Y	est	B'
<u>Fonction d'appartenance:</u>								$f_{B'}$

$$\forall y \in Y \quad f_{B'}(y) = \sup_{x \in X} T(f_{A'}(x), f_R(x, y)) \quad \text{Equation IV-3}$$

où f_R est la fonction décrite le lien causal entre "X est A" et "Y est B", la fonction t-norme T est appelée opérateur de modus ponens généralisé (cfr. Tableau IV-1).

D'autres formes de *modus ponens* avec incertitude sont possibles, si l'on connaît des mesures de possibilité associées à certaines propositions logiques, au lieu des mesures de nécessité.

$\begin{array}{l} N(p \Rightarrow q) \geq a \\ \Pi(p) \geq b \end{array}$	$\begin{array}{l} N(p \Rightarrow q) \geq a \\ N(p) \geq b \end{array}$
$\Pi(q) \geq b * v(a+b > 1)$	$N(q) \geq \text{MIN}(a, b)$
$\begin{array}{l} \Pi(p \Rightarrow q) \geq a \\ N(p) \geq b \end{array}$	
$\Pi(q) \geq a * v(a+b > 1)$	

Equation IV-4 Modus ponens généralisé¹

d'où:

$$v(a+b > 1) = \begin{cases} 1 & \text{si } a + b > 1 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

Modus tollens avec incertitudes:

De façon analogue, une extension du modus tollens peut être mise en évidence sous la forme:

¹ Réf. 6 page 138

$\begin{array}{rcl} N(p \Rightarrow q) & \geq & a \\ N(q) & \leq & b \end{array}$	$\begin{array}{rcl} N(p \Rightarrow q) & \geq & a \\ \Pi(q) & \leq & b \end{array}$
$N(p) \leq \begin{cases} 1 & \text{si } a \leq b \\ b & \text{sinon} \end{cases}$	$\Pi(p) \leq \text{MAX}(1-a, b)$

Equation IV-5 Modus tollens généralisé¹

Exemple IV-6

Dans le cas de l'Exemple IV-5, une observation d'un homme particulier est de la forme "Il est possible qu'il ait été considéré malade", avec un degré de possibilité au plus 0.1. On déduit qu'il est possible que l'homme ait sa température supérieure à 37°C avec un coefficient au plus $\text{MAX}(0.2, 0.1) = 0.2$.

IV.3.2. Formulation matricielle

Les hypothèses dans les schémas précédents représentaient certaines connaissances sur les liens p , q , sur la vérité ou la fausseté de p ou q , mais ne les prenaient pas toutes en compte et étaient donc, dans une certaine mesure, incomplètes. Elles utilisaient la possibilité et la nécessité attachées à $p \Rightarrow q$.

On obtient des résultats² plus forts en considérant la possibilité et la nécessité conditionnelles (notons $\Pi(q|p)$ et $N(p|q)$ respectivement) de q sachant p , et en tenant compte de tous les liens entre p et q .

$$\Pi(q \cap p) = \text{MIN}(\Pi(q|p), \Pi(p))$$

Equation IV-6

$$N(q|p) = 1 - \Pi(\neg q|p)$$

Equation IV-7

$$q = (q \cap p) \cup (q \cap \neg p)$$

$$\Pi(q) = \text{MAX}(\text{MIN}(\Pi(q|p), \Pi(p)), \text{MIN}[\Pi(q|\neg p), \Pi(\neg p)])$$

Equation IV-8

$$\Pi(\neg q) = \text{MAX}(\text{MIN}(\Pi(\neg q|p), \Pi(p)), \text{MIN}[\Pi(\neg q|\neg p), \Pi(\neg p)])$$

Equation IV-9

Les Equation IV-8 et Equation IV-9, un peu compliquées, se résument en considérant, comme pour la composition de relations floues, le produit matriciel (notons $*$) dans lequel le produit habituel est remplacé par le MIN, l'addition habituelle par le MAX:

$$\begin{bmatrix} \Pi(q) \\ \Pi(\neg q) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Pi(q|p) & \Pi(q|\neg p) \\ \Pi(\neg q|p) & \Pi(\neg q|\neg p) \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} \Pi(p) \\ \Pi(\neg p) \end{bmatrix}$$

Equation IV-10

L'Equation IV-7 et l'Equation IV-10 nous permet de déduire:

¹ Réf. 6 page 138

² Réf. 6 page 140.

$$N(q) = \text{MIN}(N(q | p) \perp N(\neg p), N(q | \neg p) \perp N(p))$$

$$\text{où: } a \perp b = 1 - (1 - a) * (1 - b)$$

On associe donc aux deux propositions p et q la matrice carrée suivante :

$$\begin{bmatrix} \Pi(q|p) & \Pi(q|\neg p) \\ \Pi(\neg q|p) & \Pi(\neg q|\neg p) \end{bmatrix}$$

On remarque que la colonne de gauche concerne la règle symbolisée par "*Si p est vraie, alors q est vraie*", puisque l'Equation IV-7 représente l'incertitude sur la vérité de q lorsque l'on suppose que p est vraie et $\Pi(p|q)$ la possibilité que q soit vraie lorsque l'on suppose que p l'est. De même, la colonne de droite concerne la règle symbolisée par "*Si $\neg p$ est vraie alors q est vraie*". Notons également qu'il doit exister au moins un 1 dans chacune de ces colonnes en raison du fait que $\text{MAX}(\Pi(A), \Pi(\neg A)) = 1$ quel que soit A.

En particulier, des propositions p et q associées à une matrice:

$$M(p,q) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Elles sont équivalentes puisque, lorsque p est vraie, il est certain que l'on peut en déduire que q est vraie, en raison de la première colonne, et lorsque p est fausse, il est impossible d'obtenir que q soit vraie, en raison de la deuxième colonne.

IV.3.3. Connaissances incomplètes sur les règles et/ ou les propositions

Il est parfois difficile d'obtenir tous les coefficients de la matrice associée à deux propositions p et q, des connaissances sur une règle "*si p est vraie, alors q est vraie*" n'étant pas forcément disponibles en même temps que des connaissances sur la règle symétrique "*si $\neg p$ est vraie, alors q est vraie*". Dans ce cas, on peut utiliser des sous-intervalles de [0,1], éventuellement l'intervalle [0,1] lui-même, pour décrire l'ensemble des valeurs prises par l'un ou l'autre des éléments de la matrice associée aux propositions p et q. Supposons par exemple que seuls les coefficients associés à $p \Rightarrow q$ soient connus, la matrice sera alors de la forme:

$$M(p,q) = \begin{bmatrix} \Pi(q|p) & [0,1] \\ \Pi(\neg q|p) & [0,1] \end{bmatrix}$$

Les connaissances sur la proposition p peuvent également être incomplètes. il est alors nécessaire de pouvoir effectuer le produit matriciel indiqué plus haut pour obtenir une information, même imprécise, sur la vérité de la proposition q. Pour ce faire, on utilise les opérations MIN et MAX pour des sous-intervalles de [0,1] en respectant les lois suivantes:

$$\text{MIN}([a,b],[g,d]) = [\text{MIN}(a,g), \text{MIN}(b,d)]$$

$$\text{MAX}([a,b],[g,d]) = [\text{MAX}(a,g), \text{MAX}(b,d)]$$

Dans le cas où certaines valeurs sont précisément connues, étant considéré comme un cas particulier, avec $a = [a, a]$.

Supposons que $\Pi(p) = 1$ et que $\Pi(\neg p)$ soit indéterminé dans l'intervalle $[0,1]$. On trouve les valeurs de $\Pi(q)$ et $\Pi(\neg q)$ par:

$$\begin{bmatrix} \Pi(q) \\ \Pi(\neg q) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Pi(q|p) & [0,1] \\ \Pi(\neg q|p) & [0,1] \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 1 \\ [0,1] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [\Pi(q|p), 1] \\ [\Pi(\neg q|p), 1] \end{bmatrix}$$

$\Pi(q)$ est donc déterminé entre les valeurs $\Pi(q|p)$ et 1, et $\Pi(\neg q)$ également, entre les valeurs $\Pi(\neg q|p)$ et 1. Il est certain que l'une de ces deux valeurs est égale à 1, mais les données dont on dispose ne permettent pas de déterminer laquelle.

Le cas particulier du modus ponens classique correspond à la situation où l'on dispose seulement d'informations sur le fait que q sera vraie si p l'est et p est connue comme vraie de façon certaine car:

$$\begin{bmatrix} 1 & [0,1] \\ 0 & [0,1] \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Exemple IV-7¹

Considérons les règles:

Si le véhicule est un camion *Alors il roule lentement* possibilité = 1 incertitude = 0.2
Si le véhicule n'est pas un camion *Alors il roule lentement* possibilité = 0.3 incertitude = 1

Supposons que l'on pense que le véhicule que l'on aperçoit sur la route soit un camion, avec une incertitude 0,4. Dans quelle mesure peut-on affirmer qu'il roule lentement? On peut l'affirmer avec un degré de possibilité $\Pi(q)$ et d'incertitude $\Pi(\neg q)$ obtenus par:

$$\begin{bmatrix} \Pi(q) \\ \Pi(\neg q) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0.3 \\ 0.2 & 1 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 1 \\ 0.4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0.4 \end{bmatrix}$$

Supposons maintenant que l'on observe un véhicule dont on peut affirmer avec une incertitude de 0,2 qu'il va lentement et dont il est tout à fait possible que ce soit un camion. Notons $1 - \alpha$ cette certitude. On a alors:

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 0.2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0.3 \\ 0.2 & 1 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 1 \\ \alpha \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ \text{MAX}(0.2, \alpha) \end{bmatrix}$$

¹ Réf. 3 page 98.

Ce qui implique que $\alpha \leq 0,2$. Le véhicule est donc un camion avec une certitude d'au moins 0,8.

Remarque: si la logique floue intervient dans le cas où les degrés de vérité des propositions sont intermédiaires entre $[0, 1]$, la logique possibiliste concerne des degrés d'incertitude sur les propositions. Nous allons utiliser sa capacité pour calculer des degrés d'incertitude de propositions.

IV.4. Aide multicritère à la décision

IV.4.1. Notion de base de la relation binaire vulgaire¹

Rappelons qu'une relation S dans un ensemble A est par définition un sous-ensemble de $A \times A$:

$$A \times A = \{(a, b) \mid a, b \in A\}$$

Pour $a, b \in A$, nous écrivons:

$$a S b \quad \text{ssi} \quad (a, b) \in S \quad \text{P. IV-1}$$

$$\sim a S b \quad \text{ssi} \quad (a, b) \notin S \quad \text{P. IV-2}$$

La matrice de relation R est la matrice du graphe associé à S , dont les éléments $M(a, b)$ sont tels que:

$$M(a,b) = \begin{cases} 1 & \text{si } a S b \\ 0 & \text{si } \sim a S b \end{cases} \quad \text{où } a S b \text{ signifie que } a \text{ est au moins aussi bon que } b.$$

Exemple IV-8

Soient $A = \{a, b, c\}$ et $S = \{(a, b), (a, c), (c, a), (b, c)\}$

M	a	b	c
a	0	1	1
b	0	0	1
c	1	0	0

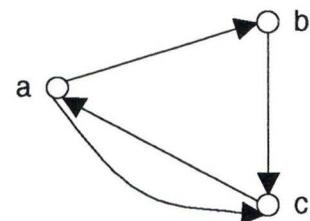


Figure IV-2 Graphe de relation

* Trois relations binaires:

$$\text{Préférence Stricte: } a P b \Leftrightarrow a S b \text{ et } \sim b S a$$

$$\text{Indifférence: } a I b \Leftrightarrow a S b \text{ et } b S a$$

¹ Réf. 20

Incompatibilité: $a R b \Leftrightarrow a S b \text{ et } \sim a S b$

Principales structures de préférences¹:

Réflexivité:	$\forall a \in A:$	$a S a$	
Irréflexivité:	$\forall a \in A:$	$\sim a S a$	
Symétrie:	$\forall a, b \in A:$	$a S b \Rightarrow b S a$	
Asymétrie:	$\forall a, b \in A:$	$a S b \Rightarrow \sim b S a$	
Transitivité:	$\forall a, b, c \in A:$	$a S b \text{ et } b S c \Rightarrow a S c$	
Ferrers:	$\forall a, b, c, d \in A:$	$a S b \text{ et } c S d \Rightarrow a S d \text{ ou } c S b$	
Quasi-transitivité:	$\forall a, b, c, d \in A:$	$a S b \text{ et } b S c \Rightarrow a S d \text{ ou } d S c$	
Complétude:	$\forall a \in A:$	$a S b \text{ ou } b S a$	

IV.4.2. Graphes flous et relations floues

Graphe flou:

Considérons deux ensembles E_1 et E_2 . Désignons par x un élément de E_1 et par y un élément de E_2 . L'ensemble des couples (x, y) définit l'ensemble produit $E_1 \times E_2$. Les sous-ensembles flous G tels que:

$$\forall (x, y) \in E_1 \times E_2 : \mu_G(x, y) \in M$$

où M est l'ensemble d'appartenance de $E_1 \times E_2$, est appelé un **graphe flou**.

On a: $G \subset E_1 \times E_2$

Exemple IV-9

R	A	B	C	D
A	0	1	0.9	0.35
B	0	0	0.8	0
C	0	0	0	0
D	0.55	0	0.12	0

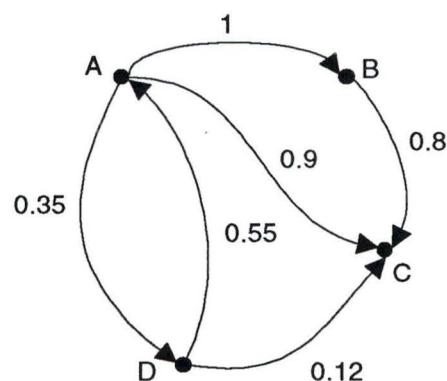


Figure IV-3 Graphe de relations floues

Sous-ensemble flou induit par une application de sous-ensemble flou conditionné:

Soit une application de l'ensemble E_1 sur l'ensemble E_2 :

$$E_1 \rightarrow E_2$$

ou encore $y = \Gamma(x) \quad x \in E_1 \text{ et } y \in E_2$

¹ Réf. 22

Soit $\mu_A(x)$ la fonction d'appartenance de $A \subset E_1$, alors l'application Γ induit dans E_2 un sous-ensemble flou $B \subset E_2$, dont la fonction d'appartenance est:

$$\mu_B(y) = \underset{x \in \Gamma^{-1}(y)}{\text{MAX}} [\mu_A(x)] \quad \text{Equation IV-11}$$

Un sous-ensemble flou $B(x) \in E_2$ sera dit conditionné sur E_1 si sa fonction d'appartenance dépend de $x \in E_1$ comme paramètre.

$\mu_B(y|x)$ est la fonction conditionnelle d'appartenance qui définit une application de E_1 dans l'ensemble des sous-ensembles flous définis sur E_2 . Un sous-ensemble flou $A \subset E_1$ induira un sous-ensemble flou $B \subset E_2$ dont la fonction d'appartenance sera:

$$\mu_B(y) = \text{MAX}_{x \in E_1} [\text{MIN}(\mu_B(y|x), \mu_A(x))] \quad \text{Equation IV-12}$$

Propriétés de la relation binaire floue¹:

1. Propriété des relations binaires floues

Symétrie:	$\forall (x, y) \in \text{ExE} : \mu_R(x, y) = \mu_R(y, x)$
Réflexivité:	$\forall (x, x) \in \text{ExE} : \mu_R(x, x) = 1$
Transitivité MAX-MIN:	$\forall (x, y), (x, z), (y, z) \in \text{ExE} :$ $\mu_R(x, z) \geq \text{MAX}(\text{MIN}(\mu_R(x, y), \mu_R(y, z)))$

2. Fermeture transitive d'une relation binaire floue

Une relation transitive présente mathématiquement beaucoup plus d'intérêt que la relation non transitive. On a introduit une opération "fermeture transitive MAX-MIN" permettant de rendre transitive une relation qui ne l'est pas.

Soit R une relation floue dans ExE . On définit: $R^k = R^{k-1} \circ R$

La fermeture transitive MAX-MIN d'une relation est:

$$\mathfrak{R} = R \cup R^2 \cup R^3 \cup \dots$$

Si à partir d'un certain k , on a $R^{k+1} = R^k$, alors:

$$\mathfrak{R} = R \cup R^2 \cup R^3 \cup \dots \cup R^k$$

Mais nous pouvons avoir un phénomène cyclique tel que:

$$R^k = R^{k+2} = R^{k+4} = \dots R^{k+2*n} \quad \text{et} \quad R^{k+1} = R^{k+3} = R^{k+5} = R^{k+2*n+1}$$

Dans ce cas: $\mathfrak{R} = R \cup R^2 \cup R^3 \cup \dots \cup R^k \cup R^{k+1}$

¹ Réf. 8 page 15 et Réf. 1 page 82

On a:

$$\begin{array}{llll} (R \supset R^2) & \Leftrightarrow & R = \mathfrak{R} & \Leftrightarrow & R \text{ est transitive} \\ (R = R^2) & \Rightarrow & R = \mathfrak{R} & \Leftrightarrow & R \text{ est transitive} \end{array}$$

3. Relation de pré-ordre floue

Une relation binaire floue qui possède les propriétés de réflexivité et transitivité MAX-MIN est une relation de pré-ordre floue. (voir l'Exemple IV-9)

4. Relation de similitude

Une relation binaire floue qui possède les propriétés de réflexivité, de symétrie et de transitivité MAX-MIN est une relation de similitude.

5. Relation de similitude dans un pré-ordre flou

Soit $R \subset E \times E$, une relation de pré-ordre floue.

S'il existe un sous-ensemble vulgaire $E_1 \subset E$ tel que:

$$\forall (x, y) \in E_1 : \mu_R(x, y) = \mu_R(y, x)$$

les éléments de E_1 formeront entre eux une "*sous relation de similitude*" dans le pré-ordre R .

Si les sous-relations de similitude sont maximales et disjointes, elles forment ce qu'on appelle des "*classes de similitude*". Tous les pré-ordres flous ne sont pas décomposables en classes de similitude.

Exemple IV-10

Considérons le pré-ordre R .

Les sous-ensembles $K_1 = \{A, B, C, E, F\}$, $K_2 = \{D\}$, et $K_3 = \{G\}$ sont des sous-ensembles maximaux de similitude (car ils ne sont compris dans aucun autre) et de plus, ils sont disjoints.

R	A	B	C	D	E	F	G
A	1	0.2	0.2	0.3	0.2	0.2	0.4
B	0.2	1	0.5	0.3	0.2	0.2	0.5
C	0.2	0.5	1	0.3	0.2	0.2	0.5
D	0.2	0.2	0.2	1	0.2	0.2	0.4
E	0.2	0.2	0.2	0.3	1	0.8	0.5
F	0.2	0.2	0.2	0.3	0.8	1	0.5
G	0.1	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	1

Tableau IV-4

R'	K1	K2	K3
K1	1	0.3	0.5
K2	0.2	1	0.4
K3	0.2	0.2	1

Tableau IV-5

Si l'on considère cette fois les chemins les plus forts existants entre ces classes, celles-ci forment entre elles une relation floue R' transitive non symétrique, et nous verrons plus loin qu'il s'agit d'une relation d'ordre floue.

6. Relation d'ordre floue

Une relation binaire floue qui possède les propriétés de réflexivité, de transitivité MAX-MIN et d'antisymétrie est une relation d'ordre floue.

Une relation de pré-ordre floue qui est antisymétrique est une relation d'ordre floue.

Toute relation d'ordre floue induit un ordre sur le référentiel par:

$$\mu_R(x, y) \geq \mu_R(y, x)$$

Cet ordre sera noté: $y \geq x$

Il suffit de considérer le graphe antisymétrique vulgaire associé à R .

R_f	A	B	C	D
A	1	0.8	0.8	0.8
B	0.5	1	0.6	1
C	0.5	1	1	1
D	0.5	0.6	0.6	1

Tableau IV-6

G_f	A	B	C	D
A	1	1	1	1
B	0	1	0	1
C	0	1	1	1
D	0	0	0	1

Tableau IV-7

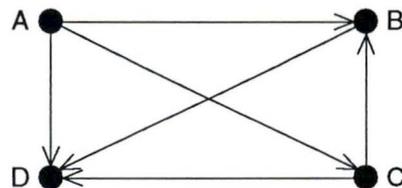


Figure IV-4 Ordre total

Une relation floue est d'ordre total si son graphe vulgaire associé représente un ordre total. R_1 est une relation d'ordre total: $D \geq B \geq C \geq A$.

Une relation floue est d'ordre partiel si son graphe vulgaire associé représente un ordre partiel.

7. Relation ordinale

On appelle relation ordinale floue une relation qui possède les propriétés suivants:

- ◇ réflexivité,
- ◇ antisymétrique,

\diamond ne possède pas de circuit dans son graphe vulgaire associé G autre des boucles, c'est-à-dire autre que des circuits de longueur 1 tel que (x, x) .

Exemple IV-11

Soit $X = \{x_i \mid i = 1, 2, \dots, n\} = \{A, B, C, D, E\}$.

R	A	B	C	D	E
A	1.0	0	0.9	0.6	0.3
B	0.0	1.0	0.0	0.5	0.7
C	0.4	0.1	1.0	0.0	0.0
D	0.7	0.8	0.0	1.0	0.4
E	0.2	0.9	0.0	0.3	1.0

Tableau IV-8

$N_0 = \{x_i \mid \Gamma^{-1}\{x_i\} = \emptyset\} = \{D\}$
 $N_1 = \{x_i \mid \Gamma^{-1}\{x_i\} \subset N_0\} = \{A\}$
 $N_2 = \{x_i \mid \Gamma^{-1}\{x_i\} \subset N_0 \cup N_1\} = \{C, E\}$
 $N_3 = \{x_i \mid \Gamma^{-1}\{x_i\} \subset N_0 \cup N_1 \cup N_2\} = \{B\}$

G	A	B	C	D	E
A	1	0	1	0	1
B	0	1	0	0	0
C	0	1	1	0	0
D	1	1	0	1	1
E	0	1	0	0	1

Tableau IV-9

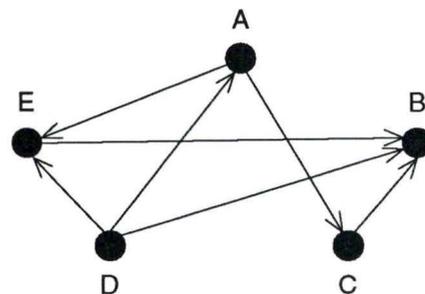


Figure IV-5

8. Relation de dissimilitude

Nous avons défini plus haut ce qu'est une relation de similitude R . Elle possède les propriétés de réflexivité, de symétrie et de transitivité MAX-MIN.

Associons maintenant à R une relation $\neg R$ telle que: $\forall (x, y) \in E \times E : \mu_{\neg R}(x, y) = 1 - \mu_R(x, y)$ dont les propriétés sont: anti-réflexivité, symétrie et transitivité MIN-MAX.

Une telle relation binaire floue est appelée relation de dissimilitude.

R	A	B	C	D	E
A	1	0.8	0.7	1	0.9
B	0.8	1	0.7	0.8	0.8
C	0.7	0.7	1	0.7	0.7
D	1	0.8	0.7	1	0.9
E	0.9	0.8	0.7	0.9	1

Tableau IV-10

$\neg R$	A	B	C	D	E
A	0	0.2	0.3	0	0.1
B	0.2	0	0.3	0.2	0.2
C	0.3	0.3	0	0.3	0.3
D	0	0.2	0.3	0	0.1
E	0.1	0.2	0.3	0.1	0

Tableau IV-11

On appelle "*distance MIN-MAX*" la distance entre éléments dans une relation de similitude R la valeur $d_R(x, y) = 1 - \mu_R(x, y) = \mu_R^c(x, y)$

Cette définition respecte les axiomes de la notion de distance:

- ◊ non-négativité : $d(x, y) \geq 0$
- ◊ symétrie: $d(x, y) = d(y, x)$
- ◊ transitivité MIN-ETOILE : $d(x, z) \leq d(x, y) * d(y, z)$ où * est l'opération considérée entre les distances telles que $d(x, y)$.

9. Relation de ressemblance

C'est une relation qui possède les propriétés de réflexivité et de symétrie. Si R est une relation de ressemblance, sa fermeture transitive R est une relation de similitude.

On peut alors définir la "*distance MIN-MAX*" dans une relation de ressemblance R par $d_R(x, y) = 1 - \mu_R(x, y)$

Il est parfois préférable de calculer la "*distance MIN-SOMME*" dans une relation de ressemblance.

10. Relation de dissemblance

Une relation binaire floue qui possède les propriétés d'anti-réflexivité et de symétrie est une relation de dissemblance. Si R est une relation de ressemblance, alors $\neg R$ est une relation de dissemblance.

IV.4.3. Aide multicritère à la décision

Formule usuelle des critères:

Lorsque tous les critères sont totalement ordonnés, le problème de décision se modélise sous la forme suivante:

- l'ensemble A des actions possibles: $A = \{a_i \mid i = 1, 2, \dots, m\}$
- l'ensemble E des critères: $E = \{e_j \mid j = 1, 2, \dots, n\}$

Le tableau d'évaluation, à double entrée, est constitué de la manière suivante: en colonne, on place les critères e_j ; en ligne, les actions a_i ; à l'intersection $i*j$, on écrit l'évaluation α_{ij} .

Hypothèse de dominance:

Deux hypothèses semblent très naturelles et nous les poserons toujours¹:

- a_p et a_q sont indifférents si et seulement si $\forall i \in n : a_p I_i a_q$
- a_p est meilleure que a_q si et seulement si $\forall i \in n : a_p I_i a_q$ OU $a_p P_i a_q$

Procédure d'agrégation¹:

¹ Voir les notions d'indifférence et de préférence à la page 31

La procédure d'agrégation de toute opération mathématique permet de donner un produit logique de critères. Pour résoudre un problème multicritère, il est donc nécessaire de disposer d'une procédure d'agrégation adéquate, ce qui n'est pas toujours réalisable facilement.

Il existe quatre grands types de procédure d'agrégation:

- ◆ procédures de visualisation des préférences: PROMETHEE GAIA;
- ◆ procédures d'agrégation directe et complète en un critère unique: PROMETHEE 2;
- ◆ procédures interactives;
- ◆ procédures de surclassement: famille d'ELECTRE, PROMETHEE 1, PROMETHEE 3.

Remarque: dans cette approche, on doit tenir compte des aspects "politiques" et "psychosociologiques". Pour qu'une démarche rationnelle puisse répondre en partie à notre préoccupation, elle devrait, dans une certaine mesure, permettre:

- ◆ l'explication du subjectif, du quantitatif, des systèmes de valeur;
- ◆ la mise à nu de certains conflits si leur émergence peut contribuer à les réduire;
- ◆ la participation des principaux intéressés afin de tenir en compte des différents points de vue, des différents objectifs souvent divergents.

Ceci n'est pas pour prendre des décisions rationnelles, mais pour savoir pourquoi telle décision est prise. La démarche multicritère est un outil d'aide à la décision se situant dans la perspective comme une aide pour réaliser un arbitrage entre points de vue opposés.

IV.4.4. Opération d'agrégation multicritère²

Introduction

Il existe une dizaine de familles différentes de méthodes de surclassement. Une des familles de méthodes de surclassement la plus fameuse est ELECTRE, développée par Bernard ROY dans les années septante. Il y a beaucoup d'applications qui utilisent la méthode d'ELECTRE avec plus de succès³. Pour donner une idée de la procédure de surclassement, qui sera utilisée dans notre travail, nous exposons une partie de cette famille: ELECTRE I.

Système de préférences dans ELECTRE I

Soient F , un ensemble de critères, $k_j > 0$, un coefficient d'importance, et $v_j(g_j) > 0$, un seuil de discordance pour le critère de numéro j .

Compte tenu des hypothèses qui viennent d'être précisées, on peut proposer:

$$C(b \text{ S } a) = \{j \in F: g_j(b) \geq g_j(a)\}$$

F. IV-10

¹ Réf. 20 page 116

² Réf. 4 page 107 et Réf. 21 page 127 et Réf. 24

³ Réf. 28

$$\forall C \in F, k[C] = \sum_{j \in C} k_j$$

Dans ELECTRE I, la proposition $b S a$ est considérée comme valide si et seulement si les deux conditions suivantes sont satisfaites:

1. Condition de concordance:

$$\frac{k[C(bSa)]}{k[F]} \geq s \quad \text{avec} \quad \frac{1}{2} \leq s \leq 1 - \frac{\text{MIN}_{j \in F} k_j}{k[F]} \quad \text{F. IV-11}$$

Interprétation: pour la validation de la proposition $b S a$, il est nécessaire qu'une majorité "suffisamment importante" de critères soit favorable à cette proposition.

2. Condition de discordance¹:

$$\forall j \in F \quad g_j(b) + v_j[g_j(b)] \geq g_j(a) \quad \text{F. IV-12}$$

Interprétation: pour la validation de la proposition $b S a$, il est nécessaire que, parmi la minorité des critères qui s'opposent à cette proposition, aucun d'eux ne soit trop discordant.

La valeur s est appelée "*le niveau exigé de concordance*". Pour des raisons particulières, elle peut être choisie hors de l'intervalle indiqué.

Il est facile de constater, les formules présentées plus haut ne reposant que sur l'importance relative des coalitions, que multipliés par une constante tous les coefficients d'importance ne changent pas le système de préférences produit par ELECTRE I. Il n'est pas restrictif, en pratique, de supposer que les coefficients d'importance sont rationnels. C'est donc dire qu'après multiplication par une constante, on peut les supposer tous entiers. Le coefficient k_j peut alors s'interpréter comme le nombre de voix attribuées au critère j dans le cadre d'une procédure de vote. Le niveau exigé de concordance s'interprète alors comme un niveau de majorité exigé (majorité simple pour $s = 1/2$, majorité des deux tiers pour $s = 2/3$, etc.)

Dès que s dépasse la valeur $s^* = 1 - \frac{\text{MIN}_{j \in F} k_j}{k[F]}$, la condition (F. IV-11) équivaut à requérir l'unanimité, c'est-à-dire $C(b S a) = F$ (F. IV-12 est donc automatiquement vérifiée). Dans ce cas, F se confond avec la dominance ∇_F . Il s'ensuit que: $s > s^* \Rightarrow S$ transitive.

La relation S étant réflexive par construction, le s.r.p. (S, R) a alors une structure de pré-ordre partiel². Lorsqu'on abaisse le niveau exigé de concordance s , la relation S s'enrichit progressivement en ce sens que $b R a$ peut être remplacée par $b S a$ et que $b S a$ et $\sim(a S b)$ peuvent être remplacées par $b S a$ et $a S b$. Corrélativement, des intransitivités peuvent apparaître. Elles peuvent revêtir l'une des deux formes suivantes:

$$c S b, b S a, c R a,$$

¹ Dans plusieurs articles, B.ROY appelait la discordance le veto.

² Réf. 21 page 34

c S b, b S a, a S c, Non (a S b), Non (b S c), et Non (c S a)

La seconde correspond à une manifestation de ce que l'on appelle l'effet Condorcet¹.

IV.5. Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons brièvement introduit les notions de base de moteur d'inférence d'un système expert, et d'aide multicritère à la décision.

¹ Pour avoir une illustration, on pourra reprendre l'exemple numérique du tableau 3.2.2 de Réf. 21 page 168.

V. L'utilisation de la logique floue dans les applications médicales

V.1. Introduction

La présentation de l'incertitude dans le domaine de médecine est au centre de très nombreux problèmes de décision médicale. La théorie de la décision, les logiques non monotones, la théorie de fonction de croyance et la logique floue sont les formalismes les plus souvent employés pour représenter ces connaissances. Dans ce cas, des raisonnements, des règles de la logique classique ne sont plus applicables. L'imprécision des données et de la sémantique du vocabulaire médical sont caractéristiques des situations de décisions médicales.

Quelques applications

Jusqu'à présent, il y a beaucoup de systèmes médicaux experts, basés sur la théorie des ensembles flous, développés et appliqués dans les applications pratiques. Ici, nous allons lister brièvement quelques systèmes de diagnostics médicaux. Deux systèmes experts, CADIAG-2 de Adlassnig et "**A weighted fuzzy reasoning algorithm**" de SHYI-MING CHEN, seront étudiés plus profondément en décrivant leurs caractéristiques.

ABVAB (Réf. 31): est un système de diagnostic d'*abnormal vaginal bleeding*. L'inférence de ABVAB, basé sur la logique floue et les données du système a été représenté comme les nombres flous et comme les variables linguistiques.

SPHINX (Réf. 33): est un système expert de diagnostic interactif en médecine. Une consultation est sous la forme d'une entrée de symptômes et de l'histoire de l'information du patient. Basée sur ces données, une orientation de diagnostic possible est déterminée en utilisant l'heuristique floue.

CADIAG-2 (Réf. 32): est un système de diagnostic de médecine interne utilisant la théorie de la logique floue, basée sur les relations des symptômes. Il a été développé par Adlassnig dans le cadre du Département d'Informatique Médicale de l'Université de Vienne.

"**A weighted fuzzy reasoning algorithm**" (Réf. 12): est un système de diagnostic de médecine qui utilise la logique floue. Ce système a été appliqué dans les divers domaines de la médecine comme dans les diagnostics de cancer, d'ulcères gastriques...

V.2. Les principes de CADIAG-2

CADIAG-2 est reconnu comme un système expert médical flou à succès avec quelques applications dans les domaines de la rhumatologie, la vésicule (gall-bladder), et le pancréas...

Deux aspects de la relation symptôme-maladie sont documentés linguistiquement par les experts médicaux ou bien par l'analyse de la base de données. Les combinaisons de symptômes et leurs relations avec les maladies sont une partie de la base de connaissances stockée.

V.2.1. Présentation des connaissances

CADIAG-2 contient 4 classes d'entités médicales:

1. symptômes, signes, résultats de tests (S_i);
2. maladies et diagnostics (D_j);
3. combinaison intermédiaire (IC_k);
4. combinaison de symptômes (SC_i);

Le symptôme S_i correspond à la fonction d'appartenance μ_{S_i} dans $[0, 1] \cup \gamma$, où γ signifie que le symptôme n'a pas encore été examiné.

Le diagnostic D_j correspond à la fonction d'appartenance μ_{D_j} dans $[0, 1] \cup \gamma$. Le diagnostic qui n'a pas été considéré prend la valeur γ .

La combinaison intermédiaire a été introduite pour le modèle d'état pathophysiologique du patient. La combinaison de symptômes est celle de certains symptômes, maladies et combinaisons intermédiaires.

Les "conectives operations" de la logique floue sont définis par:

$$x_1 \cap x_2 = \begin{cases} \text{MIN}(x_1, x_2) & \text{si } x_1 \in [0,1] \\ \gamma & \text{si } x_1 = \gamma \text{ and/or } x_2 = \gamma \end{cases}$$

$$x_1 \cup x_2 = \begin{cases} \text{MAX}(x_1, x_2) & \text{si } x_1 \in [0,1], x_2 \in [0,1] \\ x_1 & \text{si } x_1 \in [0,1], x_2 = \gamma \\ x_2 & \text{si } x_1 = \gamma, x_2 \in [0,1] \\ \gamma & \text{si } x_1 = \gamma, x_2 = \gamma \end{cases}$$

$$\bar{x} = \begin{cases} 1 - x_1 & \text{si } x_1 \in [0,1] \\ \gamma & \text{si } x_1 = \gamma \end{cases}$$

CADIAG-2 considère les relations suivantes:

1. symptôme - maladie $R_{SD}(S_i, D_j)$
2. combinaison de symptômes - maladie $R_{SCD}(SC_i, D_j)$
3. symptôme - symptôme $R_{SS}(S_i, S_j)$
4. maladie - maladie $R_{DD}(D_i, D_j)$

Les relations sont caractérisées par deux paramètres: o - fréquence d'occurrence et c - puissance de confirmation. Une relation A est représentée par un couple de (o, c) contenant μ_o et μ_c .

Règles: SI Antécédent THEN Conséquence WITH (o, c)

Les valeurs μ_o et μ_c sont définies comme suit:

$$\mu_{R_{SD}^o}(S_i, D_j) = \frac{F(S_i \cap D_j)}{F(D_j)} = F(S_i | D_j) \quad \text{Equation V-1}$$

$$\mu_{R_{SD}^c}(S_i, D_j) = \frac{F(S_i \cap D_j)}{F(S_i)} = F(D_j | S_i) \quad \text{Equation V-2}$$

où :

$F(S_i, D_j)$ - fréquence d'occurrence de S_i et D_j

$F(D_j)$ - fréquence d'occurrence de D_j

$F(S_i)$ - fréquence d'occurrence de S_i

$F(S_i | D_j)$ - fréquence conditionnelle de S_i quand D_j est donné

$F(D_j | S_i)$ - fréquence conditionnelle de D_j quand S_i est donné

i	Occurrence	Confirmation
1	always	always
2	almost always	almost always
3	very often	very often
4	often	often
5	unspecifique	unspecifique
6	seldom	seldom
7	very seldom	very seldom
8	almost never	almost never
9	never	never

Tableau V-1

V.2.2. Inférence de la logique floue

Quelques règles sont utilisées pour déduire la maladie D_j du patient P quand le symptôme S_i est observé. Basées sur les relations floues, les inférences Max-Min sont utilisées pour déduire la valeur floue $\mu_{R_{PD}}(P, D_j)$ qui indique le degré de confirmation de la maladie D_j par patient P quand S_i a été observé¹.

Les hypothèses et la confirmation:

$$\mathbf{R}_{PD}^1 = \mathbf{R}_{PS} \circ \mathbf{R}_{SD}^c \quad \text{Equation V-3}$$

¹ Réf. 1 page 185

$$\mu_{R_{PD}^1}(P, D_j) = \text{MAX}_{S_i} \text{MIN}(\mu_{R_{PS}}(P, S_i), \mu_{R_{SD}^c}(S_i, D_j))$$

L'exclusion par les symptômes présents:

$$R_{PD}^2 = R_{PS} \circ (1 - R_{SD}^o)$$

Equation V-4

$$\mu_{R_{PD}^2}(P, D_j) = \text{MAX}_{S_i} \text{MIN}(\mu_{R_{PS}}(P, S_i), 1 - \mu_{R_{SD}^o}(S_i, D_j))$$

L'exclusion par les symptômes absents:

$$R_{PD}^3 = (1 - R_{PS}) \circ R_{SD}^o$$

Equation V-5

$$\mu_{R_{PD}^3}(P, D_j) = \text{MAX}_{S_i} \text{MIN}(1 - \mu_{R_{PS}}(P, S_i), \mu_{R_{SD}^o}(S_i, D_j))$$

V.2.3. Processus de diagnostic

1. Collection de symptômes.
2. Combinaison de symptômes.
3. Diagnostic confirmé.
4. Diagnostic exclu.
5. Diagnostic possible.
6. Explication de résultat de diagnostic.
7. Proposition supplémentaire.

V.2.4. Conclusion

Nous avons décrit les caractéristiques principales de CADIAG-2 qui lui portent une force majeure en diagnostic médical. CADIAG-2 est une des applications qui prennent en compte explicitement toutes les relations possibles du triplex (patient, symptôme, maladie) avec tous les calculs explicites et compréhensibles qui donnent la facilité pour l'utilisateur. Pourtant, il demande une information plus ou moins complexe, qui n'est pas toujours disponible. Il apporte à son acteur un grand succès dans le domaine du diagnostic médical.

Une partie de CADIAG-2 ayant été développée par le Dr. P.H. NGUYEN; elle est appliquée au domaine médical occidental, qui est fortement implicite et incertain.

V.3. Les principes de "A weighted fuzzy reasoning algorithm"

C'est un algorithme développé par Shyi-Ming Chen¹, publié en 1994, basé sur le "weighted fuzzy reasoning".

¹ Réf. 14

V.3.1. Représentation de connaissances

Pour qu'on puisse appliquer les calculs numériques, il a été proposé une transformation des mesures de langage naturel en numérique en deux Tableau V-2 et Tableau V-3.

Fuzzy quantifiers	Intervalles numériques		Niveaux de certitude	Intervalles numériques	
	Max	Min		Max	Min
always	1.00	1.00	absolutely certain	1.00	1.00
very strong	0.95	0.99	extremely certain	0.96	0.99
strong	0.80	0.94	very certain	0.86	0.95
more or less strong	0.65	0.79	pretty certain	0.76	0.85
medium	0.45	0.64	quite certain	0.66	0.75
more or less weak	0.30	0.44	fairly certain	0.56	0.65
weak	0.10	0.29	more or less certain	0.46	0.55
very weak	0.01	0.09	little certain	0.30	0.45
no	0.00	0.00	very little certain	0.16	0.29
			hardly certain	0.01	0.15
			absolutely uncertain	0.00	0.00

Tableau V-2

Tableau V-3

Soit R un ensemble de règles de production floues tel que:

$$R = \{R_1, R_2, R_3, \dots, R_n\}$$

La formule générale du système est de la forme¹:

$$R_i : \quad \text{IF } D_i \quad \text{THEN } d_i \quad \text{CF} = \mu_i$$

où:

D_i - la portion de l'antécédente R_i qui contient "fuzzy quantifiers",

d_i - la portion de conséquence de R_i ,

μ_i - facteur de certitude de R_i .

V.3.2. Mesure de similarité

La mesure de similarité est le pilier de cet algorithme.

Soient $x, y \in [0, 1]$, deux nombres réels. Le degré de similarité entre x et y est défini par:

$$T(x, y) = 1 - |x - y|$$

¹ Les signes sont représentés exactement comme dans l'article de l'auteur.

U est un univers de discours, A et B sont deux ensembles flous. \overline{W} exprime les différents degrés d'importance.

$$\begin{aligned} U &= \{u_1, u_2, u_3, \dots, u_p\} \\ A &= \{(u_1, a_1), (u_2, a_2), \dots, (u_p, a_p)\} & \rightarrow & \overline{A} = \{a_1, a_2, \dots, a_p\} \\ B &= \{(u_1, b_1), (u_2, b_2), \dots, (u_p, b_p)\} & \rightarrow & \overline{B} = \{b_1, b_2, \dots, b_p\} \\ & & & \overline{W} = \{w_1, w_2, \dots, w_p\} \end{aligned}$$

La fonction de mesure de similarité est définie par:

$$F(\overline{A}, \overline{B}, \overline{W}) = \sum_{j=1}^p \left[T(a_j, b_j) * \frac{w_j}{\sum_{k=1}^p w_k} \right]$$

Soit λ une valeur de seuil.

Si $F(\overline{A}, \overline{B}, \overline{W}) \geq \lambda$, alors la règle correspondante est possible: $C = F * \mu$
sinon, elle est impossible.

V.3.3. Algorithme "weighted fuzzy reasoning"

Soit λ une valeur de seuil, U un ensemble des symptômes et V un ensemble des maladies, où:

$$U = \{m_1, m_2, m_3, \dots, m_p\} \quad \text{and} \quad V = \{d_1, d_2, d_3, \dots, d_n\}$$

Supposons que la base de connaissances se présente sous la forme:

SI D_i ALORS d_i ($CF = \mu_i$)

$$\begin{aligned} \text{où: } D_i &= \{(m_1, t_{i1}), (m_2, t_{i2}), \dots, (m_p, t_{ip})\}, & \mu_i &\in [0, 1], \quad 1 \leq i \leq n \\ \overline{D}_i &= \{t_{i1}, t_{i2}, \dots, t_{ip}\} \end{aligned}$$

Les degrés d'importance des symptômes sont $\{w_{i1}, w_{i2}, w_{i3}, \dots, w_{ip}\} = \overline{W}_i$

$$\begin{aligned} M &= \{(m_j, x_j) \mid x_j \in [0, 1], 1 \leq j \leq p\} \\ \overline{M} &= \{x_1, x_2, \dots, x_p\} \end{aligned}$$

Algorithme

for $i \leftarrow 1$ to n do

let the fuzzy set Q be a result of intersection between the fuzzy sets M and D_i .

$$Q = M \cap D_i = \{(m_j, s_j) \mid (m_j, x_j) \in M, (m_j, t_{ij}) \in D_i, s_j = \text{MIN}(x_j, t_{ij}) \text{ and } 1 \leq j \leq p\}$$

$$T = \{m_j \mid (m_j, s_j) \in Q, 0 < s_j \leq 1 \text{ and } 1 \leq j \leq p\}$$

if $T \neq \emptyset$ then

$$y_i \leftarrow F(\overline{M}, \overline{D}_i, \overline{W}_i)$$

if $y_i \geq \lambda$ then
 $c_i \leftarrow y_i * \mu_i$

V.3.4. Conclusion

Cet algorithme, à priori, nous montre ses grands avantages:

- ◆ il est très simple,
- ◆ sa complexité est seulement $O(n*p)$,
- ◆ la procédure d'agrégation utilisée est de composer tous les critères différents dans un critère unique, alors le graphe de préférences est de type pré-ordre total, c'est-à-dire qu'il n'y a pas de relation incomparable.

Mais nous avons aussi vu que "a weighted fuzzy reasoning algorithm" contient ces majeures faiblesses inévitables:

- ◆ le troisième avantage nous pose ainsi un problème qu'on rencontre en réalité: celui d'incomparabilité¹;
- ◆ la méthode en est simplement une de pratique.

Exemple V-1

Soient deux étudiants en informatique A et B. Qui est le meilleur dans le cas où:

<i>Etudiant / Cours</i>	<i>SIAD</i>	<i>Programmation</i>
A	18	12
B	10	16

Ce est une question qui ne reçoit pas toujours une réponse à cause de différence de points de vue.

V.4. Conclusion

Les applications de la logique floue indiquent qu'elle est adéquate et modeste pour résoudre les problèmes incertains, spécialement avec beaucoup de succès dans le domaine de la médecine.

¹ Réf. 20 et Réf. 21

VI. Développement d'une application de diagnostic médical

VI.1. Introduction de systèmes experts flous en médecine

Dans cette partie, nous allons décrire brièvement notre système général. Bien qu'il n'y ait qu'une partie du système qui est utilisée dans le système d'identification de bactéries, il sera très utile pour notre démarche et pour la continuation du développement d'un système de diagnostic.

VI.1.1. Introduction

Un système expert est un système de calcul capable de représenter, résoudre ou bien suggérer la ou les solutions de divers problèmes dans un domaine de connaissances riches comme la médecine interne. Il doit aussi être capable de répondre à la question de l'explication et de la justification des solutions proposées.

Les éléments essentiels d'un système expert moderne sont:

- ◇ Un système de base de connaissances et de base de faits;
- ◇ L'observateur intelligent;
- ◇ Un système de moteur d'inférence "*thinking system*", qui est capable de résoudre les problèmes réels, vérifier les solutions et les expliquer, qui contient aussi une procédure importante d'apprentissage;
- ◇ Un interpréteur de résultats.

Les méthodes de raisonnement:

- * Raisonnement déductif;
- * Raisonnement hypothético-déductif: une généralisation du raisonnement par l'absurde, permet de focaliser la recherche d'une solution à un problème déterminé;
- * Raisonnement par défaut;
- * Raisonnement qualitatif;
- * Raisonnement inductif et par analogie.

Catégorisation d'une variable mesurable:

- + Le test positif en présence de la maladie est dit *vrai positif*;
- + Le test positif en absence de la maladie est dit *faux positif*;
- + Le test négatif en présence de la maladie est dit *vrai négatif*;
- + Le test négatif en absence de la maladie est dit *faux négatif*.

	D+	D-
T+	VP	FP
T-	VN	FN

VI.1.2. Schéma du système expert flou en médecine

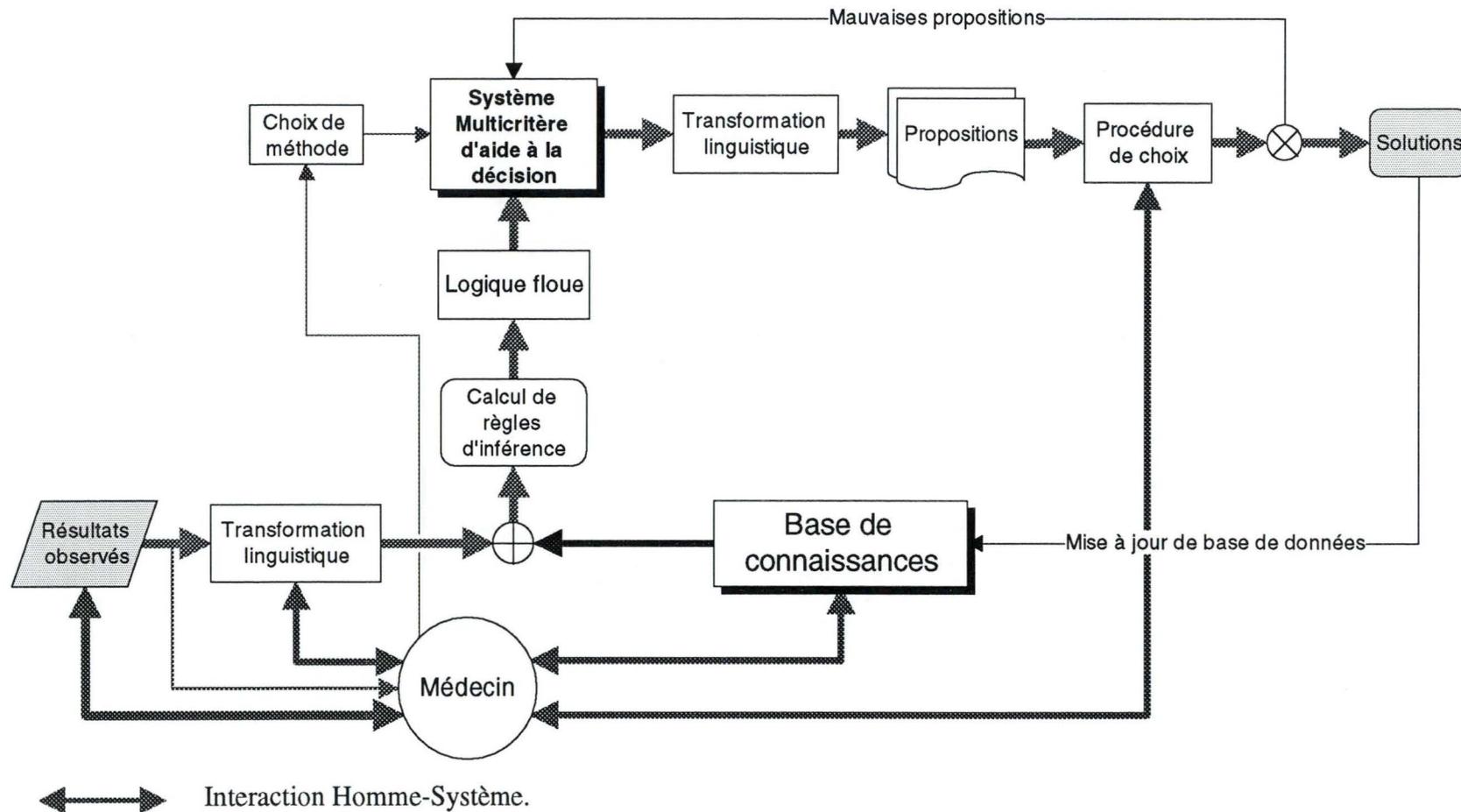


Figure VI-1 Schéma du système général d'aide à la décision

*Transformation linguistique*¹: c'est une procédure qui nous permet de transformer une information du type linguistique au type numérique, ou bien du type numérique au type linguistique. Par exemple: "très positif" correspond à [0.9, 0.95].

Base de connaissance: contient tous les éléments et les méta-règles nécessaires pour faire sortir une ou plusieurs solutions.

Calcul de règles d'inférence: c'est une procédure qui reçoit toutes les informations de l'observateur et de la base de connaissances pour générer toutes les règles nous amenant à l'accessibilité des solutions possibles.

Système multicritère: nous aide à choisir la ou les meilleures solutions à proposer au praticien. Il est construit purement par des calculs mathématiques.

Procédure de choix: permet à l'utilisateur de faire face aux solutions proposées par le système. Le médecin peut éventuellement les accepter ou refuser, et sa décision sera reconsidérée par un cycle d'apprentissage.

VI.1.3. Représentation de connaissances

Les connaissances médicales sont floues mais plutôt précises et il n'existe pas de frontière claire entre ces informations. Elles doivent tenir compte de ces caractères: l'extensibilité, la simplicité et l'explicite.

Système de production: il contient un mécanisme général de calcul. De nombreux systèmes experts médicaux sont basés sur l'utilisation de règles de déduction. La connaissance de l'expert est représentée par un grand nombre de règles simples utilisées pour guider le dialogue entre le système et l'utilisateur pour déduire des conclusions.

* L'accès et l'organisation des règles sont importants. Ils peuvent varier d'un schéma très simple à un schéma très complexe, qui peut permettre les résolutions de conflits. Dans un système de raisonnement utilisant la logique floue, le nombre des cas de conflits de résolutions augmente.

Les règles sont des assertions données sous forme d'implication. Elles peuvent être également interprétées comme des conditions à réaliser pour déclencher une action donnée. Elles sont l'expression d'une connaissance générale des formes présentées à la page 22 et la page 42:

Règle:
 SI Antécédent ALORS Conséquence Avec (o, c)
 ou bien
 SI [...] @ [...] @ ... @ [...] THEN [...] @ ... @ [...] avec μ

¹ Deux exemples simples sont décrits par travail de SHYI-MING CHEN, le Tableau V-2 et le Tableau V-3

* Dans cette partie, nous utilisons l'Equation V-1 et l'Equation V-2 présentées par CADIAG-2 du Dr. K.P. Adlassnig, pour calculer la fréquence de symptôme si la maladie est présente et la fréquence de maladie si le symptôme est présent:

$$\mu_{R_{SD}}^c(S_i, D_j) = \frac{F(S_i \cap D_j)}{F(D_j)} = F(S_i | D_j) = \frac{VP}{VP + FN} \quad \text{Equation VI-1}$$

$$\mu_{R_{SD}}^o(S_i, D_j) = \frac{F(S_i \cap D_j)}{F(S_j)} = F(D_j | S_i) = \frac{VP}{VP + FP} \quad \text{Equation VI-2}$$

Exemple VI-1

Soient S_1, S_2 les symptômes, D la maladie et N le nombre de patients.

$\mu_{R_{SD}}^c(S_1, D) = (5 + 65)/110 = 0.6363$ signifie la force de la confirmation du symptôme S_1 pour la maladie D .

$\mu_{R_{SD}}^o(S_1, D) = (5 + 65)/180 = 0.3889$ signifie la fréquence de l'occurrence du symptôme S_1 avec la maladie D .

$\mu_{R_{SD}}^c(S_2, D) = (5 + 85)/130 = 0.6923$ signifie la force de la confirmation du symptôme S_2 pour la maladie D .

$\mu_{R_{SD}}^o(S_2, D) = (5 + 85)/180 = 0.5$ signifie la fréquence de l'occurrence du symptôme S_2 avec la maladie D .

$\mu_{R_{SD}}^c(S_1 \wedge S_2, D) = 5/40 = 0.1250$ signifie la force de la confirmation du symptôme S_1 et du symptôme S_2 pour la maladie D .

$\mu_{R_{SD}}^o(S_1 \wedge S_2, D) = 5/180 = 0.0278$ signifie la fréquence de l'occurrence du symptôme S_1 et du symptôme S_2 avec la maladie D .

S ₁	S ₂	D	N
1	1	1	5
1	1	0	35
1	0	1	65
1	0	0	5
0	1	1	85
0	1	0	5
0	0	1	25
0	0	0	5

Tableau VI-1

Dr. Adlassnig a proposé une autre interprétation¹ de μ^o et de μ^c basée sur une notion de "sigma-counts" qui ne sera pas considérée dans notre travail.

Les règles des relations peuvent être représentées sous la forme:

\mathfrak{R}_1 : SI S_1 =présence ALORS Maladie = D Avec $O_1 = 0.3889$ $C_1 = 0.6363$

¹ Réf. 13

\mathfrak{R}_2 :	SI	S_2 =présence	ALORS	Maladie = D	Avec	$O_2 = 0.5000$	$C_2 = 0.6923$
\mathfrak{R}_3 :	SI	$(S_1$ =présence) \wedge $(S_2$ =présence)	ALORS	Maladie = D	Avec	$O_3 = 0.0278$	$C_3 = 0.1250$

* Les règles \mathfrak{R}_1 , \mathfrak{R}_2 sont les règles élémentaires et la règle \mathfrak{R}_3 est composée.

Systeme d'inférence¹:

Le diagnostic est basé sur toutes les relations possibles entre les symptômes, maladies et la personne supportant le diagnostic, comme la présentation de la Figure VI-2. Pour calculer les relation suivantes, nous utilisons l'opération MAX-MIN² de l'Equation III-9

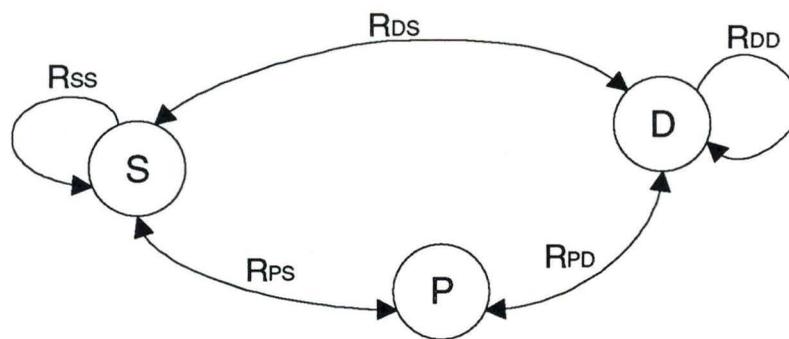


Figure VI-2 Graphe des relations du diagnostic

Composition de $S_i D_j$ ³:

Les hypothèses et la confirmation:

$$\mathbf{R}_{PD}^1 = \mathbf{R}_{PS} \circ \mathbf{R}_{SD}^c$$

Equation VI-3

$$\mu_{R_{PD}^1}(P, D_j) = \text{MAX}_{S_i} \text{MIN}(\mu_{R_{PS}}(P, S_i), \mu_{R_{SD}^c}(S_i, D_j))$$

L'exclusion par les symptômes présents:

$$\mathbf{R}_{PD}^2 = \mathbf{R}_{PS} \circ (\mathbf{1} - \mathbf{R}_{SD}^o)$$

Equation VI-4

$$\mu_{R_{PD}^2}(P, D_j) = \text{MAX}_{S_i} \text{MIN}(\mu_{R_{PS}}(P, S_i), 1 - \mu_{R_{SD}^o}(S_i, D_j))$$

L'exclusion par les symptômes absents:

$$\mathbf{R}_{PD}^3 = (\mathbf{1} - \mathbf{R}_{PS}) \circ \mathbf{R}_{SD}^o$$

Equation VI-5

$$\mu_{R_{PD}^3}(P, D_j) = \text{MAX}_{S_i} \text{MIN}(1 - \mu_{R_{PS}}(P, S_i), \mu_{R_{SD}^o}(S_i, D_j))$$

¹ Cette partie a été décrite avec l'aide du Dr. P.H. NGUYEN.

² Réf. 1 page 146

³ Copie de CADIAG-2 de Adlassnig, voir la page 43.

Composition de SC_iD_j :

Les hypothèses et la confirmation:

$$\mathbf{R}^4_{PD} = \mathbf{R}_{PSC} \circ \mathbf{R}^c_{SCD}$$

Equation VI-6

$$\mu_{R^4_{PD}}(P, D_j) = \text{MAX}_{SC_i} \text{MIN}(\mu_{R_{PSC}}(P, SC_i), \mu_{R^c_{SCD}}(SC_i, D_j))$$

L'exclusion par les combinaisons des symptômes présents:

$$\mathbf{R}^5_{PD} = \mathbf{R}_{PSC} \circ (\mathbf{1} - \mathbf{R}^o_{SCD})$$

Equation VI-7

$$\mu_{R^5_{PD}}(P, D_j) = \text{MAX}_{SC_i} \text{MIN}(1 - \mu_{R_{PSC}}(P, SC_i), \mu_{R^o_{SCD}}(SC_i, D_j))$$

L'exclusion par les combinaisons des symptômes absents:

$$\mathbf{R}^6_{PD} = (\mathbf{1} - \mathbf{R}_{PSC}) \circ \mathbf{R}^o_{SCD}$$

Equation VI-8

$$\mu_{R^6_{PD}}(P, D_j) = \text{MAX}_{SC_i} \text{MIN}(1 - \mu_{R_{PSC}}(P, SC_i), \mu_{R^o_{SCD}}(SC_i, D_j))$$

Composition de $S_{i1}S_{i2}$:

Les hypothèses et la confirmation:

$$\mathbf{R}^7_{PS} = \mathbf{R}_{PS} \circ \mathbf{R}^c_{SS}$$

Equation VI-9

$$\mu_{R^7_{PS}}(P, S_{i_2}) = \text{MAX}_{S_{i_1}} \text{MIN}(\mu_{R_{PS}}(P, S_{i_1}), \mu_{R^c_{SS}}(S_{i_1}, S_{i_2}))$$

L'exclusion par les symptômes présents:

$$\mathbf{R}^8_{PS} = \mathbf{R}_{PS} \circ (\mathbf{1} - \mathbf{R}^o_{SS})$$

Equation VI-10

$$\mu_{R^8_{PS}}(P, S_{i_2}) = \text{MAX}_{S_{i_1}} \text{MIN}(\mu_{R_{PS}}(P, S_{i_1}), 1 - \mu_{R^o_{SS}}(S_{i_1}, S_{i_2}))$$

L'exclusion par les symptômes absents:

$$\mathbf{R}^9_{PS} = (\mathbf{1} - \mathbf{R}_{PS}) \circ \mathbf{R}^o_{SS}$$

Equation VI-11

$$\mu_{R^9_{PS}}(P, S_{i_2}) = \text{MAX}_{S_{i_1}} \text{MIN}(1 - \mu_{R_{PS}}(P, S_{i_1}), \mu_{R^o_{SS}}(S_{i_1}, S_{i_2}))$$

Composition de $D_{i1}D_{i2}$:

Les hypothèses et la confirmation:

$$\mathbf{R}^{10}_{PD} = \mathbf{R}_{PD} \circ \mathbf{R}^c_{DD}$$

Equation VI-12

$$\mu_{R^{10}_{PD}}(P, D_{i_2}) = \text{MAX}_{D_{i_1}} \text{MIN}(\mu_{R_{PD}}(P, D_{i_1}), \mu_{R^c_{DD}}(D_{i_1}, D_{i_2}))$$

L'exclusion par les diagnostics présents:

$$\mathbf{R}^{11}_{PD} = \mathbf{R}_{PD} \circ (\mathbf{1} - \mathbf{R}^o_{DD})$$

Equation VI-13

$$\mu_{R^{11}_{PD}}(P, D_{i_2}) = \text{MAX}_{D_{i_1}} \text{MIN}(\mu_{R_{PD}}(P, D_{i_1}), 1 - \mu_{R^o_{DD}}(D_{i_1}, D_{i_2}))$$

L'exclusion par les diagnostics absents:

$$\mathbf{R}_{PD}^{12} = (\mathbf{1} - \mathbf{R}_{PD}) \circ \mathbf{R}_{DD}^0$$

Equation VI-14

$$\mu_{R_{PD}^{12}}(P, D_{i_2}) = \text{MAX}_{D_{i_1}} \text{MIN}(1 - \mu_{R_{PS}}(P, D_{i_1}), \mu_{R_{SS}}(D_{i_1}, D_{i_2}))$$

Il est facile de déduire des relations ci-dessus les résultats suivants:

VI.1.4. Diagnostic

Confirmation du diagnostic:

$$\mu_{Di} = 1.0 \quad \text{ssi} \quad \left[\begin{array}{l} \mu_{R_{PD}^1}(P, D_j) = 1.0 \quad \text{ou} \\ \mu_{R_{PD}^4}(P, D_j) = 1.0 \quad \text{ou} \\ \mu_{R_{PD}^{10}}(P, D_j) = 1.0 \end{array} \right. \quad \text{Equation VI-15}$$

Rejet du diagnostic:

$$\mu_{Di} = 0.0 \quad \text{ssi} \quad \left[\begin{array}{l} \mu_{R_{PD}^2}(P, D_j) = 1.0 \quad \text{ou} \\ \mu_{R_{PD}^3}(P, D_j) = 1.0 \quad \text{ou} \\ \mu_{R_{PD}^5}(P, D_j) = 1.0 \quad \text{ou} \\ \mu_{R_{PD}^6}(P, D_j) = 1.0 \quad \text{ou} \\ \mu_{R_{PD}^{11}}(P, D_j) = 1.0 \quad \text{ou} \\ \mu_{R_{PD}^{12}}(P, D_j) = 1.0 \end{array} \right. \quad \text{Equation VI-16}$$

Possibilité du diagnostic:

$$\mu_{Di} = \text{MAX}(\mu_{R_{PD}^1}, \mu_{R_{PD}^4}, \mu_{R_{PD}^{10}})$$

Exemple VI-2

Prenons l'Exemple VI-1. L'inférence des règles peut être représentée par la Figure VI-3:

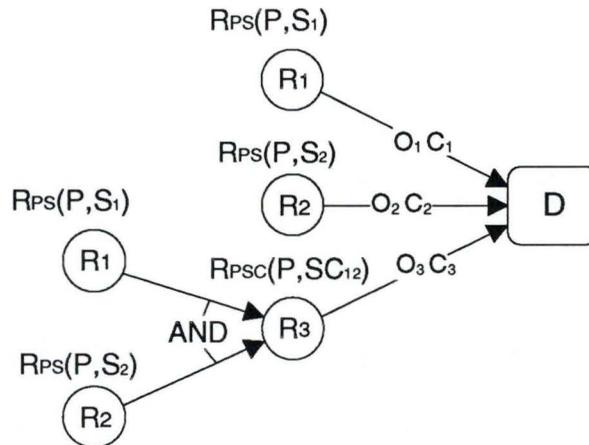


Figure VI-3 L'inférence des règles

+ Supposons que le patient P a le symptôme S_1 avec degré 1.0, c'est-à-dire $\mu_{R_{Ps}} = 1.0$. Appliquons la règle \mathfrak{R}_1 nous avons $\mu^1_{R^1_{PD}} = \text{MIN}(1.0, 0.6363) = 0.6363$.

+ Supposons que le patient P a le symptôme S_2 avec degré 1.0, c'est-à-dire $\mu_{R_{Ps}} = 1.0$. Appliquons la règle \mathfrak{R}_2 nous avons $\mu^2_{R^2_{PD}} = \text{MIN}(1.0, 0.6923) = 0.6923$.

$$\mu_{R^1_{PD}} = \text{MAX}(\mu^1_{R^1_{PD}}, \mu^2_{R^2_{PD}}) = 0.6923.$$

De même la façon, nous calculons:

$$\mu_{R^2_{PD}} = \text{MAX}(\text{MIN}(1, 1-0.3889), \text{MIN}(1, 1-0.5)) = 0.5$$

$$\mu_{R^3_{PD}} = \text{MAX}(\text{MIN}(1-1, 0.3889), \text{MIN}(1-1, 0.5)) = 0.0$$

Pour \mathfrak{R}_3 , nous calculons:

$$\mu_{R^4_{PD}} = \text{MAX}(\text{MIN}(1, 0.1250)) = 0.1250$$

$$\mu_{R^5_{PD}} = \text{MAX}(\text{MIN}(1, 1-0.0278)) = 0.9722$$

$$\mu_{R^6_{PD}} = \text{MAX}(\text{MIN}(1-1, 0.0278)) = 0.0$$

Nous n'avons donc aucune confirmation, ni rejet de diagnostic.

La conclusion est: $\mu_D = \text{MAX}(\mu_{R^1_{PD}}, \mu_{R^4_{PD}}) = 0.6923$.

VI.1.5. Discussion

Nous avons décrit un modèle de calcul par la logique floue.

Ce modèle a un avantage:

+ Nous avons toujours une ou des solutions comparables.

Inconvénient:

+ La procédure d'agrégation est celle de type complet en critère unique, par conséquent elle porte tous les inconvénients de ce type, c'est-à-dire que nous n'avons pas d'aspect d'incompatibilité.

Pour éviter ce problème, nous utilisons un système complémentaire multicritère qui permet à l'utilisateur de s'agréger dans le système de prise de décision. Ce système ne sera décrit que dans la partie de résolution d'un problème particulier d'identification bactérienne.

VI.2. Introduction du problème particulier

Dans le cadre de ce mémoire, nous considérerons le cas de l'identification des bactéries de la galerie API 20E en utilisant la théorie de la logique floue et des sous-ensembles flous. Dans la plupart des laboratoires cliniques et sur le marché, il existe des produits comme "MICROTUBE", permettant l'identification rapide de bactéries selon les familles des bactéries de cliniques laboratoires.

La célèbre firme API, qui a utilisé la méthode probabiliste d'identification de bactéries, a particulièrement fourni les résultats suivants:

- *Table de pourcentage*¹: $API = \{Pr_{ij}(s_j+ | b_i+) | i=1, 2, \dots, m, j=1, 2, \dots, n\}$
 où $m = 39, n = 21,$
 $B = \{b_i | i=1..m\}$ l'ensemble des bactéries,
 $S = \{s_j | j=1..n\}$ l'ensemble des tests biochimiques.

$Pr_{ij}(s_i+ | b_j+)$ peut être interprété comme la probabilité de la positivité du test s_i quand la bactérie b_j existe (probabilité conditionnée, qui nous permet de déduire $B \Rightarrow S$).

- *Indexe de profil analytique*²: version Benelux 1976, contient environ 5000 profils différents qui apparaissent fréquemment dans les laboratoires biochimiques, et leur qualité de diagnostic.

Etant donné une série de résultats de tests biochimiques, nous allons nous baser sur les données statistiques obtenues par l'API en appliquant la logique floue avec pour but le surclassement des bactéries.

¹ Annexe 1.

² Référence API.

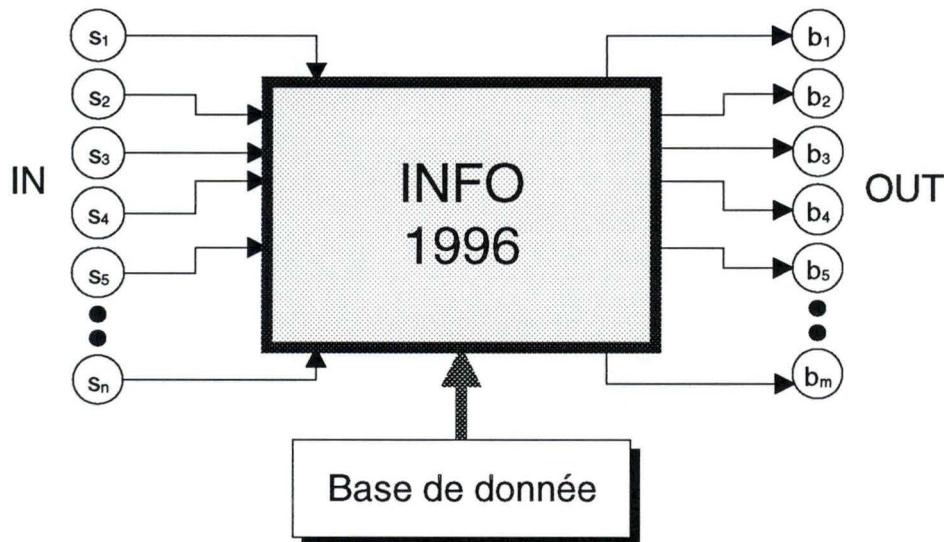


Figure VI-4 Schéma du problème d'identification de bactéries

Limites du mémoire:

⇒ Les données obtenues par la table de pourcentage $Pr_{ij}(s_j+|b_i+)$ ne nous donnent qu'une probabilité d'avoir le test s_j positif lorsque le patient est infecté par la bactérie b_i , alors qu'on en voudrait quatre (VP, VN, FP, FN)¹. C'est-à-dire que les données ne sont pas fournies complètement.

Avec $Pr_{ij}(s_j+|b_i+)$ nous ne pouvons calculer que μ^o (déduction de type B ⇒ S) selon l'Equation V-1, mais nous n'avons aucune idée sur μ^c (déduction de type S ⇒ B).

C'est le cas où nous voudrions introduire une base de données complémentaire API^c qui prend le rôle d'apprentissage statistique dans le système d'aide à l'identification de bactéries. Lorsqu'on a une confirmation d'un expert responsable de la procédure de mise à jour des données de la table de l'API, elle sera remplacée par celles de la base de données de l'API^c. Elle ne sera pas implémentée dans le cadre du mémoire.

⇒ Les données sont des données probabilistes; nous allons supposer qu'elles sont équivalentes avec les données possibilistes².

⇒ Dans le contexte normal, le résultat obtenu d'un test biochimique n'a que deux possibilités: négatif (absent) ou positif (présent). Il existe une machine qui lit automatiquement ces données et elle peut donner en plus une valeur "inconnue". Ce dernier peut nous ramener vers une fausse identification. En réalité, le biochimiste et la machine reconnaissent ce résultat par distinction de couleur, ce qui peut se présenter par une fonction mathématique. Dans notre travail, nous présentons ce résultat par une fonction floue.

Hypothèses: les hypothèses suivantes sont imposées à cause des faiblesses des données ci-dessus nommées:

¹ Référence [18] et le calcul de l'Exemple VI-1

² C'est une erreur de données qu'en réalité ce n'est pas toujours vrai.

⇒ Il n'y a pas de relation entre les différents symptômes, les tests sont indépendants les uns vis-à-vis des autres.

⇒ La qualité des tests de même type ne change pas.

VI.3. Schéma du système d'identification bactérienne

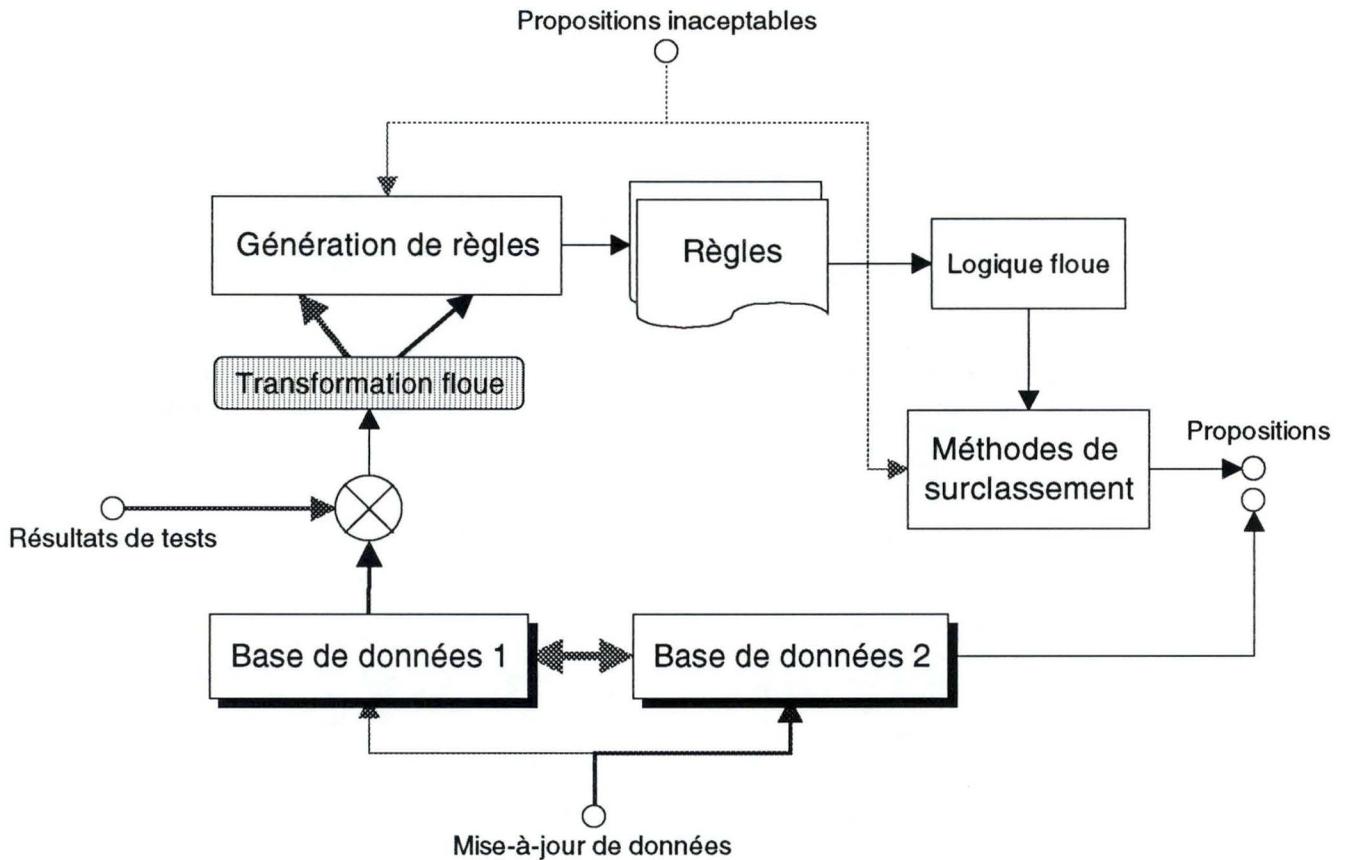


Figure VI-5 Schéma du système d'aide à la décision

VI.4. Représentation des résultats de tests et de diagnostic

1. Chaque résultat du test observé peut être représenté par un triplet:

$$t_j = (s_j, r_j, \mu_j)$$

d'où:

s_j est le nom du $j^{\text{ème}}$ test biochimique.

r_j est le résultat du test du $j^{\text{ème}}$ test biochimique et r_j ne prendra qu'une des deux valeurs [Absence, Présence].

μ_j représente un degré de croyance du biochimiste¹ sur le résultat du test qu'il a fait et μ_j prend des valeurs $[0, 1]$. Notons que cette valeur peut avoir une grande influence sur le résultat final. Dans ce travail, nous n'avons aucune expérience dans le domaine médical, les calculs sont purement exécutés mathématiquement, requièrent de l'expérimentation adéquate et bien sûr du temps - c'est une des raisons qui peut nous donner de mauvais résultats dans certains cas.

Exemple VI-3

OPNG	H ₂ S	GEL	GLU
+	-	-	+

$t_1 = (\text{OPNG, Présence, } \mu_1 = 0.9)$

$t_3 = (\text{GEL, Absence, } \mu_3 = 0.5)$

$t_2 = (\text{H}_2\text{S, Absence, } \mu_2 = 0.7)$

$t_4 = (\text{GLU, Présence, } \mu_4 = 1.0)$

L'ensemble des tests complet est présenté par:

$$T = \begin{pmatrix} t_1 \\ t_2 \\ \vdots \\ t_n \end{pmatrix}$$

2. De la façon analogique, nous représentons les résultats du diagnostic par un triplet flou comme²:

$$b_i^* = \{\text{nom-bactérie, } rb_i, \mu(b_i)\}$$

VI.5. Base de données

La base de données du système contient 2 parties différentes:

- la table de pourcentage de l'API ne peut être modifiée que par un expert et elle comprend:

$B = \{b_i \mid i = 1, 2, \dots, m\}$ l'ensemble de bactéries. m - nombre de bactéries.

$S = \{s_j \mid j = 1, 2, \dots, n\}$ l'ensemble de symptômes. n - nombre de symptômes.

$$\text{API} = \begin{pmatrix} Pr_{11} & Pr_{12} & \dots & Pr_{1n} \\ Pr_{21} & Pr_{22} & \dots & Pr_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ Pr_{m1} & Pr_{m2} & \dots & Pr_{mn} \end{pmatrix} = \mathfrak{R}^{m \times n} \quad \text{où} \quad 0.0 \leq Pr_{ij} \leq 1.0$$

¹ Cette valeur est introduite par le biochimiste.

² Le résultat obtenu après diagnostic.

- les enregistrements¹ des cas particuliers traités² par le médecin. Elle contient des données statistiques et des expériences permettant de faciliter au médecin la procédure de choix ultérieur par rapport propositions suggérées par le système multicritère.

Pour qu'on puisse avoir une base de connaissances présentée sous forme floue, basée sur les expériences du travail du Prof. Dr. J. Fichet, du Dr. J. P. Leclercq, et du Dr. Ph. BEYNE, nous proposons une transformation floue comme ci-dessous³:

$$API \xrightarrow{\text{Transformation par la fonction } f(\text{Pr})} X, \bar{X}$$

$$X = \{x_{ij} \mid i = 1, \dots, m, j = 1, \dots, n\} \quad \bar{X} = \{\bar{x}_{ij} \mid i = 1, \dots, m, j = 1, \dots, n\}$$

avec $x_{ij} = f(\text{Pr}_{ij})$ et $\bar{x}_{ij} = \bar{f}(\text{Pr}_{ij})$

$$x_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{si } 70 < \text{Pr}_{ij} \leq 100 \\ 0.5 & \text{si } 30 < \text{Pr}_{ij} \leq 70 \\ \text{Pr}_{ij} & \text{si } 0 \leq \text{Pr}_{ij} \leq 30 \end{cases} \quad \bar{x}_{ij} = \begin{cases} \text{Pr}_{ij} & \text{si } 70 \leq \text{Pr}_{ij} \leq 100 \\ 0.5 & \text{si } 30 \leq \text{Pr}_{ij} < 70 \\ 1 & \text{si } 0 \leq \text{Pr}_{ij} < 30 \end{cases}$$

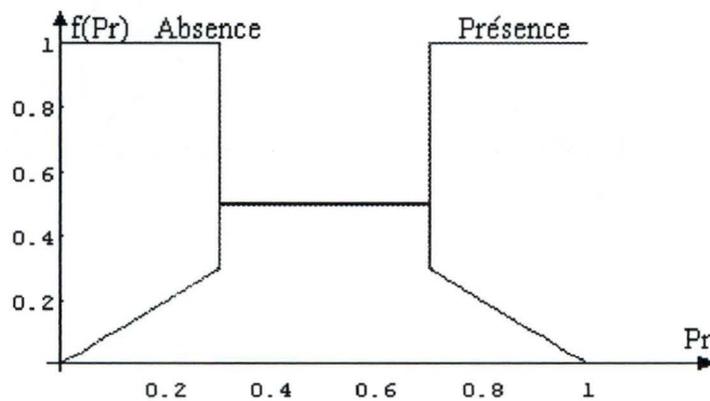


Figure VI-6 Fonction de transformation⁴

* Nous introduisons les notations suivantes:

$$X^* = (X, \bar{X}) \quad x_{ij}^* = (x_{ij}, \bar{x}_{ij})$$

Connaissance positive et connaissance négative

Une connaissance positive apporte une valeur positive à la connaissance existante sur un événement.

¹ Il ne sera pas le but de programmation.

² Réf. 30

³ En pratique, nous ne calculons que X

⁴ Dans notre application, nous utilisons quelques différentes fonctions en plus, selon le nombre de patients participant aux tests de l'API.

Une connaissance négative apporte une valeur négative à la connaissance existante sur un événement.

Exemple VI-4

Règle:	Si Résultat = Présent Alors Bactérie = b_1 , avec Degré de possibilité = DC
Initial:	Degré de possibilité = DC_0
Observation 1:	Résultat = Absence
Conclusion 1:	Bactérie = b_1 , avec Degré de possibilité = $DC_0 + \nabla$ où $\nabla \leq 0$ et $\nabla = f(DC)$
Observation 2:	Résultat = Présent
Conclusion 2:	Bactérie = b_1 , avec Degré de possibilité = $DC_0 + \Delta$ où $\Delta \geq 0$ et $\Delta = f(DC)$

La fonction de transformation: nous avons testé avec deux fonctions¹ de transformation qui rend les valeurs négatives si $0 \leq x \leq 0.5$ et positives si $0.5 \leq x \leq 1.0$. Le cas où $x = 0.5$ est interprété comme le résultat de test ne nous apporte aucune information sur la conclusion.

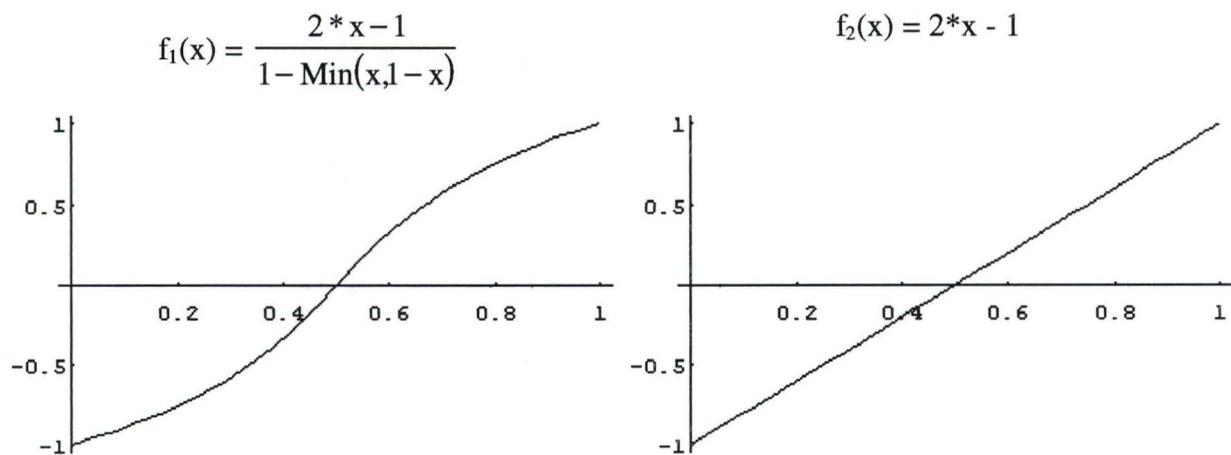


Figure VI-7 Fonction de transformation

$$X^* \xrightarrow{\text{Transformation par fonction } f(x)} Y^*$$

$$\text{avec } y_{ij}^* = f(x_{ij}^*) = (f(x_{ij}), f(\bar{x}_{ij}))$$

VI.6. Composition des connaissances et des résultats de tests

Génération de règles floues:

Le module de génération de règles floues consiste en différents blocs élémentaires de règles, comme module "une entrée, une sortie":

¹ La première fonction était utilisée dans CADIAG-2, la deuxième est choisie pour notre travail.

\mathfrak{R}_i : Si x est A_i , Alors y est B_i où A_i et B_i sont deux nombres flous.

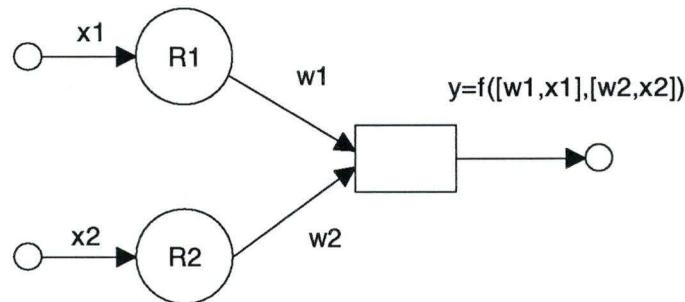


Figure VI-8 Réseau de neurones simple

Chaque règle \mathfrak{R}_i peut être interprétée comme un noeud du système "réseau neural de multicouches", où l'antécédente partie des règles est l'entrée de la partie suivante.

Exemple VI-5

	ONPG	ADH	LDC	ODC	GLU	MAN	μ	λ
<i>E. COLI</i>	98	3	83	75	100	100	0.8	0.3
<i>E. COLI A-D</i>	47	8	32	15	98	93	0.9	0.5
<i>SH. DYSENTERIAE</i>	15	0	0	0	94	2	0.5	0.6
<i>SH. FLEXNERI</i>	0	0	0	0	100	97	0.8	0.3

Tableau VI-2

où μ est le degré de possibilité à priori, λ est le seuil du diagnostic.

Symptômes	ONPG	ADH	LDC	ODC	GLU	MAN
Résultat	+	+	-	-	+	+
χ	0.95	0.80	0.55	0.20	0.15	1.00

Tableau VI-3

où χ est le degré de croyance de l'observation du résultat d'un test.

Règle élémentaire:

Si ONPG est Présence et ADH est Présence et LDC est Absence
 et ODC est Absence et GLU est Présence et MAN est Présence
 Alors Bactérie est E. Coli avec $\mu = 0.8$ et $\lambda = 0.3$

Nous présentons la composition de base de données API (la connaissance antécédente) avec le test T (la connaissance individuelle) par:

$$Z = T * Y^* = \begin{pmatrix} t_1 \\ t_2 \\ \vdots \\ t_n \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} y_{11}^* & y_{12}^* & \cdots & y_{1n}^* \\ y_{21}^* & y_{22}^* & \cdots & y_{2n}^* \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ y_{m1}^* & y_{m2}^* & \cdots & y_{mn}^* \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} z_{11} & z_{12} & \cdots & z_{1n} \\ z_{21} & z_{22} & \cdots & z_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ z_{m1} & z_{m2} & \cdots & z_{mn} \end{pmatrix} \quad \text{Equation VI-17}$$

Selon l'Equation III-2, nous avons:

$$z_{ij} = \begin{cases} \frac{y_{ij}}{|y_{ij}|} * \text{Min}(\mu_j, |y_{ij}|) & \text{si } r_j \text{ de } t_j \text{ est Présence} \\ \frac{y_{ij}}{|y_{ij}|} * \text{Min}(\mu_j, |\bar{y}_{ij}|) & \text{sinon} \end{cases} \quad \text{Equation VI-18}$$

* Notons que l'opération (*) n'est pas celle de multiplication mathématique de deux matrices.

VI.7. Opération d'agrégation

Il est évidemment nécessaire d'évaluer le degré de possibilité pour chaque décision qu'on va proposer au médecin. Ces valeurs nous donnent plus ou moins une idée du risque de prendre telle ou telle décision.

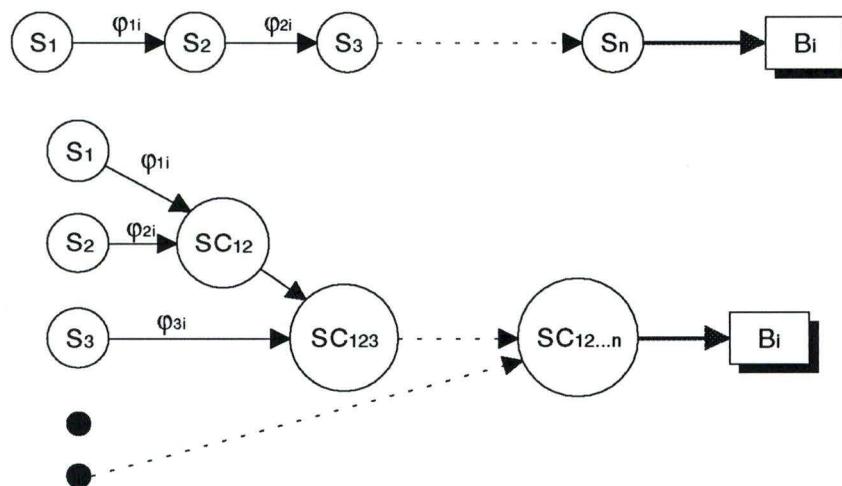


Figure VI-9 Réseaux de calcul

La fonction d'agrégation doit comprendre deux caractéristiques essentielles:

- + associative;
- + commutative;
- + décomposable;

Comme présenté à la Figure VI-9, les règles du système se présentent sous une forme particulière, par exemple la suivante:

SI (S_1 est t_1) ET ... (S_n est t_n) ALORS Bactérie est B_i .

Nous remarquons que pour chaque bactérie, on a au moins 2^n règles qui se connectent par le connecteur OU, et qui peuvent contribuer à l'existence de bactéries dans les solutions, dans le cas de logique booléenne. Dans le cas où le résultat d'un test se présente sous la forme floue, le nombre de règles est infini. Or, résoudre le problème d'identification par pré-description de règles comme celles des applications sur le marché est irréalisable avec un nombre énorme de règles¹. L'Equation III-1 et la procédure de calcul basée sur l'analyse des données de l'API nous aident à se débarrasser de toutes les règles redondantes.

L'opération d'agrégation des résultats des tests:

Soient x et y deux variables représentant les degrés de possibilité de deux propositions élémentaires ou composées, entre -1 et $+1$. Parmi les fonctions t-norme et t-conorme, nous choisissons les fonctions qui nous permettent de bien présenter le progrès de l'exécution des tests d'agrégation des deux tests suivants:

$$x \oplus y = \begin{cases} x + y - x * y & \text{pour } x, y \geq 0 \\ \frac{x + y}{1 - \text{MIN}(|x|, |y|)} & \text{pour } x * y < 0 \\ x + y + x * y & \text{pour } x, y \leq 0 \end{cases} \quad \text{Equation VI-19}^2$$

avec $-1.0 \leq x, y \leq 1.0$

Nous pouvons aisément vérifier que l'opération \oplus ne satisfait pas toutes les caractéristiques³ de t-conorme définies par ZADEH.

* $x = 1, y = -1 \Leftrightarrow \frac{x + y}{1 - \text{MIN}(|x|, |y|)} = (???)$, ce cas est interprété comme on a simultanément la confirmation du diagnostic et l'exclusion du diagnostic.

Soient X, Y deux degrés de possibilité de deux tests composés A et B , respectivement.

$$A = \{a_1, a_2, \dots, a_m\}$$

$$B = \{b_1, b_2, \dots, b_n\}$$

Tous les degrés de possibilité élémentaires de A sont soit tout positifs, soit tout négatifs⁴, idem pour B . Pour des raisons de commutativité, nous exécutons l'opération \oplus comme présentée par la Figure VI-11, c'est-à-dire l'opération 2 ne sera effectuée comme la dernière qu'une seule fois pour évaluer le degré de possibilité final d'un but.

¹ High performance group <http://www.ppgsoft.com/> et MIT GmbH Aachen/Germany <http://www.mitgmbh.de/>

² Cette équation a été utilisée par MYCIN, CADIAG-2 dans un contexte similaire.

³ Réf. 1 page 60

⁴ Le fait rend la fonction des caractéristiques nécessaires: associative et décomposable.

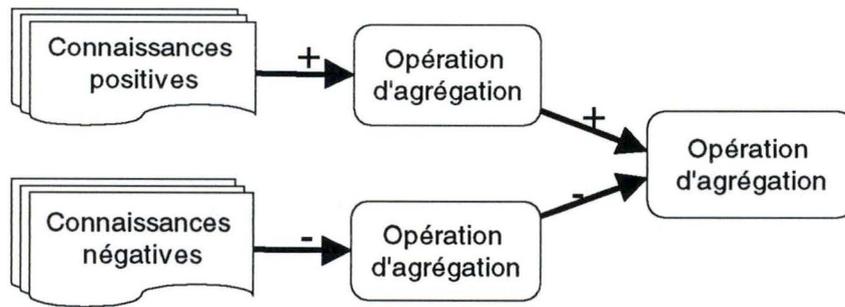
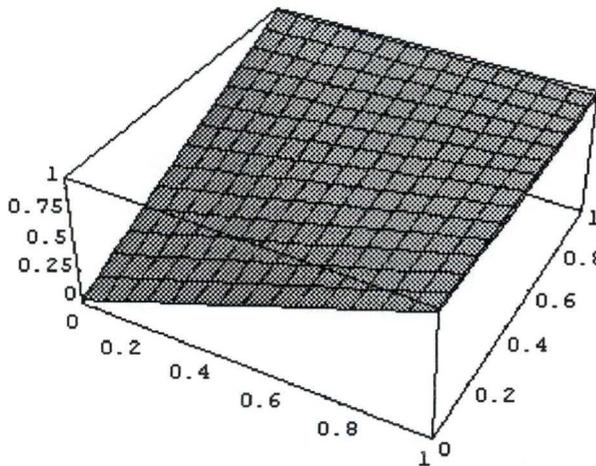
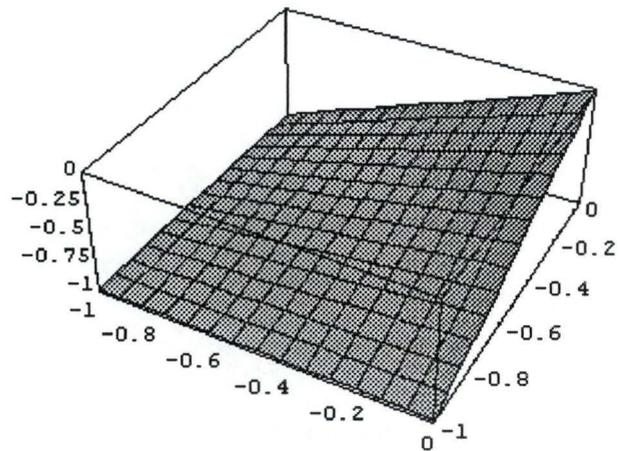
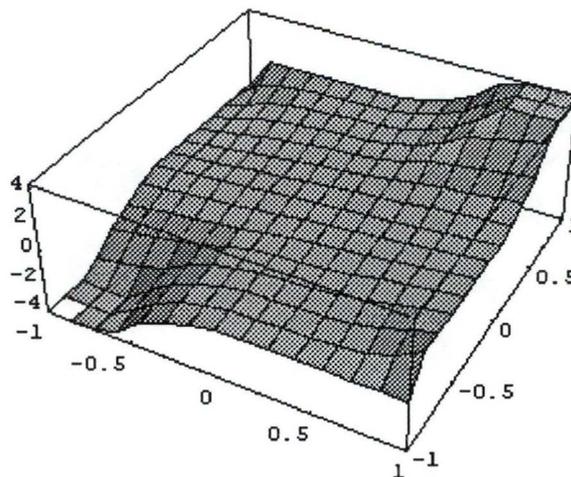


Figure VI-10 Exécution d'agrégation

Figure VI-11 $f(x,y) = x + y - x*y$ Figure VI-12 $f(x,y) = x + y + x*y$ Figure VI-13 $f(x,y) = \frac{x+y}{1 - \text{MIN}(|x|, |y|)}$

φ est la matrice de contribution des tests au degré de décision¹, définie par:

¹ Dans notre travail, $\forall i, j : 1 \leq i \leq m, 1 \leq j \leq n : \varphi_{ij} = 1/n$.

$$\varphi = \begin{bmatrix} \varphi_{11} & \varphi_{12} & \cdots & \varphi_{1n} \\ \varphi_{21} & \varphi_{22} & \cdots & \varphi_{2n} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ \varphi_{m1} & \varphi_{m2} & \cdots & \varphi_{mn} \end{bmatrix}$$

En principe, ces valeurs sont distribuées théoriquement par le médecin sur la base de son expérience dans un contexte spécifique.

$$\forall i, j : 1 \leq i \leq m, 1 \leq j \leq n : 0 \leq \varphi_{ij} \leq 1$$

où φ_{ij} est la contribution de test t_j dans le cas où la décision choisie est b_i .

$$Z \xrightarrow{g(Z)} fc$$

où $fc \in \mathfrak{R}^{m \times n}$,

$$fc = g(Z) \quad fc_{ij} = g(z_{ij}) = z_{ij} * \varphi_{ij} \quad -1.0 \leq fc_{ij} \leq 1.0$$

Equation VI-20

$$fc \xrightarrow{\text{Fonction d'agrégation } \oplus} FC^+, FC^-$$

$$FC^+ = \{ FC_i^+ \mid i = 1, \dots, m \} \in \mathfrak{R}^m \text{ et } FC^- = \{ FC_i^- \mid i = 1, \dots, m \} \in \mathfrak{R}^m.$$

$$FC_i = (FC_i^+ \oplus FC_i^-) \quad -1 \leq FC_i^- \leq 0 \quad -1 \leq FC_i \leq 1 \quad 0 \leq FC_i^+ \leq 1$$

Equation VI-21

* Si l'on veut exprimer ce degré dans l'intervalle [0, 1], alors il est facile de le transférer par une fonction de transformation simple:

$$FC_i^* = (FC_i + 1) / 2$$

Equation VI-22

Soit μ_i et λ_i , un facteur de possibilité de la présentation de la bactérie et un seuil de présentation¹ de bactérie $i^{\text{ème}}$, respectivement.

$$C_i = FC_i^* * \mu_i \quad 0 \leq C_i \leq 1$$

Equation VI-23

A cause du manque des données de confirmation, nous ne pouvons confirmer que les bactéries à rejet et les bactéries possibles:

Rejet de diagnostic:

¹ Dans ce travail, nous proposons ces valeurs purement théoriquement avec aucune expérience, ces valeurs peuvent causer un problème de l'identification.

$$\mu_{Di} = 0.0 \quad \text{ssi} \quad C_i < \lambda_i \quad \text{ou} \quad \left[\begin{array}{l} \mu_{R_{PD}^2}(P, D_j) = 1.0 \quad \text{ou} \\ \mu_{R_{PD}^3}(P, D_j) = 1.0 \quad \text{ou} \\ \mu_{R_{PD}^5}(P, D_j) = 1.0 \quad \text{ou} \\ \mu_{R_{PD}^6}(P, D_j) = 1.0 \quad \text{ou} \\ \mu_{R_{PD}^{11}}(P, D_j) = 1.0 \quad \text{ou} \\ \mu_{R_{PD}^{12}}(P, D_j) = 1.0 \end{array} \right. \quad \text{Equation VI-24}$$

Possibilité de diagnostic:

Si $C_i > \lambda_i$, alors il est possible que le patient ait été infecté par la bactérie $i^{\text{ème}}$ avec un degré C_i .

Exemple VI-6

Reprenons l'Exemple VI-5, le Tableau VI-2 et le Tableau VI-3.

Du Tableau VI-2, nous calculons X et:

X

1.00	0.03	1.00	1.00	1.00	1.00
0.50	0.08	0.50	0.15	1.00	1.00
0.15	0.00	0.00	0.00	1.00	0.02
0.00	0.00	0.00	0.00	1.00	1.00

\bar{X}

0.02	1.00	0.17	0.25	0.00	0.00
0.50	1.00	0.50	1.00	0.00	0.07
1.00	1.00	1.00	1.00	0.06	1.00
1.00	1.00	1.00	1.00	0.00	0.03

Y

1.00	-0.94	1.00	1.00	1.00	1.00
0.00	-0.84	0.00	-0.70	1.00	1.00
-0.70	-1.00	-1.00	-1.00	1.00	-0.96
-1.00	-1.00	-1.00	-1.00	1.00	1.00

\bar{Y}

-0.96	1.00	-0.66	-0.50	-1.00	-1.00
0.00	1.00	0.00	1.00	-0.96	-0.86
1.00	1.00	1.00	1.00	-0.88	1.00
1.00	1.00	1.00	1.00	-1.00	-0.94

Z

0.95	-0.80	-0.55	-0.20	0.15	1.00
0.00	-0.80	0.00	0.20	0.15	1.00
-0.70	-0.80	0.55	0.20	0.15	-0.96
-0.95	-0.80	0.55	0.20	0.15	1.00

Nous posons $\varphi_{i1} = \varphi_{i2} = \dots = \varphi_{in} = 1/n$ et $n = 6$ pour tout i ($1 \leq i \leq m$) dans cet exemple.

fc

0.158333333	-0.133333333	-0.091666667	-0.033333333	0.025000000	0.166666667
0.000000000	-0.133333333	0.000000000	0.033333333	0.025000000	0.166666667
-0.116666667	-0.133333333	0.091666667	0.033333333	0.025000000	-0.160000000
-0.158333333	-0.133333333	0.091666667	0.033333333	0.025000000	0.166666667

Le générateur de règles nous donne les règles comme sur l'exemple suivant:

SI	ONPG	est	Présence	Avec	$fc_1 = 0.158333333$
ET	ADH	est	Présence	Avec	$fc_2 = -0.133333333$
ET	LDC	est	Absence	Avec	$fc_3 = -0.091666667$
ET	ODC	est	Absence	Avec	$fc_4 = -0.033333333$
ET	GLU	est	Présence	Avec	$fc_5 = 0.025000000$
ET	MAN	est	Présence	Avec	$fc_6 = 0.166666667$
ALORS	Bactérie est E. Coli avec μ -E. Coli = 0.8 avec λ -E. Coli = 0.3				

Appliquons la formule de l'Equation VI-19:

$$FC^+ = f(fc_1, fc_5, fc_6) = fc_1 \oplus fc_5 \oplus fc_6 = 0.3162$$

$$FC^- = f(fc_2, fc_3, fc_4) = fc_2 \oplus fc_3 \oplus fc_4 = -0.2390$$

$$FC = f(FC^+, FC^-) = FC^+ \oplus FC^- = 0.1014$$

$$FC^* = (FC+1) / 2 = (0.1014 + 1) / 2 = 0.5507$$

$$C = FC * \mu\text{-E. Coli} = 0.8 * 0.5507 = 0.4405$$

☞ $C > \lambda\text{-E. Coli} = 0.4405 > 0.3$, c'est-à-dire que le patient peut être infecté par la bactérie E.Coli avec le degré $C = 0.4405$.

$$FC^+ = f(fc_1, fc_3, fc_4, fc_5, fc_6) = fc_1 \oplus fc_3 \oplus fc_4 \oplus fc_5 \oplus fc_6 = 0.2146$$

$$FC^- = f(fc_2) = fc_2 = -0.1333$$

$$FC = f(FC^+, FC^-) = FC^+ \oplus FC^- = 0.0938$$

$$FC^* = (FC+1) / 2 = (0.1528 + 1) / 2 = 0.5469$$

$$C = FC * \mu\text{-E. Coli} = 0.9 * 0.5469 = 0.4922$$

☞ $C > \lambda\text{-E. Coli A-D} = 0.4922 > 0.4$, c'est-à-dire que le patient peut être infecté par la bactérie E.Coli A-D avec le degré $C = 0.4922$.

$$FC^+ = f(fc_3, fc_4, fc_5) = fc_3 \oplus fc_4 \oplus fc_5 = 0.1439$$

$$FC^- = f(fc_1, fc_2, fc_6) = fc_1 \oplus fc_2 \oplus fc_6 = -0.3569$$

$$FC = f(FC^+, FC^-) = FC^+ \oplus FC^- = -0.2488$$

$$FC^* = (FC+1) / 2 = (-0.2488 + 1) / 2 = 0.3756$$

$$C = FC * \mu\text{-E. Coli} = 0.5 * 0.3756 = 0.1878$$

☞ $C < \lambda\text{-Sh. Dysenteriae} = 0.1479 < 0.6$, c'est-à-dire que le patient ne peut pas être infecté par la bactérie Sh. Dysenteriae.

$$FC^+ = f(fc_3, fc_4, fc_5, fc_6) = fc_3 \oplus fc_4 \oplus fc_5 \oplus fc_6 = 0.2866$$

$$FC^- = f(fc_1, fc_2) = fc_1 \oplus fc_2 = -0.2706$$

$$FC = f(FC^+, FC^-) = FC^+ \oplus FC^- = 0.0219$$

$$FC^* = (FC+1) / 2 = (0.0219 + 1) / 2 = 0.5110$$

$$C = FC * \mu\text{-E. Coli} = 0.8 * 0.5110 = 0.4088$$

☞ $C > \lambda\text{-Sh. Flexneri} = 0.4088 > 0.3$, c'est-à-dire que le patient peut être infecté par la bactérie Sh. Flexneri avec le degré $C = 0.4088$.

Nous voyons facilement que les bactéries Sh. Dysenteriae et Sh. Flexneri sont confirmées à rejet du diagnostic¹. Le patient peut donc être infecté par la bactérie E. Coli ou la bactérie E. Coli A-D. Le problème qui nous reste est, bien sûr, de choisir une bactérie la meilleure.

Avantage de l'opération \oplus : Dans le cas où on a un test très significatif (positif ou négatif), FC^+ (dans le cas positif) ou FC^- (dans le cas négatif) sera très proche de 1 ou -1, respectivement.

Inconvénient de l'opération \oplus : Si on introduit $FC = 1$ ou $FC = -1$ pour un certain test dans l'ensemble de tests, il y a des risques que les tests restants ne soient plus nécessaires, et cela peut poser problème. Pour l'éviter prudemment, nous proposons de faire une transformation floue $Pr^* = f(Pr, Pers)$ dont la Figure VI-14 et la Figure VI-15 sont deux exemples.

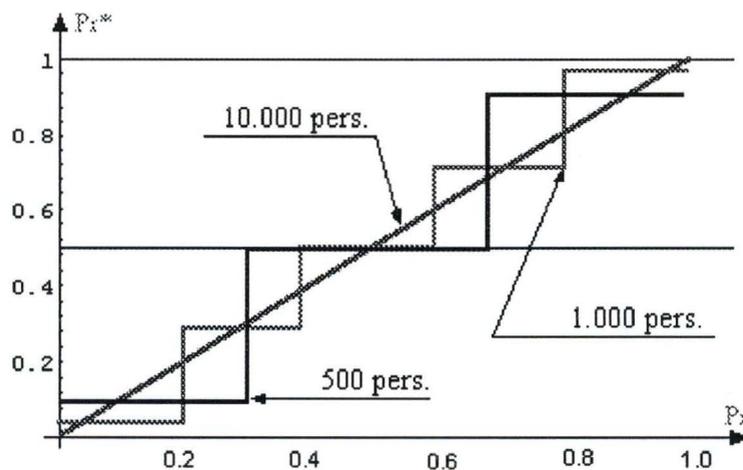


Figure VI-14 $Pr^* = f(Pr, Pers)$

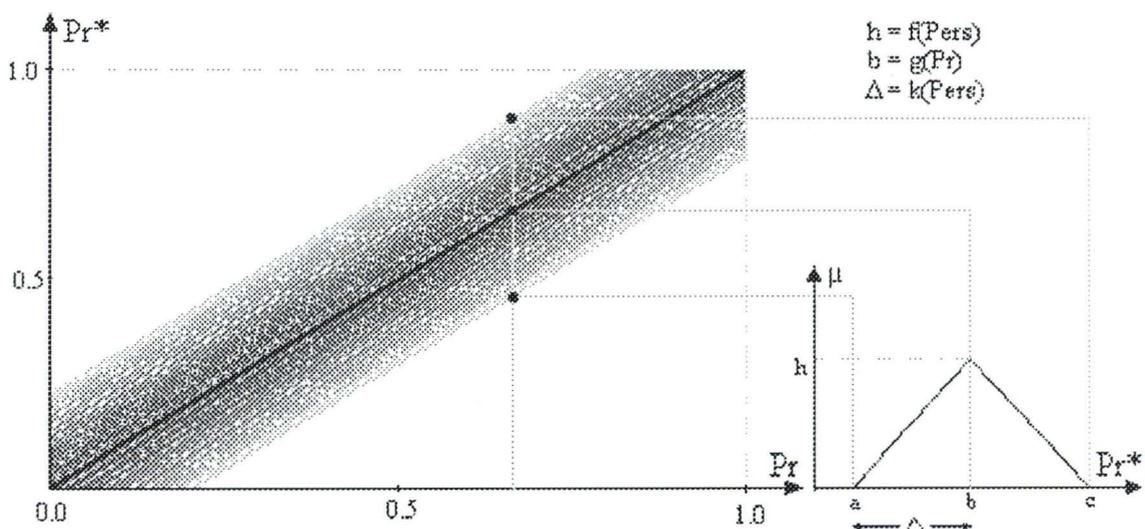


Figure VI-15 Exemple d'une présentation floue

¹ Voir page 50

VI.8. Système multicritère

Soit $E = \{b_1, b_2, \dots, b_i, \dots, b_j, \dots, b_p\}$ l'ensemble des bactéries qui restent dans la liste des bactéries pouvant infecter le patient obtenue après l'opération d'agrégation. Nous exécutons la procédure de surclassement des bactéries.

Préférence:

$$\mathbf{b_i P b_j} \quad \text{ssi} \quad \left[\begin{array}{l} \left\{ \begin{array}{l} C(b_i) - C(b_j) > \varepsilon(C) \\ FC^-(b_i) - FC^-(b_j) \geq -\eta(FC^-) \end{array} \right. \\ \\ \left\{ \begin{array}{l} |C(b_i) - C(b_j)| \leq \varepsilon(C) \\ FC^-(b_i) - FC^-(b_j) > \eta(FC^-) \end{array} \right. \end{array} \right. \quad \text{Equation VI-25}$$

Indifférence:

$$\mathbf{b_i I b_j} \quad \text{ssi} \quad \left[\begin{array}{l} |C(b_i) - C(b_j)| \leq \varepsilon(C) \\ |FC^-(b_i) - FC^-(b_j)| \leq \eta(FC^-) \end{array} \right. \quad \text{Equation VI-26}$$

Incompatibilité:

$$\mathbf{b_i R b_j} \quad \text{sinon} \quad \text{Equation VI-27}$$

où les fonctions $\varepsilon(x)$, $\eta(x)$ sont: $\forall x : 0.0 \leq \varepsilon(x), \eta(x) \leq 1.0$. En pratique, nous choisissons $\varepsilon(x)=a$, $\eta(x)=b$, tel que $0.0 \leq a, b \leq 1.0$.

➡ Par le choix ci-dessus, le graphe n'aura pas de cycle¹.

Démonstration:

Soit x , y et z , trois actions. Nous montrons que si on a: $x P y$ et $y P z$, alors on n'a pas $z P x$, ce qui crée un cycle dans le graphe de préférence.

$$\mathbf{X P Y} \quad \Leftrightarrow \quad \left[\begin{array}{l} \left\{ \begin{array}{l} C(x) - C(y) > a \\ FC^-(x) - FC^-(y) \geq -b \end{array} \right. \\ \\ \left\{ \begin{array}{l} |C(x) - C(y)| \leq a \\ FC^-(x) - FC^-(y) > b \end{array} \right. \end{array} \right. \quad \text{Equation VI-28}$$

¹ Ce qui nous permet d'exécuter la procédure de décomposition en niveau.

$$y P z \Leftrightarrow \begin{cases} C(y) - C(z) > a \\ FC^-(y) - FC^-(z) \geq -b \end{cases} \quad \text{Equation VI-29}$$

$$\begin{cases} |C(y) - C(z)| \leq a \\ FC^-(y) - FC^-(z) > b \end{cases}$$

Supposons qu'il existe un cycle, c'est-à-dire $z P x$.

$$z P x \Leftrightarrow \begin{cases} C(z) - C(x) > a \\ FC^-(z) - FC^-(x) \geq -b \end{cases} \quad \text{Equation VI-30}$$

$$\begin{cases} |C(z) - C(x)| \leq a \\ FC^-(z) - FC^-(x) > b \end{cases}$$

$$\text{A partir de } x P y \text{ et } y P z, \text{ nous avons: } (x P y) \wedge (y P z) = \begin{cases} C(x) - C(z) > 0 \\ FC^-(x) - FC^-(z) \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} C(x) - C(z) \geq 2 * a \\ FC^-(x) - FC^-(z) \geq -2 * b \end{cases}$$

$$\begin{cases} |C(x) - C(z)| \leq 2 * a \\ FC^-(x) - FC^-(z) \geq 2 * b \end{cases}$$

Ce qui est absurde; le théorème est donc démontré. ■

Nous exécutons la procédure de décomposition d'un graphe en niveaux dont l'algorithme¹ est présenté dans "*Théories des Graphes*" du Prof. Dr. J.FICHEFET, sans problème de bouclage.

Procédure de vérification: cette procédure nous permet de vérifier la solution ou les solutions que nous avons obtenues, pour éviter des erreurs du système et pour raffiner notre décision dans le cas où la solution contiendrait plusieurs bactéries.

Dans une même classe, $b_i Q b_j$ (b_i surclasse faiblement b_j) si et seulement si le nombre des erreurs graves de b_i est plus petit que celui de b_j .

Une erreur grave est définie par *Erreur grave* = $(z_{ij} < \delta)$ où $\delta < 0$. Dans ce travail, nous avons fait le choix pratique de $\delta = -0.98$.

¹ Réf. 27 page 163 et Réf. 23 page I-63

Processus de diagnostic

1. Collecter les symptômes.
2. Générer des règles.
3. Calculer les degrés de possibilité.
4. Rejeter des diagnostics impossibles.
5. Etablir la liste des diagnostics possibles.
6. Executer la procédure multicritère.
7. Vérifier et expliquer le résultat.
8. Proposer éventuellement de tests supplémentaires.

Quelques exemples des résultats de diagnostics:

Profils	Bactéries	Degré de possibilité¹	Remarque
0 000 301	KL. RHINOSCLEROMATIS SH. BOYDII SH. FLEXNERI	69.911 69.147 69.147	
0 024 000	PROT. MORGANTII PROT. RETTGERI SH. BOYDII SH. FLEXNERI	71.057 66.749 69.147 71.343	
0 776 000	PROT. VULGARIS PROT. MIRABILIS PROT. MORGANTII	70.089 73.597 71.057	*
1 305 573	SALMONELLA Spp SAL. ARIZONAE KL. OXYTOCA SAL. ARIZONAE	71.343 66.992 67.156 68.343	
2 105 573	SALMONELLA Spp SAL. PARATYPHI A C. FREUNDII	66.186 64.750 68.248	

* Faire attention de prendre cette bactérie.

VI.9. Discussion

Nous avons examiné notre méthode en comparant avec les documents issus par l'API et nous constatons que:

- * certains diagnostics sont parfaitement identifiés;
- * il existe encore des cas où les bactéries sont mal identifiées, c'est-à-dire qu'on n'a pas pu obtenir les bonnes bactéries dans la liste qui nous est donnée;
- * il y a des diagnostics où la liste de bactéries qui nous est donnée est trop grande. Dans ce cas, nous ne pouvons pas prendre facilement de décision.

¹ Degré de possibilité = C * 100

Avantages:

- † l'utilisateur est le plus possible intégré dans notre modèle;
- † tous les paramètres possibles sont pris en compte;
- † dans notre système d'identification bactérienne, nous avons supposé que tous les résultats des tests sont connus. Avec les tests qui n'ont pas été examinés, leurs résultats peuvent prendre une valeur neutre;
- † la structure du système proposé permet d'agréger une procédure d'apprentissage. Si les données en entrée et celles en sortie sont connues, les coefficients du système peuvent être régulés automatiquement.

Inconvénients:

- ✓ les paramètres ne sont probablement pas tous nécessaires en même temps. La complexité des paramètres peut poser un problème de compréhension pour l'utilisateur;
- ✓ dans notre travail d'identification bactérienne, nous n'avons pas tous les paramètres nécessaires, ni d'expérience dans ce domaine, ce qui nous ramène à de fausses identifications. Pour que le travail soit réalisable, il nous faut expérimenter des conditions les plus rigoureuses possibles;
- ✓ le programme a été réalisé dans le contexte de tests de fonctionnement, mais ce n'est pas un programme pour l'utilisateur. L'interface homme-machine a été simplifiée;
- ✓ vu le rapprochement des valeurs des bactéries, il est assez difficile de les identifier exactement;
- ✓ en utilisant les données depuis l'année 1976, nous constatons que le logiciel nous rend parfois les bactéries qui sont, en réalité, considérées comme disparues définitivement. C'est-à-dire il nous faut nécessairement faire la mise à jour de la table de données et de la particulariser selon la région.

Malgré tout, notre logiciel présente quelques faiblesses au niveau de l'identification bactérienne. Le problème peut être causé par:

- ✓ le manque de données;
- ✓ le manque d'expérience;
- ✓ le mauvais choix de la fonction d'intégration.

VII. Conclusion

Dans les chapitres III et IV, nous avons présenté une partie fondamentale de la théorie de la logique floue et des sous-ensembles flous, qui est considérable aujourd'hui. Jusqu'à présent, il y a un nombre énorme de références dans le domaine flou publiées dans le "*Journal for fuzzy sets and systems*", il y a aussi des centaines de livres (*voir références*) et des milliers d'articles.

Toutefois, la logique floue n'est certainement pas une pierre du philosophe, qui est capable de résoudre tous les problèmes auxquels on est confronté aujourd'hui. Malgré tout, elle a une capacité pratique potentielle considérable ainsi qu'une grande capacité dans le domaine d'application mathématique. Les résultats de notre travail d'identification bactérienne font partie d'un nombre des applications des systèmes experts et "*expert-system shells*", qui utilisent le raisonnement de la logique floue et en indiquent la portée dans le futur. Un des avantages de la théorie des sous-ensembles flous est son extrême généralité, qui permet d'accommoder divers domaines et environnements incertains comme celui de la médecine.

La théorie de la logique floue est un langage de modélisation des structures complexes formelles et factuelles. En général, la fonction d'appartenance floue est considérée comme connue. On a donc besoin d'une bonne modélisation, d'une bonne connexion entre les éléments et d'une bonne mesure de la fonction d'appartenance pour pouvoir utiliser adéquatement la théorie de la logique floue. C'est le problème d'un grand nombre d'applications d'intelligence artificielle qui n'ont pas encore exploité profondément la théorie des sous-ensembles flous.

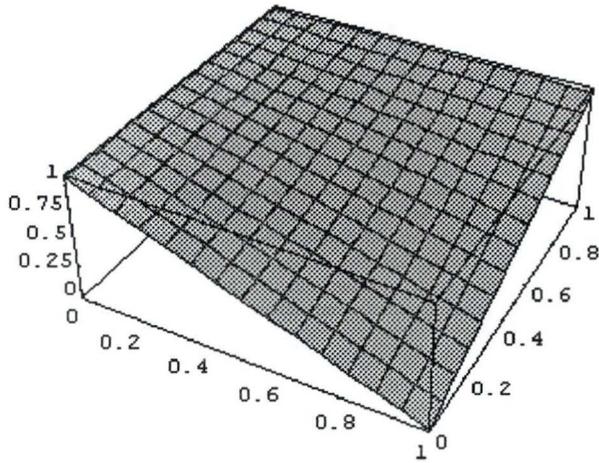
Notre conclusion est que la théorie de la logique floue et des sous-ensembles flous nous offre beaucoup d'opportunités. Nous espérons que notre travail apporte notre petit effort aux progrès de cette théorie.

VIII. Annexe

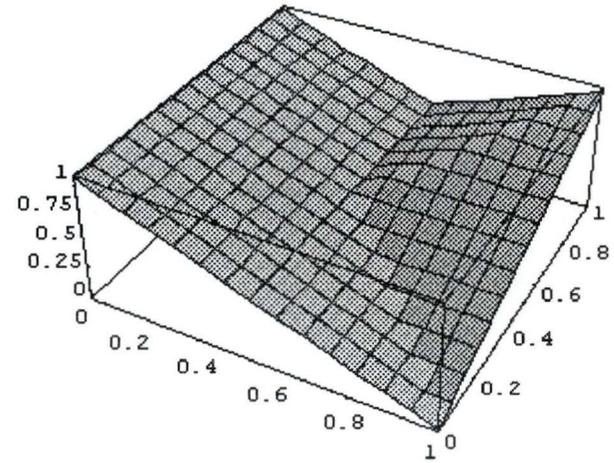
VIII.1. Annexe 1

	ONPG	ADH	LDC	ODC	CIT	H2S	URE	TDA	IND	VP	GEL	GLU	MAN	INO	SOR	RHA	SAC	MEL	AMY	ARA	OX	Nombre de Patients
<i>E. COLI</i>	98	3	83	75	0	1	0	0	97	0	0	100	100	1	94	88	42	67	9	91	0	47 656
<i>E. COLI A-D</i>	47	8	32	15	0	0	0	0	98	0	0	98	93	0	42	27	1	34	2	92	0	901
<i>SH. DYSENTERIAE</i>	15	0	0	0	0	0	0	0	32	0	0	94	2	0	19	22	0	0	0	22	0	105
<i>SH. FLEXNERI</i>	0	0	0	0	0	0	0	0	36	0	0	100	97	0	24	2	0	24	0	61	0	229
<i>SH. BOYDII</i>	8	0	0	3	0	0	0	0	32	0	0	100	94	0	56	1	1	14	0	76	0	118
<i>SH. SONNEI</i>	96	0	0	97	0	0	0	0	0	0	0	100	100	0	2	80	0	0	0	97	0	254
<i>ED. TARDA</i>	0	0	100	100	0	94	0	0	100	0	0	100	0	0	0	0	0	0	0	1	0	89
<i>SAL. CHOLERAЕ</i>	0	18	97	97	4	65	0	0	0	0	0	100	100	0	8	95	0	20	0	0	0	49
<i>SAL. TYPHI</i>	0	2	100	0	0	8	0	0	0	0	0	100	100	0	10	0	0	94	0	0	0	36
<i>SALMONELLA Spp</i>	1	69	96	95	75	85	0	0	3	0	0	100	98	33	93	93	2	78	0	94	0	551
<i>SAL. PARATYPHI A</i>	0	0	0	100	0	6	0	0	0	0	0	100	100	0	100	100	0	96	0	100	0	80
<i>SAL. TYPHI SUIS</i>	0	0	0	100	0	0	0	0	0	0	0	100	0	0	0	5	0	27	0	94	0	30
<i>SAL. GALLINARUM</i>	0	0	92	0	0	8	0	0	0	0	0	100	100	0	0	57	0	0	0	100	0	45
<i>SAL. PULLORUM</i>	0	0	91	100	0	38	0	0	0	0	0	100	100	0	11	97	0	5	0	61	0	106
<i>SAL. ARIZONAE</i>	98	48	96	97	50	96	0	0	0	0	0	100	100	0	100	96	0	64	0	100	0	123
<i>C. FREUNDII</i>	100	34	0	39	62	61	0	0	7	0	0	100	100	17	98	91	68	73	42	100	0	800
<i>C. DIVERSUS</i>	97	50	0	98	95	0	0	0	98	0	0	100	100	1	92	95	24	1	96	95	0	319
<i>KL. PNEUMONIA</i>	100	0	74	0	95	0	63	0	0	92	0	100	100	96	100	97	100	100	100	100	0	12 952
<i>KL. OXYTOCA</i>	100	0	86	0	86	0	60	0	100	92	1	100	100	96	100	96	100	96	100	96	0	100
<i>KL. OZAENAE</i>	90	23	32	1	40	0	6	0	0	0	0	97	92	61	44	66	21	83	90	67	0	413
<i>KL. RHINOSCLEROMATIS</i>	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	96	100	83	64	39	39	18	92	1	0	94
<i>HAFNIA ALVEI</i>	71	1	100	100	10	0	0	0	0	15	0	100	95	0	0	71	0	2	11	95	0	100
<i>ENT. AEROGENES</i>	100	0	98	100	88	0	2	0	0	93	3	100	100	92	100	100	98	100	100	100	0	1 415
<i>ENT. CLOACAE</i>	100	93	1	97	95	0	0	0	0	96	0	100	100	13	97	85	100	96	100	100	0	4561
<i>ENT. SAKAZAKII</i>	100	100	0	85	85	0	0	0	0	85	0	100	100	72	0	100	100	100	100	100	0	100
<i>ENT. AGGLOMERANS</i>	98	1	0	0	54	0	5	6	33	34	2	100	100	22	30	79	73	58	75	94	0	1 200
<i>ENT. GERGOVIAE</i>	100	0	26	100	85	0	100	0	0	98	0	100	98	12	0	100	98	100	100	100	0	100
<i>SER. LIQUEFACIENS</i>	98	0	87	100	88	0	5	0	0	52	60	100	100	76	98	16	100	75	100	98	0	402
<i>SER. MARCESCENS</i>	94	0	98	95	97	0	28	0	0	60	85	100	100	71	91	0	98	68	97	15	0	1 131
<i>SER. RUBIDAEA</i>	100	0	68	0	81	0	3	0	0	50	60	96	98	42	4	3	84	82	94	84	0	107
<i>SER. ODORIFERA</i>	100	0	100	25	87	0	0	0	100	87	100	100	100	87	100	100	25	100	100	100	0	100
<i>PROT. VULGARIS</i>	0	0	0	0	31	83	98	100	88	0	52	97	0	1	0	2	89	0	65	0	0	496
<i>PROT. MIRABILIS</i>	0	0	1	98	57	83	100	98	1	3	63	96	0	0	0	0	0	0	1	0	0	11 483
<i>PROT. MORGANTII</i>	0	0	0	100	2	0	100	91	97	0	0	97	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1 740
<i>PROT. RETTGERI</i>	1	0	0	0	70	0	100	100	97	0	0	100	75	78	0	29	34	0	11	1	0	369
<i>PROV. ALCALIFACIENS</i>	0	0	0	0	97	0	0	100	100	0	0	100	2	2	0	0	2	0	0	2	0	107
<i>PROV. STUARTII</i>	1	0	0	0	90	0	0	91	97	0	0	100	0	100	0	0	3	0	0	3	0	624
<i>Y. ENTEROCOLITICA</i>	81	0	0	90	0	0	93	0	69	0	0	100	100	25	98	5	90	1	92	76	0	115
<i>Y. PSEUDOTUBERCULOSIS</i>	77	0	0	0	13	0	96	0	0	0	0	98	97	0	0	77	0	9	0	29	0	115

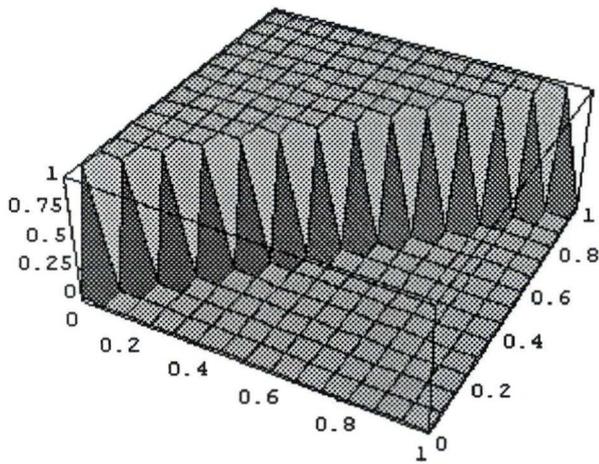
VIII.2. Annexe 2



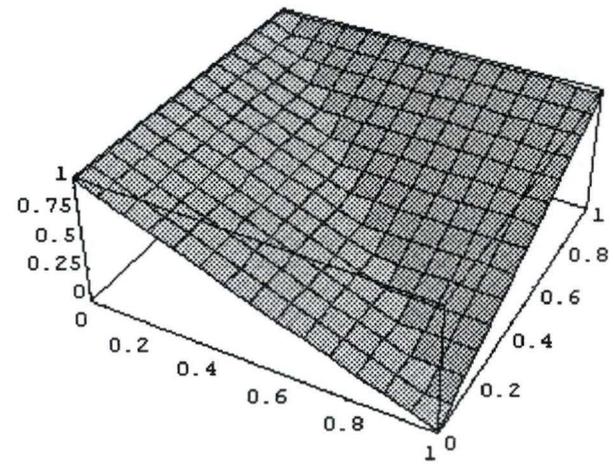
F. IV-1



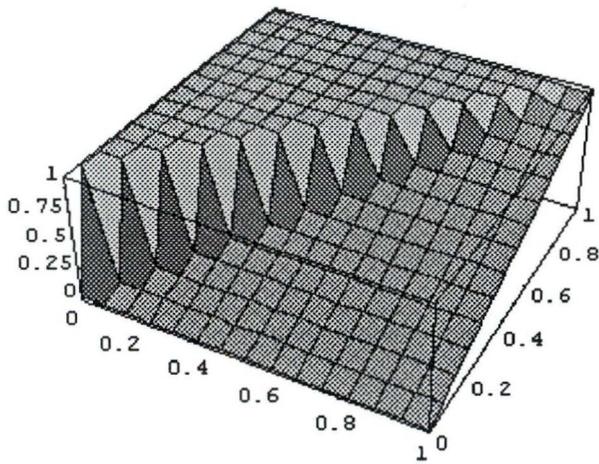
F. IV-2



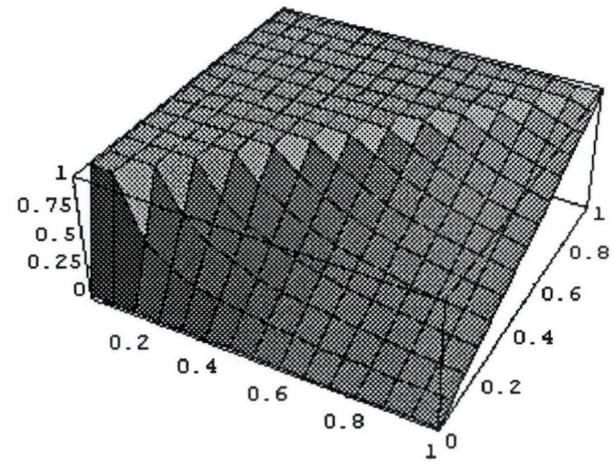
F. IV-3



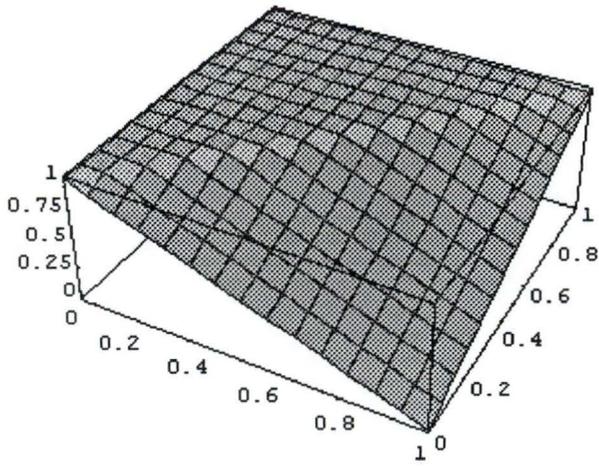
F. IV-4



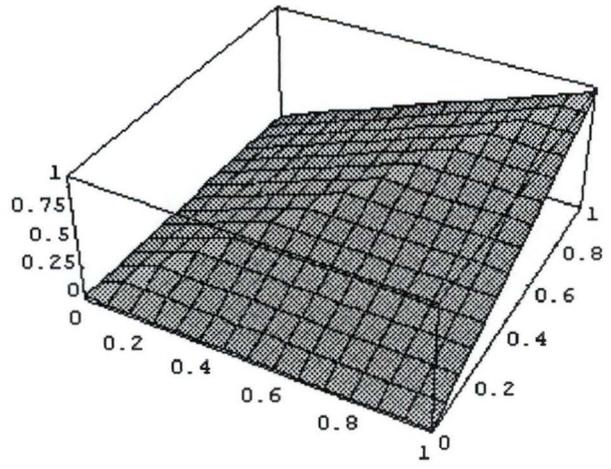
F. IV-5



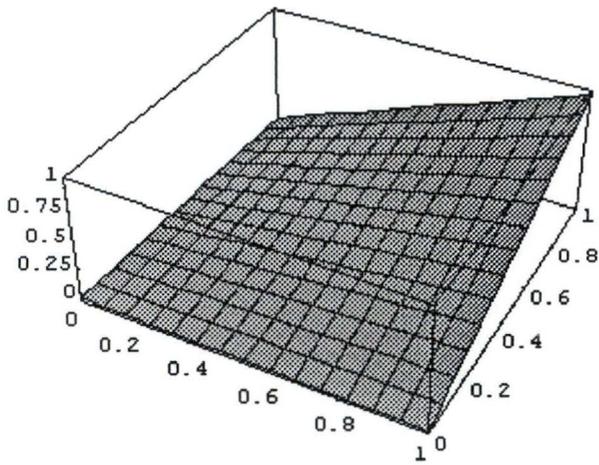
F. IV-6



F. IV-7



F. IV-8



F. IV-9

IX. Références

Réf. 1

H. J.ZIMMERMANN. Fuzzy set theory and its applications. Kluwer Academic Publishers, London 1992.

Réf. 2

LOTFI A. ZEDEH, KING-SUN FU, KOKICHI TANAKA, MASAMICHI SHIMURA. Fuzzy sets and their applications to cognitive and decision processes. ACADEMIC PRESS INC. 1975.

Réf. 3

BERNADETTE BOUCHON-MEUNIER. La logique floue. Presses Universitaires de France 1993.

Réf. 4

JANOS FODOR, MARC ROUBENS. Fuzzy preference modelling and multicriteria decision support. KLUWER ACADEMIC PUBLISHERS. 1994.

Réf. 5

A. KAUFMANN. Introduction à la théorie des sous-ensembles flous. Vol. 3. MASSON 1975.

Réf. 6

D. DUBOIS, H. PRADE. Théorie des possibilités: application à la représentation des connaissances en informatique. MASSON 1988.

Réf. 7

D. DUBOIS, H. PRADE. Fuzzy sets and System. Théorie and applications. ACADEMIC PRESS, NEW YORK/LONDON. 1980

Réf. 8

A. KAUFMANN, T. DUBOIS, M. COOLS. Exercices avec solutions sur la théorie des sous-ensemble flous. MASSON. 1975.

Réf. 9

M. DELGADO, J. KACPRZYK, J.-L. VERDEGAY, M.A. VILA. Fuzzy optimisation. FISICA-VERLAG. 1994.

Réf. 10

M.M. GUPTA, R.K. RAGADE, R.R. YAGER. Advances in fuzzy set theory and application. Medical diagnosis and coposite fuzzy relations. SANCHEZ 1979. (Page 437-444).

Réf. 11

J.L San Marco, E. Sanchez, G. Soula, R. Sambuc, J. Gouvernet. Classification de formes floues. Application au diagnostic médical. Collection of "Fuzzy set theory and applications". MARSEILLE 1978.

Réf. 12

K.P. ADLASSNIG. IEEE transactions on systems, man, and cybernetics. Volume 16. Fuzzy set theory in medical diagnosis. (Page 260-265).

Réf. 13

K.P. ADLASSNIG, G. KOLARZ. Approach to a hospital based application of a medical expert system. Vol. 11, No 3, 205-223.

Réf. 14

SHYI-MING CHEN. Decision Support System. A weighted fuzzy reasoning algorithm for medical diagnosis. NORTH-HOLAND. 1994.

Réf. 15

HIROSHI KAWAMURA. Fuzzy sets and systems. Fuzzy network for decision support systems. Vol. 58. (Page 59-72). NORTH-HOLAND. 1993.

Réf. 16

Sushmita Mitra. Fuzzy sets and systems. Fuzzy MLP based expert system for medical diagnosis. Vol. 65. (Page 285-295). NORTH-HOLAND. 1994.

Réf. 17

M FIESCHI. Intelligence artificielle en médecine. Des systèmes experts. MASSON 1986.

Réf. 18

SWETS, R.M. PICKETT. Evaluation of diagnostic system: methods from signal detection theory. 1982.

Réf. 19

SOX, M.A. BLATT, M.C. HIGGIN, K.I. MARTON. Medical decision making. 1988.

Réf. 20

J.MONTGOLFIER, P.BERTIER. Approche multicritère des problèmes de décision. 1978.

Réf. 21

BERNARD ROY, DENIS BOUYSSOU. Aide multicritère à la décision. Economica 1993.

Réf. 22

J. FICHEFET. Aide multicritère à la décision.

Réf. 23

J. FICHEFET. Théories des graphes.

Réf. 24

VINCKE. PH. L'aide multicritère à la décision. Ellipses et Edition de l'ULB 1989.

Réf. 25

BERNARD GRENIER. Décision médicale. MASSON 1993.

Réf. 26

DEGOULET, M. FIESCHI. Traitement de l'information médicale. Méthodes et applications hospitalières. 1991.

Réf. 27

M.MINOUX, G.BARTNIK. Graphes, algorithmes, logiciels. DUNOD 1986.

Réf. 28

J. FICHEFET, J.P. LECLERCQ, Ph. BEYENE. L'approches mathématiques dans l'identification bactérienne. 1985.

Réf. 29

J. FICHEFET. Une méthode multicritère hiérarchique tenant compte d'une information incomplète sur l'importance des critères: La méthode HERMES. FUNDP 1982.

Réf. 30

API. Analitical Profile Index. Version Bénélux.

Réf. 31

Leung, K.S., Wong, W.S.F., Lam W. The Development of un Expert Computer System on Medical Consultation. 1988.

Réf. 32

Adlassnig, K.P. Fuzzy Set Theory in Medicine. Österreichische Gesellschaft für Artificial Intelligence, ÖGAL Journal, page 3-4, 1984.

Réf. 33

Fiesch M. Le Système SPHINX. Marseille 1981.

Réf. 34

URL Adresses Collection of Fuzzy Logic and Artificial Intelligence.
<http://www.info.fundp.ac.be/~tvk/hotsites/index.html>

X. Code du logiciel

```

Unit DataLoad;
{Principes of DataLoad Unit:
  ✧ Reading API data from file.
  ✧ Transforming API data.
  ✧ Reading biochemical test data from keyboard.
  ✧ Composing biochemical test data and API data.
}
Interface

Const
  NumberOfSymptom = 21;
  NumberOfBacteria = 39;

Type
  Classe_Table = array[1..NumberOfBacteria] of byte;

  St = string[30];

  Connaissance_Array = array[1..NumberOfBacteria] of real;

  Real_Table = array[1..NumberOfBacteria, 1..NumberOfSymptom] of real;
  Int_Table = array[1..NumberOfBacteria, 1..NumberOfSymptom] of byte;

  Real_Table_Rec = record
    Presence, Absence: Real_Table;
  end;

  Api_Table = record
    Bacteria : array[1..NumberOfBacteria] of st;
    Symptom  : array[1..NumberOfSymptom] of st;
    Data     : Int_Table;
  end;

  ResultTest = record
    BoolValue : boolean; {presence ou absence}
    DC        : byte;    {degre de croyance 1..100}
  end;

  Procedure Initialisation;

Var
  Profile : array[1..NumberOfSymptom] of ResultTest;

  Table0 : Api_Table;
  Table01, Table02 : Real_Table_Rec;
  Table03 : Real_Table;

  Weight : Classe_Table;
  NumberPatient_Table : Connaissance_Array;

  Mu, Lamda : Connaissance_Array;

Implementation

const
  FileName = 'd:\msoffice\excel\etude\medical.txt';
  LoadedData : boolean = false;

Procedure InitProfile;
var i: byte;
begin
  For i:=1 to NumberOfSymptom do
  begin
    profile[i].boolValue:=false;
    profile[i].dc:=100;
  end;
end;

Procedure InitMu;
var i: byte;
begin
  For i:=1 to NumberOfBacteria do Mu[i]:=1;
end;

```

```

Procedure InitLamda;
var i: byte;
begin
  For i:=1 to NumberOfBacteria do Lamda[i]:=0.5;
end;

Procedure ReadProfile;
var a : longint;
    b, c : byte;
    i, j : byte;
begin
  InitProfile;
  Write('Enter profile to execute: ');
  readln(a);
  i:=NumberOfSymptom;
  while a>0 do
    begin
      b:=a mod 10;
      a:=(a-b) div 10;
      c:=1;
      if i<=0 then
        begin
          Writeln('There are profile error !');
          halt(1);
        end;
      for j:=1 to 3 do
        begin
          profile[i].BoolValue:=(c and b=c);
          dec(i);
          c:=c shl 1;
        end;
      end;
      Write('D,codage: ');
      for i:=1 to NumberOfSymptom do
        if profile[i].BoolValue then write('P ') else write('A ');
      writeln;
    end;

  {-----}

Procedure ReadFile(Var P: pointer; Var Long: longint);
var f: file;
begin
  P := nil;
  {$I-} assign(f, FileName); Reset(f,1); {$I+}
  if IOResult=0 then
    begin
      Writeln('Reading Data File...');
      Long := FileSize(f);
      if MaxAvail>Long then
        begin
          GetMem(P,Long);
          BlockRead(f,P^,Long);
        end;
      close(f);
      Writeln('Finished read Data File. ');
      LoadedData := true;
    end
  else
    begin
      Writeln('Data File doesn't exist. ');
      halt(1);
    end;
end;

Function DataEnd(var ch: Pchar; var pos: longint): boolean;
begin
  DataEnd:=true;
  if (ch^=#9) or (ch^=#13) then
    begin
      Ch:=Ch+1;
      Inc(Pos);
      if ch^=#10 then
        begin
          Ch:=Ch+1;
          Inc(Pos);
        end;
    end
  else DataEnd:=false;
end;

```

```

function ReadData(var Ch: PChar; var Pos: longint): st;
var s: st;
begin
  s:='';
  while not DataEnd(ch, Pos) do
    begin
      if length(s)<SizeOf(s) then s:=s+ch^;
      ch:=ch+1; inc(Pos);
    end;
  ReadData:=s;
end;

function TextToNumber(Text: st): word;
var code: integer;
    x : word;
begin
  Val(Text, x, code);
  if (code<>0) or (x<0) then
    begin
      writeln('Data file has data-error...');
      halt(1);
    end
  else TextToNumber:=x;
end;

Procedure AnalyseData(Var P: pointer; Long: longint);
var s : st;
    l : longint;
    m : PChar;
    i, j : byte;
begin
  Writeln('Analysing data...');
  l:=1; m:=P;
  s:=ReadData(m, l); {Clinique}
  For i:=1 to NumberOfSymptom do Table0.Symptom[i]:=ReadData(m,l);

  s:=ReadData(m, l); {Patient Number}
  s:=ReadData(m, l); {Weight}

  For i:=1 to NumberOfBacteria do
    begin
      For j:=1 to NumberOfSymptom+1 do
        if j=1 then Table0.Bacteria[i]:=ReadData(m,l)
        else Table0.Data[i,j-1]:=TextToNumber(ReadData(m,l));

        NumberPatient_Table[i]:=TextToNumber(ReadData(m,l));
        Weight[i]:=TextToNumber(ReadData(m,l));
      end;

    if l>long+1 then
      begin
        writeln('There are errors in data file. ');
        halt(1);
      end;
    If Long>0 then FreeMem(P,Long);
    Writeln('Finish data analyse. ');
  end;

Procedure LoadData;
var P:Pointer; Long: Longint;
begin
  ReadFile(P, Long);
  if (p<>nil) and (long>0) then AnalyseData(P,Long);
end;
{-----}
{Creer X et -X}
Procedure TransformationX;
function Calcul(x: byte): real;
begin
  calcul:=x/100;
end;
Procedure Trans00(x: byte; var pr, ab: real);
begin
  pr:=calcul(x);
  ab:=calcul(100-x);
end;
Procedure Trans01(x: byte; var pr, ab: real);
begin
  if x>90 then begin pr:=1; Ab:=Calcul(100-x); end
  else
    if x>80 then begin pr:=0.85; Ab:=0.15; end

```

```

else if x>70 then begin pr:=0.75; Ab:=0.25; end
else if x>60 then begin pr:=0.65; Ab:=0.35; end
else
  if x>50 then begin pr:=0.55; Ab:=0.45; end
  else
    if x>40 then begin pr:=0.45; Ab:=0.55; end
    else
      if x>30 then begin pr:=0.35; Ab:=0.65; end
      else
        if x>20 then begin pr:=0.25; Ab:=0.75; end
        else
          if x>10 then begin pr:=0.15; Ab:=0.85; end
          else begin pr:=Calcul(x); Ab:=1; end;
if pr<0.04 then pr:=0.01;
if ab<0.05 then ab:=0.01;
end;
Procedure Trans02(x: byte; var pr, ab: real);
begin
  if x>75 then begin pr:=1; Ab:=Calcul(100-x); end
  else
    if x>50 then begin pr:=0.65; Ab:=0.35; end
    else
      if x>25 then begin pr:=0.35; Ab:=0.65; end
      else begin pr:=Calcul(x); Ab:=1; end;
  if pr<0.1 then pr:=0.05;
  if ab<0.1 then ab:=0.05;
end;
Procedure Trans03(x: byte; var pr, ab: real);
begin
  if x>70 then begin pr:=0.9; Ab:=0.1; end
  else
    if x>30 then begin pr:=0.5; Ab:=0.5; end
    else
      begin
        pr:=0.1;
        Ab:=0.9;
      end;
end;
Procedure Trans04(x: byte; var pr, ab: real);
begin
  if x>50 then begin pr:=0.8; Ab:=0.2; end
  else begin pr:=0.2; Ab:=0.8; end;
end;
function WellKnown(num:real; lim: real): boolean;
{wellknown=true if num>lim}
begin
  num:= round(num/(lim/4))*(lim/4);
  Wellknown:=(num>=lim)
end;
var i, j : byte;
begin
  for i:=1 to NumberOfBacteria do
    for j:=1 to NumberOfSymptom do
      begin
        if WellKnown(NumberPatient_Table[i],10000) then
          Trans00(Table0.Data[i,j],
            Table01.presence[i,j], Table01.Absence[i,j])
        else
          if WellKnown(NumberPatient_Table[i],1000) then
            Trans01(Table0.Data[i,j],
              Table01.presence[i,j], Table01.Absence[i,j])
          else
            if WellKnown(NumberPatient_Table[i],100) then
              Trans02(Table0.Data[i,j],
                Table01.presence[i,j], Table01.Absence[i,j])
            else
              if WellKnown(NumberPatient_Table[i],50) then
                Trans03(Table0.Data[i,j],
                  Table01.presence[i,j], Table01.Absence[i,j])
              else Trans04(Table0.Data[i,j],
                Table01.presence[i,j], Table01.Absence[i,j])
            end;
          end;
end;
{-----}
{Transformation Y et -Y}
Procedure TransformationY;
var i, j : byte;
Begin
  for i:=1 to NumberOfBacteria do
    for j:=1 to NumberOfSymptom do
      begin

```

```

        Table02.Presence[i,j]:=2*Table01.Presence[i,j]-1;
        Table02.Absence[i,j]:=2*Table01.Absence[i,j]-1;
    end;
end;
{-----}
Procedure Composition_Test;
var i, j : byte;
    x, y: real;
begin
    For i:=1 to NumberOfBacteria do
        For j:=1 to NumberOfSymptom do
            begin
                x:=Profile[j].DC/100;
                if profile[j].BoolValue then
                    begin
                        if Abs(Table02.Presence[i,j]) <= x then
                            y:=Table02.Presence[i,j]
                        else
                            y:=x *
                                (Abs(Table02.Presence[i,j])/Table02.Presence[i,j]);
                        end
                    end
                else
                    begin
                        if Abs(Table02.Absence[i,j]) <= x then
                            y:=Table02.Absence[i,j]
                        else
                            y:=x *
                                (Abs(Table02.Absence[i,j])/Table02.Absence[i,j]);
                        end;
                    end;
                Table03[i,j]:=y;
            end;
        end;
    end;
{-----}
Procedure Initialisation;
begin
    if not LoadedData then LoadData;
    InitMu;
    InitLamda;
    ReadProfile;
    TransformationX;
    TransformationY;
    Composition_Test;
end;
{-----}
end.

```

```

Unit Calcul;
{Principes of Calcul Unit:
  ✧ Calculating degree of positive connaissance and of negative connaissance.
  ✧ Outranking bacteria.
  ✧ Counting "error" and "succes" numbers.
}
Interface

uses dataload;

type
  Connaissance_Rec = record
    Positive, negative, total: Connaissance_Array;
  end;

  TSurclassement = (Preferent, Indifferent, Incompatible, Contre, Unknown);
  Surclassement_Table =
    array[1..NumberOfBacteria,1..NumberOfBacteria] of TSurclassement;

  Possible_Table = array[1..NumberOfBacteria] of boolean;

var
  Table1 : Connaissance_Rec;
  Table11: surclassement_Table;
  Phi:Real_Table;

  Possible : Possible_Table;

  Procedure Surclassement;
  Function ErrorCounter(i: byte; niv : real) : byte;
  Function SuccesCounter(i: byte; niv : real) : byte;
  function PreferenceCounter(n: byte): byte;
  function ContreCounter(n: byte): byte;

Implementation
{-----}
Function ErrorCounter(i: byte; niv : real) : byte;
var j, m: byte;
begin
  m:=0;
  for j:=1 to NumberOfSymptom do
    begin
      if Table03[i, j]<=(-niv) then
        inc(m);
      end;
    ErrorCounter:=m;
  end;

Function SuccesCounter(i: byte; niv : real) : byte;
var j, m: byte;
begin
  m:=0;
  for j:=1 to NumberOfSymptom do
    begin
      if Table03[i, j]>=niv then inc(m);
      end;
    SuccesCounter:=m;
  end;

function PreferenceCounter(n: byte): byte;
var i, m: byte;
begin
  m:=0;
  for i:=1 to NumberOfBacteria do
    if Table11[n,i]=Preferent then inc(m);
  PreferenceCounter:=m;
end;

function ContreCounter(n: byte): byte;
var i, m: byte;
begin
  m:=0;
  for i:=1 to NumberOfBacteria do
    if Table11[n,i]=Contre then inc(m);
  ContreCounter:=m;
end;

{-----}
Procedure CalculPhi;
var i, j : byte;
    sum, s : real;

```

```

begin
  For j:=1 to NumberOfSymptom do
    begin
      sum:=0;
      For i:=1 to NumberOfBacteria do sum:=(sum+Table0.Data[i,j]);
      sum:=sum/NumberOfBacteria;
      s:=0;
      For i:=1 to NumberOfBacteria do s:=sqr(Table0.Data[i,j]-sum)+s;
      s:=sqr(s/NumberOfBacteria);
      For i:=1 to NumberOfBacteria do
        begin
          if s=0 then Phi[i,j]:=0
          else Phi[i,j]:=abs((Table0.Data[i,j]-sum)/s);
        end;
      end;
    For i:=1 to NumberOfBacteria do
      begin
        sum:=0;
        For j:=1 to NumberOfSymptom do sum:=sum+Phi[i,j];
        if sum>0 then For j:=1 to NumberOfSymptom do Phi[i,j]:=Phi[i,j]/sum;
      end;
    end;
end;

procedure Calcul_Connaissance_degre;
var i, j : byte;
    x : real;
  Procedure Normalisation(var x:real);
  begin
    x:=(x+1)/2;
  end;
  Function Trans(i, j: byte): real;
  begin
    { Trans:=Table03[i,j]*Phi[i, j]; }
    Trans:=Table03[i,j]/NumberOfSymptom;
  end;
  function calcul(x, y: real):real;
  var z:real;
  begin
    if (x>=0) and (y>=0) then calcul:=x+y-x*y
    else
      if (x<=0) and (y<=0) then calcul:=x+y+x*y
      else
        begin
          if abs(x)>abs(y) then z:=abs(y)
          else z:=abs(x);
          calcul:=(x+y)/(1-z);
        end;
    end;
  end;
begin
  CalculPhi;
  For i:=1 to NumberOfBacteria do
    begin
      Table1.positive[i]:=0;
      Table1.negative[i]:=0;
      For j:=1 to NumberOfSymptom do
        begin
          x:=Trans(i,j);
          if x>=0 then
            Table1.positive[i]:=Calcul(Table1.positive[i],x)
          else
            Table1.negative[i]:=Calcul(Table1.negative[i],x)
          end;
      Table1.total[i]:=Calcul(Table1.positive[i],Table1.negative[i]);
      Normalisation(Table1.total[i]);
      Table1.total[i]:=Table1.total[i]*(Weight[i]/100);
      Possible[i]:=Table1.total[i]>Lamda[i]
    end;
  end;
end;
{-----}
Function Surclasser(m, n: byte): TSurclassement;
var delta, beta, x, y : real;
begin
  delta:=0.03; beta:=0.05;
  Surclasser:=Unknown;
  if m=n then Surclasser:=Indifferent
  else
    if Possible[m] and Possible[n] then
      begin
        x:=Table1.total[m]-Table1.total[n];
        y:=Table1.negative[m]-Table1.negative[n];
        if x>delta then

```

```

    if y>=-Beta then
      Surclasser:=Preferent
    else Surclasser:=incompatible
  else
    if (abs(x)<=Delta) then
      if (y<=Beta) and (y>=-Beta) then
        Surclasser:=Indifferent
      else
        if y>beta then
          Surclasser:=Preferent
        else Surclasser:=Contre
      else
        if y<=Beta then
          Surclasser:=Contre
        else Surclasser:=Incompatible;
    end
  else
    if Possible[m] then
      begin
        if not possible[n] then Surclasser:=Preferent;
      end
    else
      if not possible[n] then Surclasser:=indifferent
      else Surclasser:=Contre;

    if (errorcounter(m, 0.99)>0) then
      begin
        if (errorcounter(n, 0.99)=0) then Surclasser:=Contre;
      end
    else
      if (errorcounter(n, 0.99)>0) then Surclasser:=Preferent;
  end;

Procedure Surclassement;
var i, j: byte;
begin
  Calcul_Connaissance_degre;
  For i:=1 to NumberOfBacteria do
    For j:=1 to NumberOfBacteria do
      begin
        Table11[i,j]:=Surclasser(i,j);
        if Table11[i,j]=Unknown then halt(1);
      end;
  end;
  {-----}
end.

```

```

Unit Decomposition;
{Principes of Decomposition Unit:
  ✧ Decomposing in levels.
  ✧ Printing diagnostic result and suggestion.
}
interface
uses DataLoad, Calcul;

  procedure Flat(entree: surclassement_Table; var sortie: Classe_Table);
  Procedure PrintOut(sortie: Classe_Table);

implementation
{-----}
procedure Flat(entree: surclassement_Table; var sortie: Classe_Table);
const NotYet : byte = 0;
var i, j : byte;
    second : Classe_Table;

function Verification(i: byte): boolean;
{verifier si la bacterie peut sortir}
var j : byte;
begin
  j:=1;
  while (j<=NumberOfBacteria) and ((Entree[i,j]<>Contre) or (Sortie[j]<>NotYet)) do
    inc(j);
  Verification:=(j>NumberOfBacteria);
end;

function GetUnOuted(class: byte; var pre: Classe_Table): boolean;
var i : byte;
begin
  GetUnOuted:=False;
  for i:=1 to NumberOfBacteria do Pre[i]:=NotYet;
  for i:=1 to NumberOfBacteria do
    begin
      if (sortie[i]=NotYet) and verification(i) then
        begin
          GetUnOuted:=true;
          Pre[i]:=Class;
        end;
    end;
end;

begin
  For i:=1 to NumberOfBacteria do sortie[i]:=NotYet;
  i:=1;
  While GetUnOuted(i, second) do
    begin
      for j:=1 to NumberOfBacteria do sortie[j]:=sortie[j]+second[j];
      inc(i);
    end;
end;
{-----}
Procedure PrintOut(sortie: Classe_Table);
var n, i, j : byte;
begin
  n:=0;
  for i:=1 to NumberofBacteria do if n<Sortie[i] then n:=Sortie[i];
  for i:=1 to n do
    begin
      writeln('-----We're in ', i, ' class-----');
      for j:=1 to NumberofBacteria do
        if sortie[j]=i then
          begin
            write(j:4, '-', Table0.Bacteria[j]:22, Table1.Total[j]*100:8:3,
              Table1.positive[j]*100:8:3, Table1.Negative[j]*100:8:3,
              succescounter(j,0.9):4, errorcounter(j,0.95):4,
              PreferenceCounter(j):4, ContreCounter(j):4
            );
            if (errorcounter(j,0.95)>0) then writeln('!!!':5)
            else writeln;
          end;
      readln;
    end;
end;
{-----}
end.

```